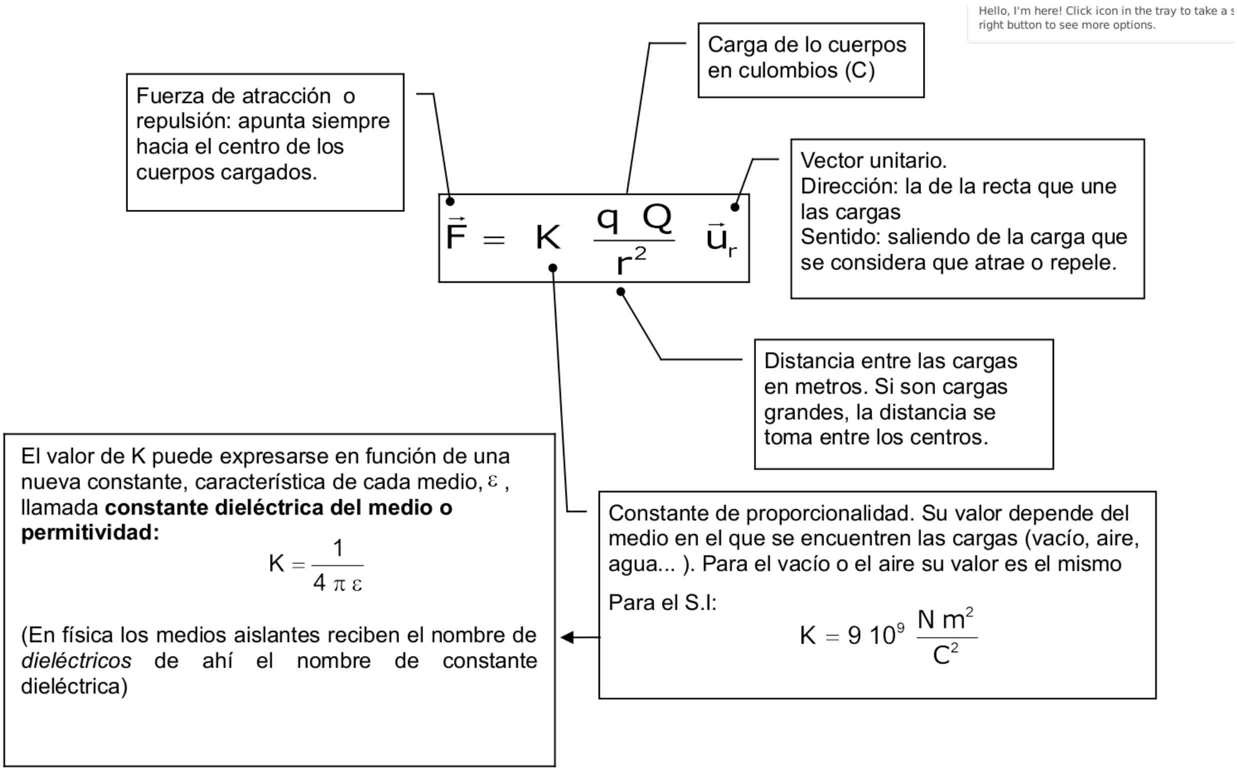
TEMA 5. CAMPO ELÉCTRICO

Cualquier partícula material, además de tener masa (y ser sensible, por tanto, a la interacción gravitatoria)
contiene cargas eléctricas positivas y negativas (denominación atribuida a Benjamín Franklin) que como es
sabido son portadas por los protones y electrones.
La existencia de la carga eléctrica da lugar a una nueva interacción fundamental en la naturaleza ya que
existe una fuerza de atracción entre cargas de distinto signo, mientras que la interacción se vuelve repulsiva
si las cargas tienen signo idéntico.
La materia es eléctricamente neutra, de lo que podemos deducir alguna cosas:
· Debe de existir una carga eléctrica elemental (la carga eléctrica del electrón). En consecuencia, la carga eléctrica perdida o adquirida en los procesos de transferencia de carga debe ser siempre un múltiplo entero de la carga eléctrica elemental. Se dice que la carga eléctrica está "cuantizada".
· El valor de la carga eléctrica elemental es 1,60. 10 -19 C.
· La neutralidad eléctrica de la materia se explica por la existencia de un número idéntico de cargas positivas y negativas.
· El mecanismo por el cual un cuerpo adquiere carga eléctrica (sea positiva o negativa) implica la transferencia de electrones débilmente ligados al núcleo atómico (los que ocupan las capas más externas). Si un cuerpo pierde electrones quedará cargado positivamente debido al exceso de carga positiva y si los gana adquirirá la correspondiente carga negativa.

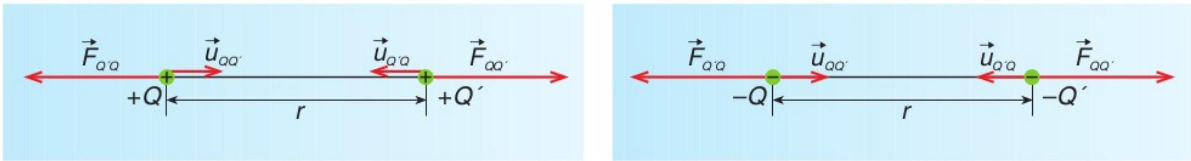
1.- LEI DE INTERACCIÓN ENTRE CARGAS. ELÉCTRICAS: LEI DE COULOMB

La interacción entre dos cargas (supuestas puntuales) viene descrita por la ***Ley de Coulomb*** *(1785) que establece que la fuerza con que dos cargas se atraen o se repelen es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*



