

MOVIMENTO ONDULATORIO

CUESTIÓNS

1.- Mapa conceptual dos contidos do tema.

Solución:

Ver páxina 246 do texto "Física" de 2º de Bacharelato, Ed. Baía.

2.- Considera dúas ondas de radio: Unha en onda media (AM) de 1000 kHz e outra en frecuencia modulada (FM) de 100 MHz. Razoa cal das dúas posúe maior lonxitude de onda. (*Selectividade COU; set. 02*).

Solución:

Sabemos que a velocidade de propagación das ondas de radio (ondas electromagnéticas) no baleiro é constante e vale 300000 km/s. E a relación que hai entre a velocidade, c , a lonxitude de onda, λ , e a frecuencia, ν , dunha onda vén dada pola expresión: $c = \lambda \cdot \nu$.

Substituíndo na igualdade anterior o valor da frecuencia para o caso da onda media (AM) e para o da onda de frecuencia modulada (FM) resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \nu_{AM} = \lambda_{AM} \cdot 1000 \cdot 10^3 \\ \nu_{FM} = \lambda_{FM} \cdot 100 \cdot 10^6 \\ \nu_{AM} = \nu_{FM} = c \end{array} \right\} \rightarrow \lambda_{AM} \cdot 1000 \cdot 10^3 = \lambda_{FM} \cdot 100 \cdot 10^6 \rightarrow \frac{\lambda_{AM}}{\lambda_{FM}} = 10^2$$

En consecuencia, **a onda de AM ten maior lonxitude de onda ca de FM** ($\lambda_{AM} = 10^2 \cdot \lambda_{FM}$).

3.- Nunha onda mecánica nun medio material, ¿as partículas desprázanse necesariamente na dirección de propagación da onda? Póñase algún exemplo. (*Selectividade COU; xuño 02*).

Solución:

Unha onda dise mecánica (ou material) cando transporta enerxía mecánica e necesita dun medio material para propagarse. Pero como tal onda non transporta masa (non causa un desprazamento das partículas do medio).

Se nos referimos á dirección de vibración das partículas do medio con respecto á dirección de propagación da perturbación, no concepto de onda mecánica vemos que **nada ten que ver a dirección de vibración das partículas coa dirección de propagación da onda**. Segundo esta última relación aparece a clasificación de ondas transversais e lonxitudinais.

Son exemplos de ondas mecánicas:

- As do son, que ademais son lonxitudinais e tridimensionais.
- As que se propagan nunha corda, que ademais son transversais e unidimensionais.

- As que aparecen na superficie da auga, que ademais son transversais e bidimensionais.

4.- Escribe a ecuación dunha onda de frecuencia 100 Hz, que se propaga coa velocidade de 200 m s⁻¹ na dirección do eixe "x", cara á esquerda e con amplitude de 0,1 m. (*Selectividade COU; set. 01*).

Solución:

A ecuación dunha onda harmónica unidimensional, que se propaga ó longo do eixe x e no seu sentido negativo (cara á esquerda) e que a vibración asociada ó movemento harmónico simple ten lugar na dirección do eixe y, vén dada pola expresión: $y(x, t) = A \sin(\omega t + k x)$, sendo: y a elongación; A a amplitude; ω a pulsación; t o instante no que se estudia o estado de perturbación dunha partícula en torno á súa posición central; k o número de onda e x a distancia da partícula ó longo da dirección de propagación da perturbación.

$$\omega = 2 \pi \nu \rightarrow \omega = 2 \pi 100 = 200 \pi \text{ s}^{-1}$$

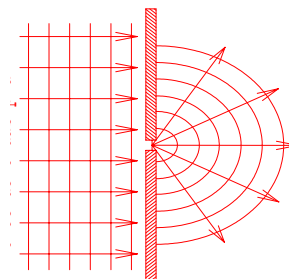
$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{2 \pi}{\lambda} \\ \nu &= \lambda \nu \end{aligned} \right\} \rightarrow k = \frac{2 \pi}{\nu/\nu} \rightarrow k = \frac{2 \pi}{200/100} = 2 \text{ m}^{-1}$$

$$y(x, t) = 0,1 \cdot \sin(200 \pi t + \pi x) \text{ m}$$

5.- Unha onda plana incidente atravesa unha fenda, na que o seu ancho posúe unha magnitude da orde da lonxitude da onda incidente. Debuxa e explica as ondas incidente e a emerxente da fenda. (*Selectividade COU; xuño 00*).