$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \cdot \vec{u}_r \begin{cases} \nearrow \ \vec{F} = k \cdot \dfrac{Q \cdot Q'}{r^2} \cdot \vec{u}_r; \text{ para cargas de igual signo, a)} \\ \searrow \ \vec{F} = -k \cdot \dfrac{|Q \cdot Q'|}{r^2} \cdot \vec{u}_r; \text{ para cargas de distinto signo, b)} \end{cases}$$

a)



Para cargas del **mismo signo**, e sentido de F coincide con el de u_r (fuerza **repulsiva**):

$$\vec{F} = k \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

b)

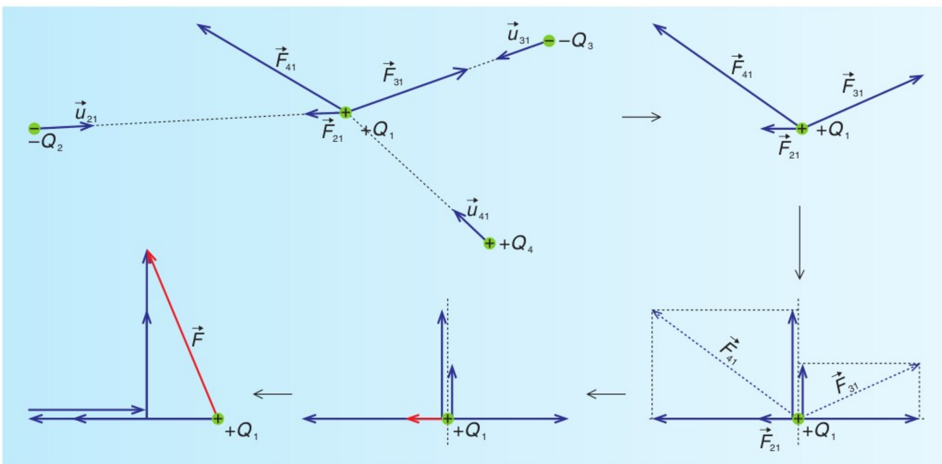
Para cargas de **distinto signo**, el sentido de F es el contrario al de u_r (fuerza **atractiva)**:

$$\vec{F} = -k \cdot \frac{|Q \cdot Q'|}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

La ecuación de dimensiones de la constante k en el SI:

$$[k] = \left[\frac{F \cdot r^2}{Q^2}\right] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2}{I^2 \cdot T^2} = M \cdot L^3 \cdot T^{-2} \cdot I^{-2} \cdot T^{-2} = M \cdot L^3 \cdot T^{-4} \cdot I^{-2}$$

Si en vez de una carga son varias las cargas puntuales (Q_2 , Q_3 , ...), la fuerza total ejercida sobre la carga puntual Q_1 se obtiene sumando (vectorialmente) todas las fuerzas individuales ejercidas sobre la carga Q_1 : principio de superposición: F = F_{21} + F_{31} + F_{41} + ...



2. CAMPO ELÉCTRICO: CONCEPTO

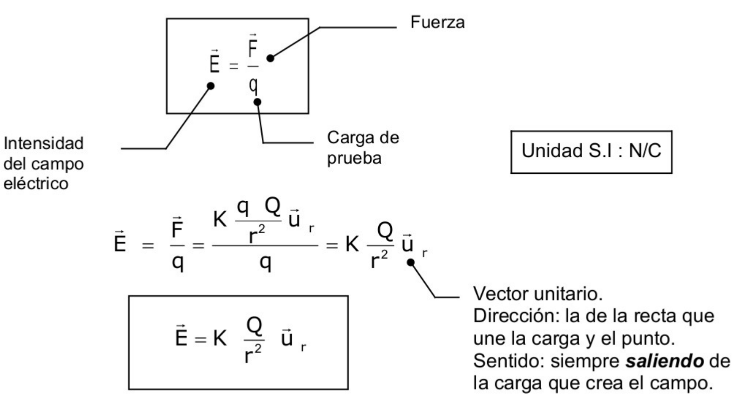
Sea una carga Q (por ejemplo, positiva) y en sus proximidades, a la distancia r_1 , otra carga Q’ (negativa).
La carga Q’ es atraída por la otra Q con una fuerza que viene dada porla expresión:

$$F_{Q\text{–}Q'} = k\cdot \frac{Q\cdot Q'}{r_1^2}$$

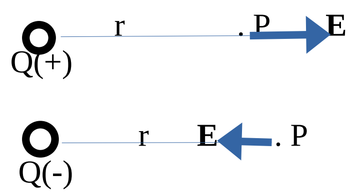
Si alejamos la carga Q’ hasta una distancia r_2 (mayor que r_1) la fuerza con que Q atrae a Q’ es menor. Para otra distancia r_3 mayor, $F_{Q\text{–}Q'}$ es más pequeña, llegando a ser prácticamente cero para un determinado valor de r_n . A partir de esta distancia, Q no ejerce fuerza atractiva sobre Q’: se dice que Q’ está en el infinito y a la región del espacio donde Q manifiesta sus efectos de interacción sobre la carga Q’ secle llama campo eléctrico.
Resumiendo diremos que toda carga eléctrica ejerce, en su proximidad, fuerzas de atracción o repulsión sobre otras cargas. A la región el espacio donde se manifiestan las fuerzas centrales de tipo electrostático se le llama **campo eléctrico.**
El campo eléctrico, como todo campo de fuerzas, viene determinado por tres elementos que lo definen:
• La intensidad de campo.
• El potencial.
• Las líneas de fuerza, que nos permite visualizarlo.

3. INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO

El campo es una entidad física medible y se define la intensidad del campo eléctrico (**E**) en un punto como la fuerza ejercida sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto.



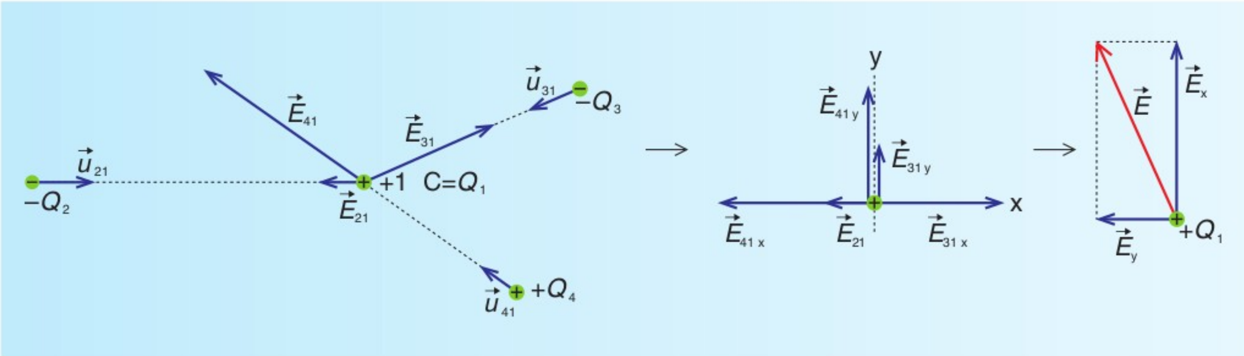
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q'} = \begin{cases} +k\cdot\frac{Q}{r^2}\cdot\vec{u}_r;\ \text{se } Q \text{ é positiva.} \\ -k\cdot\frac{|Q|}{r^2}\cdot\vec{u}_r;\ \text{se } Q \text{ é negativa.} \end{cases}$$



- La intensidad de campo, así definida, ***establece un vector*** (y sólo uno) para cada uno de los puntos del espacio. El campo eléctrico es un ***campo vectorial.***
- El valor del campo eléctrico en un punto ***es independiente de la carga de prueba*** y depende sólo de la carga que crea el campo y la distancia a la que esté el punto considerado.
- Los puntos que estén a una misma distancia de la carga central ***tendrán un mismo valor*** para la intensidad de campo. *La distancia se toma desde el centro de la carga*.
- La intensidad del campo eléctrico ***decrece muy rápidamente con la distancia,*** ya que es ***inversamente proporcional a su cuadrado.***
- ***El sentido del vector campo eléctrico depende del signo de la carga***. Si ésta es positiva el campo es radial y saliente (se dice que en el lugar en el que hay una carga positiva existe una "*fuente"* del campo) Si la carga es negativa el campo es radial y entrante (se dice que existe un "sumidero" del campo)

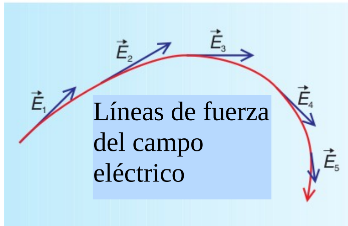
La ecuación de dimensiones de E, en el SI, es:
$[E] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot T^{-1} \cdot I^{-1} = M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$ con la unidad de kg m s^{-3} A^{-1} (o N/C).

Si son varias las cargas creadoras de campo: Q_1 , Q_2 , ...; situadas a la distancia r_1 , r_2 , ..., de un punto P, cada carga ejerce su intensidad: E_1 , E_2 , ⋯, como si estuviese sola, siendo la intensidad total igual a la suma vectorial de las intensidades individuales: esto se conoce como principio de superposición:

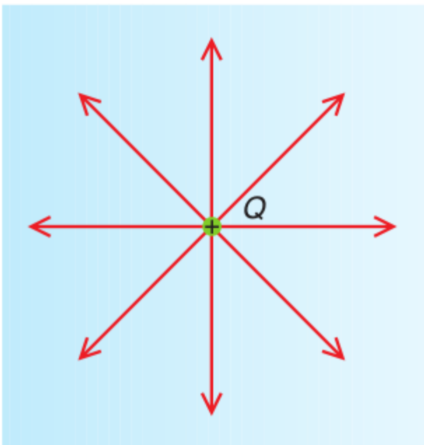


4. LÍNEAS DE FUERZA

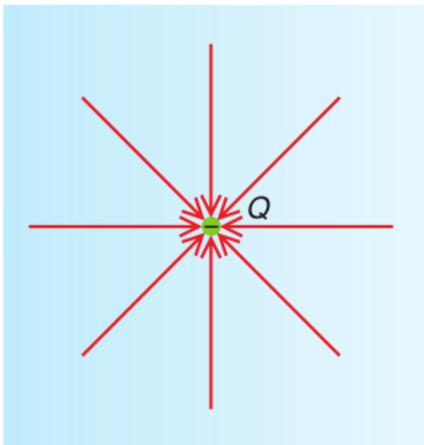
El campo eléctrico puede representarse gráficamente por medio de unas líneas imaginarias, llamadas líneas de fuerza o líneas de campo, que son tangentes en cada punto a la dirección del vector intensidad de campo eléctrico, **E** , y se le asignan el mismo sentido que el del vector **E** .



Cuando el campo es creado por una sola carga puntual, las líneas de fuerza representan las trayectorias que seguirían las cargas positivas abandonadas en el campo, siendo radiales, ya que las fuerzas electrostáticas son centrales. Por convenio salen de las cargas positivas (fuentes) o del infinito y terminan en el infinito o en las cargas negativas (sumideros). En los dibujos se representan las líneas de fuerza del campo eléctrico de una carga puntual positiva y de una negativa.