Solución:

Cando unha fronte de ondas alcanza unha fenda, que ten un ancho da orde de magnitude (ou un tamaño menor) da lonxitude de onda, λ , da onda que se propaga, **aparece un novo foco emisor de ondas, das mesmas características que as que chegan á fenda**, propagando a vibración ós puntos do seu arredor, producíndose o fenómeno de difracción. Así, se a onda incidente é harmónica, o punto da fenda alcanzado pola vibración convértese tamén nun vibrador harmónico, cun movemento harmónico da mesma natureza que o foco.



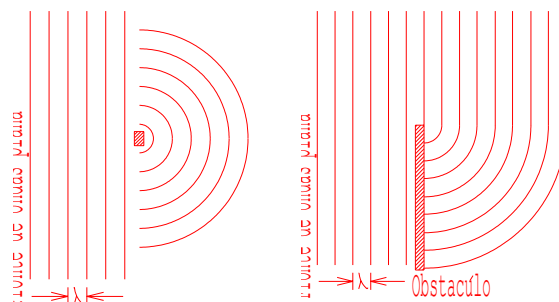
Como a **onda** que alcanza ó obstáculo é **plana**, o seu foco emisor está a gran distancia da fenda coa que se encontra e **debuxámola con rectas paralelas**.

6.- ¿Que tipo de fenómeno se presenta cando unha onda atopa un obstáculo de dimensións comparables á súa lonxitude de onda? Pon algún exemplo. (*Selectividade COU; xuño 99*).

Solución:

Cando unha onda atopa un obstáculo de menor tamaño ou de dimensións comparables á súa lonxitude de onda, λ , aparece o **fenómeno de difracción**, que é característico do movemento ondulatorio. Consiste en que a onda bordea ó obstáculo, propagándose ó seu arredor. É o caso das ondas sonoras de frecuencia modulada que poden bordear a maioría dos obstáculos que atopan no seu camiño, pero non poden salvar un gran edificio ou unha montaña.

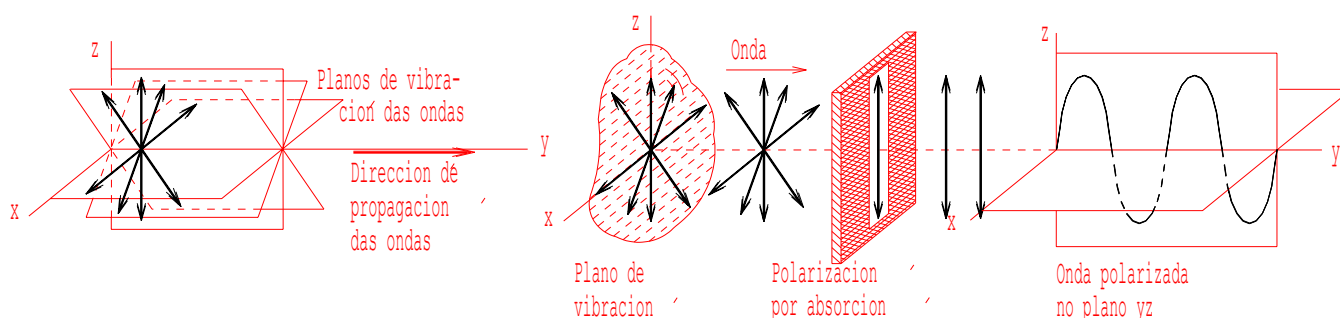
Para unha onda incidente plana, o debuxo desta onda e o da onda emerxente (difractada) é o que se indica á marxe.



7.- ¿Poden polarizarse as ondas sonoras? Xustifica a resposta. (*Selectividade COU; xuño 97*).