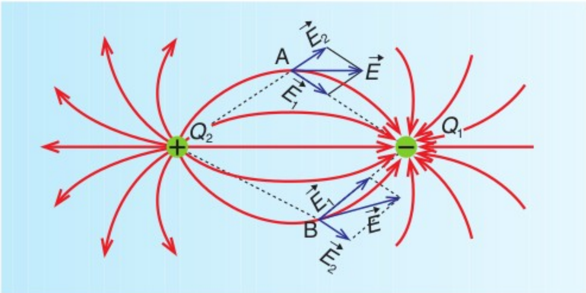


Líneas de fuerza del campo eléctrico de una carga puntual positiva

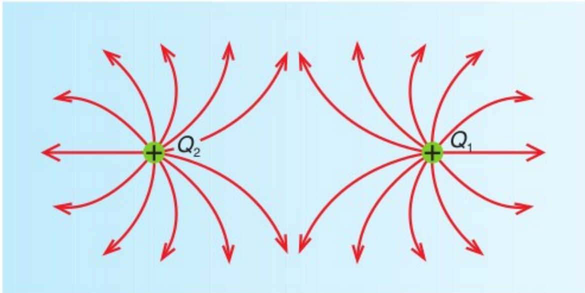


Líneas de fuerza del campo eléctrico de una carga puntual negativa

Para el caso de dos cargas puntuales de igual valor, las líneas de fuerza son las indicadas a continuación, según se trate de cargas de distinto signo o de igual signo.

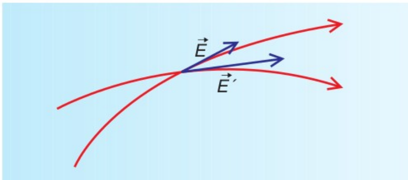


Líneas de fuerza del campo eléctrico de dos cargas puntuales de igual valor y diferente signo

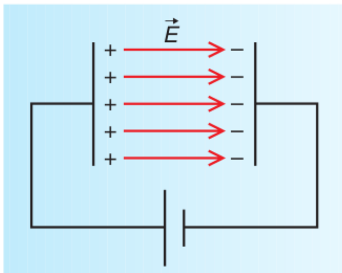


Líneas de fuerza del campo eléctrico de dos cargas puntuales idénticasd

Dos líneas de fuerza nunca se cortan en un punto. Si esto sucediera, en el punto de intersección, el vector intensidad de campo, **E** , tendría que ser tangente simultáneamente a ambas liñas, lo que implica dos valores para **E** , hecho imposible.



Si **E** es constante en módulo, dirección y sentido en todos los puntos de una zona del espacio, se dice que el campo es homogéneo o uniforme en esa zona y se representa por líneas de campo paralelas y equidistantes. Se comprueba experimentalmente que un campo de estas características aparece cuando conectamos dos placas metálicas, paralelas y separadas una pequeña distancia (condensador plano) a un generador de continua. Cuando **E** no varía en el tiempo se dice que el campo eléctrico es estacionario.



5. TEOREMA DE GAUSS. APLICACIONES

En la práctica, los campos eléctricos son creados por cargas distribuidas sobre superficies de cuerpos de tamaño finito t no por cargas puntuales. Para cargas no puntuales, el cálculo de **E** hay que hacelo utilizando el principio de superposición: sumatorio de los $\mathbf{E_i}$ creados por los elementos de carga dQ_i . A veces no es fácil resolver la integral que resulta . Sin embargo si los cuerpos cargados poseen algún tipo de simetría, sepuede simplificar el cálculo aplicando **el teorema de Gauss.**

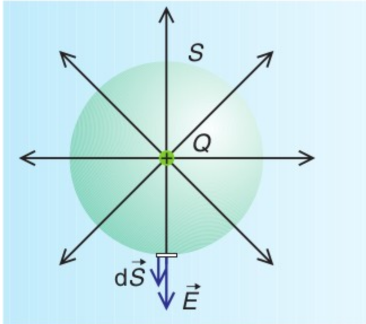
Para eso empezamos recordando el concepto de flujo, Φ, a través de una superficie S: representa el número de líneas de fuerza que atraviesan esa superficie y viene dado por las expresiones:

$\Phi_S = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S}$ (Si la intensidad de campo E es uniforme).

$\Phi_S = \int \mathbf{E} \cdot \mathbf{dS}$ (Si la intensidad de campo E no es uniforme en toda la superficie S),

siendo **E** el valor de la intensidad de campo en el elemento de superficie d**S**, En caso de que la superficie S sea cerrada, la integral se indica de la forma: $\Phi_S = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\,\vec{S}.$

Supongamos una carga puntual +Q. Las líneas de fuerza salen en forma radial. Para calcular el flujo, Φ, de esta carga imaginamos una superficie cerrada, de modo que **E** sea perpendicular a la superficie en cada punto y su módulo sea constante en toda ella: una esfera con centro la propia carga. L superficie que cumple estas condiciones recibe el nombre de superficie gaussiana.



$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E \cdot dS$$

Para el caso que estamos estudiando (carga puntual situada en el centro de la esfera gaussiana de radio r), el módulo de **E** , para cualquier punto de la superficie de la esfera, es constante, viene dado por la expresión: $E = \frac{k\,Q}{r^2}$. Porlo tanto:

$$\Phi_S = E \cdot \oint_S dS = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \oint_S dS = \frac{k \cdot Q}{r^2} \cdot S$$

Escribiendo la superficie de la esfera, S, en función de su raldio, r: $S = 4\pi r^2$, tenemos:

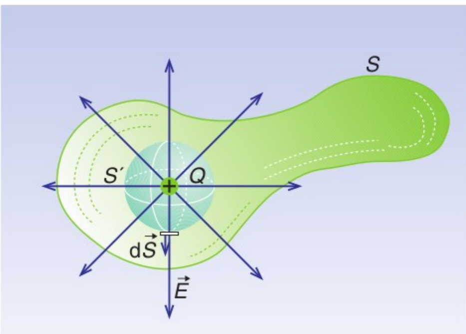
$$\Phi_S = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = k \cdot Q \cdot 4 \cdot \pi$$

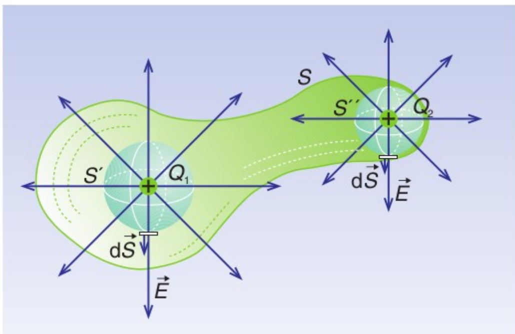
Al poner k en función de la constante dieléctrica del medio, ε : $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$.

$$\Phi_S = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot Q \cdot 4 \cdot \pi \rightarrow \Phi_S = \frac{Q}{\varepsilon}$$

Si la carga puntual +Q está contenida en una superficie S cualquiera, el flujo que atraviesa esta superficie, Φ_S , coincide con el flujo que atraviesa la superficie S’, $\Phi_{S'}$, contenida en la superficie S y que tiene por centro la carga +Q. Por lo tanto:

$$\Phi_S = \Phi_{S'} = \frac{Q}{\varepsilon}$$



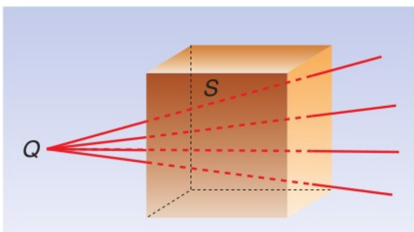


Si son varias las cargas: Q_1 , Q_2 , Q_3 , ..., que hay en el interior de la superficie S, el flujo total es igual a la suma de los flujos correspondientes a cada una de ellas:

$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + ... = \frac{\sum Qi}{\varepsilon}$$

Expresión que constituye el teorema de Gauss y que nos dice que “el flujo total del campo **E** a través de una superficie cerrada cualquiera, S , es igual al cociente entre la carga total contenida dentro de la superficie y la permitividad del medio en la que se encuentran, ε”.

Si la carga está fuera de la superficie considerada: Φ = 0.



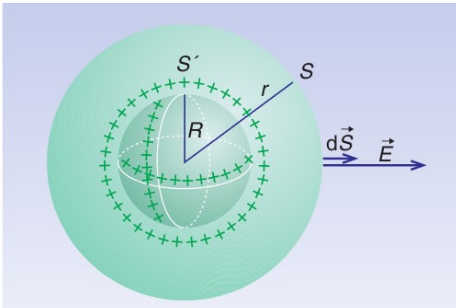
5.1. Campo eléctrico creado por una esfera conductora, uniformemente cargada, en equilibrio electrostático.
a) En un punto de su interior.

Decimos que un conductor cargado se encuentra en equilibrio electrostático cuando las cargas que posee están en reposo.
En un conductor cargado con las cargas en equilibrio electrostático, estas están distribuidas uniformemente por su superficie: las cargas se repelen y de estar en el interior se desplazarían hasta que la distancia sea máxima; es decir: hasta la superficie del conductor.
Al situarse las cargas sobre la superficie del conductor, la carga encerrada por una superficie interior es nula y recordando el concepto de flujo y el teorema de Gauss resulta:

$$\left.\begin{array}{l} \Phi = \oint_{\text{S esfera interior}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \\ \Phi = \dfrac{Q}{\varepsilon} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \oint_{\text{S interior}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{Q_{\text{interior}}}{\varepsilon} \\ Q_{\text{interior}} = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \boldsymbol{E} = \mathbf{0}$$

El resultado es que la intensidad de campo eléctrico en el interior de un conductor en equilibrio electrostático es nula.
b) En un punto exterior a la esfera

La intensidad de campo eléctrico, **E** , como todo vector, consta de módulo, dirección y sentido. Empezamos estudiando el módulo, para el que:
1º: Trazamos una superficie gaussiana, que pase por el punto donde queremos conocer el campo **E y** que en cualquier punto de esa superficie su valor numérico sea constante: una esfera.



2º: Calculamos el flujo del vector E , que atraviesa la superficie anteriormente trazada:

$$\Phi = \oint_{\text{S de Gauss}} \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E\, \mathrm{d}S \cos 0^\circ \overset{9}{=} E \oint_S \mathrm{d}S = E\,S$$

3º: Aplicamos o teorema de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l} \Phi = \dfrac{Q}{\varepsilon} \\ \Phi = E \cdot S \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} E \cdot S = \dfrac{Q}{\varepsilon} \\ S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} E = \dfrac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} \\ k = \dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \end{array}\right\} \rightarrow \boldsymbol{E} = \boldsymbol{k}\,\dfrac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{r}^2}$$

La dirección es la del radio de la esfera que tenga por línea de acción la recta que pasa por eo punto donde queríamos conocer **E** y su sentido es hacia el infinito, si la carga de la esfera es positiva, o hacia el centro de la esfera si la carga es negativa.
Resulta que el campo **E** creado por una carga Q, distribuida sobre una esfera conductora en equilibrio electrostático en un punto exterior a ella, es igual a la intensidad de campo creada por esa misma carga si fuese puntual y estuviese situada en el centro de la esfera.

c) En un punto de su superficie

En un punto de la superficie de la esfera de radio R, la distancia r toma el valor de R, y el valor de **E** es:

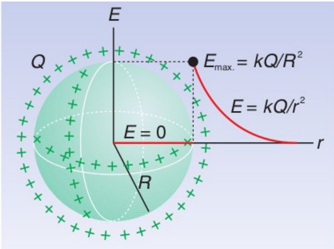
$$\mathbf{E} = k\,\frac{Q\,u_R}{R^2}$$

Si lo queremos expresar en función de la densidad superficial de carga, σ , dividimos la carga Q entre la superficie S´ en la que está distribuida, obteniendo la carga por unidad de superficie, chamada densidad superficial de carga, que se simboliza por σ: $\sigma = \frac{Q}{S'}$, resultando:

$$E = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{\sigma\cdot S'}{r^2} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{\sigma\cdot 4\cdot\pi\cdot R^2}{r^2}$$

Cando estamos na superficie da esfera, R é igual a r, resultando: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$.