Solución:

Polarizar unha onda, no seu sentido máis amplo, consiste en limitar, dalgún modo, a forma libre de vibración das partículas do medio. Se conseguimos que a vibración teña lugar nun único plano dise que a onda está **polarizada linealmente**: as partículas afectadas pola onda efectúan vibracións nunha única dirección, perpendiculares á de propagación.



No caso do son, que é unha onda lonxitudinal, non ten sentido falar de polarización, xa que a dirección de vibración coincide coa dirección de propagación (ó eliminar unha dirección de vibración eliminamos a onda nesa dirección).

8.- Establece as diferencias entre difracción e interferencia. (*Selectividade COU; set. 96*).

Solución:

Tanto a difracción como as interferencias son dúas propiedades das ondas. A difracción consiste na propiedade que teñen as ondas para:

- Borear os obxectos cando a lonxitude de onda é do orde de tamaño (ou maior) que o tamaño do obxecto a borear.
- Converterse nun novo foco emisor de ondas cando alcanza un burato de diámetro menor (ou parecido) á lonxitude de onda da onda que se propaga.

En ambos casos a onda que resulta é das mesmas características que a que se propaga.

A interferencia aparece cando dúas ou máis ondas producidas por focos diferentes coinciden nun ou varios puntos do medio en que se propagan. A perturbación resultante obedece ó principio de superposición de ondas, segundo o cal a elongación dunha partícula do medio afectada simultaneamente por varias ondas é igual á suma das elongacións que lle produciría cada onda por separado. Despois da interferencia as ondas continúan sen modificación ningunha.

9.- Comenta a diferenza entre ondas lonxitudinais e transversais. (*Selectividade COU; xuño 96*).

Solución:

Unha forma de clasificar as ondas é atendendo á relación que garda a dirección de vibración das partículas e a dirección de propagación da perturbación.

Unha onda dise transversal cando a perturbación ten lugar na dirección perpendicular á dirección

de propagación da onda. Así, cando se deixa caer unha pedra nun estanque, as ondas propáganse horizontalmente na superficie da auga e as partículas de líquido vibran na dirección vertical.

Unha onda dise lonxitudinal cando a dirección de perturbación coincide coa dirección de propagación. Un exemplo pode ser o caso de varias bólas de billar que están en contacto formando unha liña recta. Ó darlle un golpe á primeira bóla na dirección e sentido en que están as demais, vemos que a perturbación avanza ó longo da fila, sendo transmitida á última.

Vemos que **a diferenza entre as ondas transversais e as lonxitudinais está en que nas transversais a dirección de vibración é perpendicular á dirección de propagación e nas lonxitudinais a dirección de vibración e a de propagación coinciden.**

10.- Un feixe de luz láser pasa dun medio a outro de índice de refracción menor. ¿O ángulo de refracción será maior ou menor que o ángulo de incidencia? Xustifica a resposta. (*Selectividade COU; xuño 94*).

Solución:

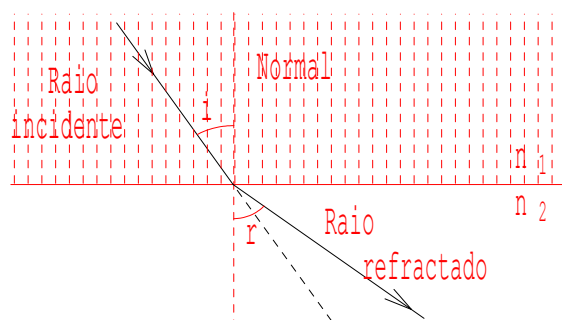
Cando un feixe de luz pasa dun medio a outro de distintos índices de refracción cambia de dirección, aparecendo o fenómeno da refracción.

A relación entre o seno do ángulo formado polo raio incidente coa normal á superficie de separación dos dous medios, chamado ángulo de incidencia, i , e o ángulo formado pola normal co raio refractado, chamado ángulo de refracción, r , co índice de refracción dos dous medios,

n_1 e n_2 , vén dada pola lei de Snell: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$.