La representación gráfica del valor de la intensidad de campo eléctrico creada por una esfera metálica cargada con una carga Q es la que se indica en la figura adjunta.

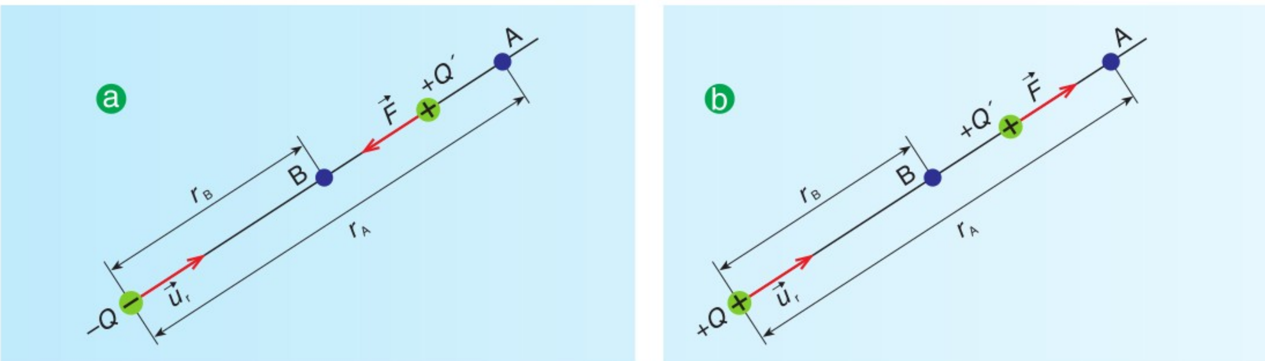


6. ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Cuando las fuerzas son conservativas, el trabajo solo depende de la posición inicial y final de la partícula y a cada punto de la trayectoria seguida por la partícula se le puede asignar un escalar, llamado energía potencial, Ep , de modo que el trabajo realizado por la fuerza conservativa del campo sea igual a la disminución de esta energía potencial.

la **fuerza electrostática es central** y, por lo tanto, **conservativa**, pudiendo definir una energía potencial eléctrica de la forma: $W_{B\to A,\text{ hecho por la fuerza conservativa del campo}} = -\Delta E_p = -(E_{pA} - E_{pB})$.

Supongamos una carga eléctrica puntual fija Q, negativa en el primer dibujo y positiva en el segundo, que crea un campo eléctrico, y otra Q’, positiva, que se traslada de B a A. Vamos a calcular, para los dos casos, el trabajo hecho por la fuerza del campo cuando la carga Q’ se traslada de B a A. Para eso hacemos uso de la expresión: $W_B^A = \int_B^A \vec{F}\,d\vec{r}$.



Para cargas de distinto signo, que es el caso a) de la figura, tenemos:

$$W_B^A = \int_{r_B}^{r_A} F\cdot dr\cdot\cos 180^\circ = -\int_{r_B}^{r_A} F\cdot dr = -\int_{r_B}^{r_A} k\cdot\frac{Q\cdot Q'}{r^2}\cdot dr =$$

$$= -k\cdot Q\cdot Q'\int_{r_B}^{r_A}\frac{dr}{r^2} = -k\cdot Q\cdot Q'\cdot\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_B}^{r_A} = -\left[\left(-k\cdot\frac{Q\cdot Q'}{r_A}\right) - \left(-k\cdot\frac{Q\cdot Q'}{r_B}\right)\right]$$

$$W_B^A = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots = -\left[(\quad E_{pA}\quad) - (\quad E_{pB}\quad)\right]$$

Para cargas de igual signo, que es el caso b) de la figura, tenemos:

$$W_{\mathrm{B}}^{\mathrm{A}} = \int_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} F \cdot \mathrm{d}\, r \cdot \cos 0^{\circ} = \int_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} F \cdot \mathrm{d}\, r = \int_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} k \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \cdot \mathrm{d}\, r =$$

$$= k \cdot Q \cdot Q' \int_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} \frac{\mathrm{d}\, r}{r^2} = k \cdot Q \cdot Q' \cdot \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_{\mathrm{B}}}^{r_{\mathrm{A}}} = -\left[\left(+k \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r_{\mathrm{A}}} \right) - \left(+k \cdot \frac{Q \cdot Q'}{r_{\mathrm{B}}} \right) \right]$$

$$W_{\mathrm{B}}^{\mathrm{A}} = \cdots\cdots\cdots\cdots = -\left[\left(E_{\mathrm{pA}} \right) - \left(E_{\mathrm{pB}} \right) \right]$$

Por comparación de las últimas igualdades, concluimos que:

$$E_{\mathrm{pB}} = -k \cdot \frac{|Q \cdot Q'|}{r_{\mathrm{B}}} \text{ e } E_{\mathrm{pA}} = -k \cdot \frac{|Q \cdot Q'|}{r_{\mathrm{A}}}, \text{ para cargas de distinto signo.}$$

$$E_{\mathrm{pB}} = +k \cdot \frac{|Q \cdot Q'|}{r_{\mathrm{B}}} \text{ e } E_{\mathrm{pA}} = +k \cdot \frac{|Q \cdot Q'|}{r_{\mathrm{A}}}, \text{ para cargas de igual signo.}$$

Vemos que si la fueza **F** es de repulsión (Q y Q’ del mismo signo) la energía potencial es positiva, mientras que si la fuerza es atractiva (Q y Q’ de distinto signo) la energía potencial es negativa.

$$\text{Se } r_{\mathrm{A}} \to \infty: \; W_{\mathrm{B}}^{\infty} = \begin{cases} -\left[(0) - \left(-\dfrac{k \cdot |Q \cdot Q'|}{r_{\mathrm{B}}} \right) \right] = + \left(-k \cdot \dfrac{|Q \cdot Q'|}{r_{\mathrm{B}}} \right) = E_{\mathrm{pB}}, \text{ para cargas de } \neq \text{ signo.} \\ -\left[(0) - \left(+\dfrac{k \cdot Q \cdot Q'}{r_{\mathrm{B}}} \right) \right] = + \left(+k \cdot \dfrac{Q \cdot Q'}{r_{\mathrm{B}}} \right) = E_{\mathrm{pB}}, \text{ para cargas de } = \text{ signo.} \end{cases}$$

Estas igualdades vienen a decirnos que la **energía potencial eléctrica en un punto es el trabajo hecho por la fuerza conservativa del campo eléctrico cuando la carga Q’ se desplaza desde ese punto hasta el infinito.**

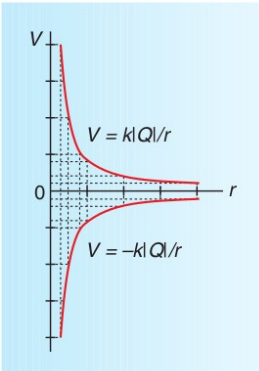
7. POTENCIAL ELÉCTRICO: CONCEPTO Y SENTIDO FÍSICO

Si Q’ es la unidad de carga positiva, 1C en el SI, la energía potencial electrostática en el punto donde esta carga se encuentra es:

$$E_{\mathrm{pB}} = -k \cdot \frac{|Q| \cdot 1}{r_{\mathrm{B}}}$$ para cargas de distinto signo; si Q es negativa

$$E_{\mathrm{pB}} = +k \cdot \frac{Q \cdot 1}{r_{\mathrm{B}}}$$ para cargas de igual signo; si Q es positiva

que por definición es el valor del potencial eléctrico, V, creado por la carga Q en el punto donde se encuentra la unidad de carga positiva, Q’. Por lo tanto, el potencial eléctrico creado por una carga Q en un punto es la energía potencial electrostática por unidad de carga positiva colocada en ese punto.

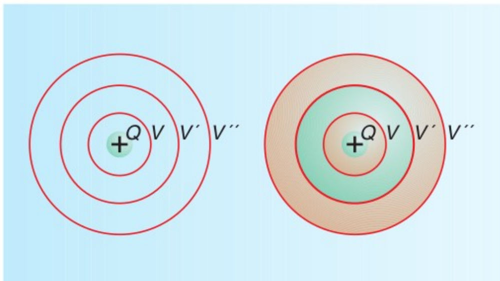


$$V_{\mathrm{B}} = \frac{E_{\mathrm{p_B}}}{Q'} = \begin{cases} -k \cdot \dfrac{|Q|}{r_{\mathrm{B}}}, \text{ se } Q \text{ é negativa} \\ +k \cdot \dfrac{Q}{r_{\mathrm{B}}}, \text{ se } Q \text{ é positiva} \end{cases}$$

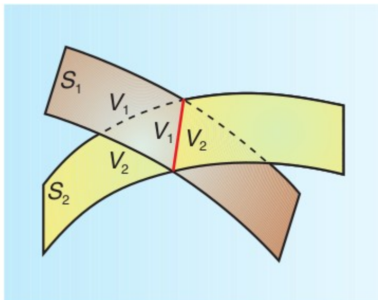
La gráfica de estas ecuaciones es el indicado en ña figura. En ella se ve como aumenta el potencial creado por una carga puntual positiva situada en un punto O conforme diminuye la distancia r.
Si la carga es negativa, el potencial eléctrico que crea aumenta con el aumento de r, tomando el valor cero para r = ∞.
Fijémonos en que la energía potencial de una carga Q' situada en un punto P del campo eléctrico creado por una carga Q depende del valor de Q', sin ewmbargo el potencial eléctrico describe desde un punto de vista energético el campo en cada punto.
Con el concepto de energía potencial eléctrica, $W_{AB} = -(E_{pB} - E_{pA})$, y de potencial eléctrico, $V_A = E_{pA} / Q'$, podemos relacionar la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos con el trabajo hecho por la fuerza conservativa del campo:

$$\left.\begin{array}{l} W_A^B = -\Delta E_p \\ \Delta E_p = Q' \cdot \Delta V \end{array}\right\} \rightarrow W_A^B = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot (V_B - V_A)$$

Se A → ∞ tenemos: $W_\infty^B = -Q' \cdot V_B$.
En función del trabajo, el potencial eléctrico creado por una carga Q representa el trabajo –cambiado de signo– hecho por la fuerza conservativa del campo cuando la unidad de carga positiva se desplaza desde el infinito hasta el punto considerado. Equivale al trabajo que temos que hacer para llevar con velocidad constante la unidad de carga positiva desde el infinito hasta ese punto.
Los puntos que tienen igual potencial se dice que son equipotenciales. Si estos puntos determinan una línea se trata de una línea equipotencial; si forman una superficie aparece una superficie equipotencial; si lo que constituyen es un volumen se trata de un volumen equipotencial.