Coa condición de que $n_2 < n_1$, a relación de senos é menor que a unidade, resultando que $i < r$:

$$\frac{\sin i}{\sin r} < 1 \rightarrow \sin i < \sin r \rightarrow i < r.$$



11.- ¿Que se entende por refracción dunha onda? Calcula as condicións que deben cumprir os índices de refracción para que o ángulo de incidencia dunha onda luminosa sexa $\theta < \pi/2$ e o ángulo de refracción sexa $\theta = \pi/2$. (*Selectividade COU; set. 91*).

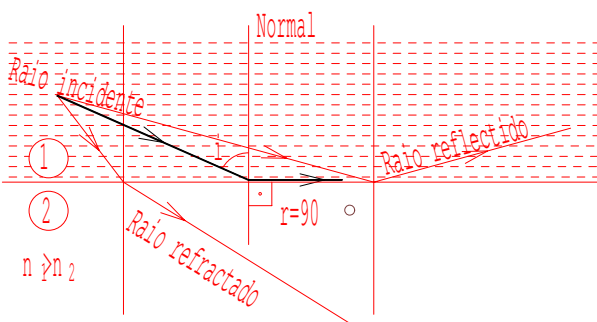
Solución:

Enténdese por refracción dunha onda o cambio de dirección que esta experimenta cando pasa dun medio a outro de distinto índice de refracción.

No fenómeno de refracción, a relación entre o seno do ángulo formado polo raio incidente coa normal á superficie de separación dos dous medios, chamado ángulo de incidencia, i , e o seno do ángulo formado pola normal co raio refractado, chamado ángulo de refracción, r , cos índices de refracción dos dous medios, n_1 e n_2 , vén dada pola lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Nela vemos que para que o ángulo i sexa menor que o ángulo r , o índice de refracción do primeiro medio, n_1 , ten que ser maior que o índice de refracción do segundo medio, n_2 :



$$\sin i < \sin r \cdot i < r \cdot n_1 > n_2$$

12.- Sexa unha onda electromagnética, que se propaga nun medio material ideal a unha frecuencia f_1 ; se lle variamos a súa frecuencia a f_2 , sendo $f_1 > f_2$, ¿diminúe tamén a velocidade de propagación da onda electromagnética? Razona a resposta. (*Selectividade COU; set. 91*).

Solución:

Na gran maioría dos casos, a rapidez de propagación das ondas depende unicamente do medio en que se propagan. Isto permite que, por exemplo, nun concerto se escoiten simultaneamente todas as notas musicais emitidas por distintos instrumentos e que, no caso da luz, se vexa a cor branca que corresponde á mestura das ondas de todas as frecuencias da parte visible do espectro electromagnético

A velocidade da onda, v , relaciónase coa frecuencia, f , mediante a expresión: $v = \lambda \cdot f$, sendo λ a lonxitude de onda. Se a frecuencia diminúe, pasando de f_1 a f_2 , sendo $f_1 > f_2$, tamén varía a lonxitude de onda, pasando de λ_1 a λ_2 , sendo $\lambda_1 < \lambda_2$, de modo que $\lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2$.

Polo tanto, **a velocidade dunha onda electromagnética**, que se propaga nun medio material ideal, **é independente da súa frecuencia, f , propagándose cunha velocidade v constante**.

Cando a velocidade de propagación dunha onda depende (ademais das características do medio) dalgúha característica da onda, como é a súa frecuencia, dise que o medio é dispersivo. Un exemplo é a formación do arco iris, que aparece porque a luz de cada frecuencia (de cada cor) viaxa a unha velocidade determinada.

13.- Explica a diferenza entre as ondas lonxitudinais e transversais. ¿De que tipo son as ondas electromagnéticas? Razona a resposta. (*Selectividade COU; xuño 91*).

Solución:

Unha forma de clasificar as ondas é atendendo á relación que garda a dirección de vibración das partículas e a de propagación da perturbación.

Unha onda dise transversal cando a perturbación ten lugar na dirección perpendicular á dirección de propagación da onda. Así, cando se deixa caer unha pedra nun estanque, as ondas propáganse horizontalmente na superficie da auga e as partículas de líquido vibran na dirección vertical.