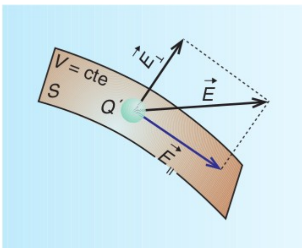


Dos superficies equipotenciales no se pueden cortar, ya que en los puntos de corte habría dos valores de potencial.
La intensidad de campo eléctrico es siempre perpendicular a las superficies equipotenciales. De no serlo, siempre habría un componente del campo tangente a la superficie que, en el desplazamiento de una carga Q' a lo largo de la superficie equipotencial, desenvolvería un trabajo; $W = Q' \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{\Delta r} \neq 0$, situación que no es posíble, ya que:
$W_A^B = -Q' \cdot \Delta V = -Q' \cdot 0 = 0$.



Superficies equipotenciales, que de cortarse a lo largo de la línea roja, los puntos que le pertenecen tendrían, a la vez, dos valores distintos de potencial.

De no ser la intensidad de campo eléctrico **E** perpendicular a la superficie equipotencial siempre habrá un componente de **E** paralelo a dichasuperficie: E_{II} .



Si son varias las cargas puntuales creadoras de campo, se cumple el principio de superposición: el potencial total en un punto es la suma algébrica de los potenciales creados en este punto por cada una de las cargas de forma individual: $V_{total} = V1 + V2 + \cdots$.

La ecuación de dimensiones de V en el SI es:

$$[V] = \left[\frac{E_{\mathrm{p}}}{Q}\right] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L}{I \cdot T} = M \cdot L^{2} \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$$

8. RELACIÓN ENTRE LA INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO, E , Y EL POTENCIAL ELÉCTRICO, V

Sabemos que el trabajo, W, desenvuelto por la fuerza electrostática lo podemo relacionar con la variación de la energía potencial eléctrica, ΔE_{p}:

$$\left.\begin{aligned} W_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} &= \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\ W_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} &= -\Delta E_{\mathrm{p}} \end{aligned}\right\} \rightarrow \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\Delta E_{\mathrm{p}}$$

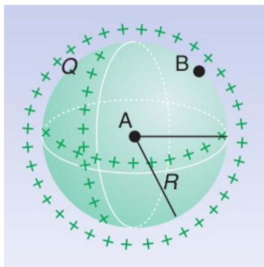
Se dividimos esta expresión por la carga de prueba Q' resulta:

$$\left.\begin{aligned} &\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \frac{\vec{F}}{Q'} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\frac{\Delta E_{\mathrm{p}}}{Q'} \\ &\frac{\vec{F}}{Q'} = \vec{E} \\ &\frac{\Delta E_{\mathrm{p}}}{Q'} = \Delta V \end{aligned}\right\} \rightarrow \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\Delta V$$

Esta última expresión puede expresarse en forma diferencial como:

E · d **r** = − d V → d V = − **E** · d **r**

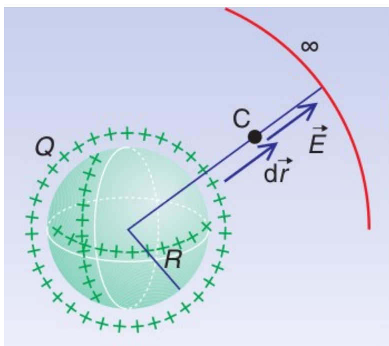
El signo menos que aparece indica que **E** tiene el sentido de potenciales decrecientes.



De esta última expresión deducimos que si la intensidad de campo eléctrico **E** es nula, el potencial V no puede variar, ΔV = 0, teniendo un valor constante en todos los puntos. Es lo que ocurre en el interior de una esfera conductora cargada en equilibrio electrostático, tratándose de un volumen equipotencial:

$$\left.\begin{aligned} &\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \mathrm{d}V = -\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} \\ &\vec{E} = \vec{0} \end{aligned}\right\} \rightarrow \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \mathrm{d}V = 0 \rightarrow V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}} = 0 \rightarrow V_{\mathrm{B}} = V_{\mathrm{A}}$$

A y B son dos puntos cualquiera pertenecientes a la esfera conductora; para el caso del dibujo, A está en el centro de la esfera y B está infinitamente próximo a su superficie.



Conociendo **E** en función de **r** , **E** = E(**r**), podemos obtener la expresión del potencial. Como aplicación vamos a calcular el potencial creado por una carga +Q, distribuida uniformemente en una esfera conductora, en equilibrio electrostático, en un punto C exterior a la misma.

$$\rightarrow V_{\mathrm{C}} = \int_{\mathrm{C}}^{\infty} \frac{k \cdot Q}{r^{2}} \, \mathrm{d}r = \left[-\frac{k \cdot Q}{r}\right]_{\mathrm{C}}^{\infty} = \frac{k \cdot Q}{r_{\mathrm{C}}}$$

Si C está en la superficie de la esfera, r C toma el valor del radio de la esfera, R, y la expresión del potencial é: $V = k \cdot \frac{Q}{R}$

Resulta que el potencial eléctrico creado por una carga Q distribuida en una esfera conductora en equilibrio electrostático en un punto de su superficie o en un punto exterior a ella, es igual al potencial creado por esa misma carga si fuese puntual y estuviera situada en el centro de la esfera.

¿Cuál es la expresión de V para un punto interior a la esfera conductora cargada en equilibrio electrostático?

Anteriormente vimos que el potencial en un punto interior de la esfera es constante y como, además, el potencial es continuo, su valor coincide con el potencial de un punto de la superficie de la esfera, siendo: $V_{interior} = k\ Q/R$.