Unha onda dise lonxitudinal cando a dirección de perturbación coincide coa dirección de propagación. Un exemplo pode ser o caso de varias bólas de billar que están en contacto formando unha liña recta. Ó darlle á primeira bóla un golpe na dirección e sentido en que están as demais, vemos que a perturbación avanza ó longo da fila, sendo transmitida á última.

Vemos que a diferenza entre as ondas transversais e as lonxitudinais está en que nas transversais a dirección de vibración é perpendicular á dirección de propagación e nas lonxitudinais a dirección de vibración e a de propagación coinciden.

As ondas electromagnéticas consisten nun campo eléctrico e outro magnético, perpendiculares entre si, que varían periodicamente como unha dobre onda transversal harmónica, sendo á súa vez estas vibracións perpendiculares á dirección de propagación da onda. Polo tanto, todo raio de luz pode considerarse como un eixe arredor do cal se efectúan vibracións electromagnéticas a gran velocidade e en todas as direccións perpendiculares ó raio, tratándose dunha onda transversal.

14.- ¿Que é unha onda unidimensional harmónica? Na onda definida pola ecuación

$y = 8 \sin \left[\frac{\pi}{2} x + \frac{\pi}{8} t \right]$ (en m) determina os parámetros: amplitude, número de onda, frecuencia e lonxitude de onda. (*Selectividade COU; xuño 91*).

Solución:

Onda unidimensional harmónica é a propagación dun movemento harmónico nunha dirección. A ecuación desta onda, que se propaga ó longo do eixe x , no seu sentido negativo, e que a vibración asociada ó movemento harmónico simple ten lugar na dirección do eixe y , é da forma:

$$y(x, t) = A \sin (k x + \omega t), \text{ sendo:}$$

- $y(x, t)$, a elongación, que depende da posición, x , e do tempo, t .
- A , a amplitude.
- k , o número de onda, que se relaciona coa lonxitude de onda, λ , coa expresión: $k = \frac{2 \pi}{\lambda}$.
- x , a posición do punto en que se estudia o estado de perturbación.
- ω , a frecuencia angular ou pulsación, que se relaciona coa frecuencia, ν , coa expresión: $\omega = 2 \pi \nu$.
- t , o instante no que se estudia a perturbación.

Comparando a ecuación da onda harmónica coa que corresponde á onda da cuestión resulta:

· **$A = 8 \text{ m}$**

· **$k = \pi/2 \text{ m}^{-1}$**

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{\pi}{8} \\ \omega = 2 \pi \nu \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\pi}{8} = 2 \pi \nu \rightarrow \nu = \frac{\frac{\pi}{8}}{2 \pi} \rightarrow \nu = \frac{1}{16} \text{ s}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{\pi}{2} \\ k = \frac{2 \pi}{\lambda} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2 \pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$$

15.- Escribe a ecuación dunha onda que se propaga por unha corda no sentido negativo do eixe x sabendo que a velocidade de propagación é de 8 m s^{-1} , o período de $0,3 \text{ s}$ e a amplitude de 20 cm .

Solución:

A ecuación dunha onda que se propaga por unha corda no sentido negativo do eixe x e que a vibración asociada ó movemento harmónico simple ten lugar na dirección do eixe y é da forma:

$$y(x, t) = A \sin (\omega t + k x), \text{ sendo:}$$

- $y(x,t)$, a elongación, que depende da posición, x , e do tempo, t .
- A , a amplitude, que na cuestión ten o valor de 0,20 m.
- ω , a frecuencia angular ou pulsación, que se relaciona co período, T , coa expresión:
 $\omega = \frac{2 \pi}{T}$, correspondéndolle o valor de: $\omega = \frac{2 \pi}{0,3} \text{ s}^{-1}$.
- t , o instante no que se estudia a perturbación.
- k , o número de onda, que se relaciona coa lonxitude de onda, λ , coa expresión: $k = \frac{2 \pi}{\lambda}$. O

seu valor obtémolo relacionando a velocidade de propagación, v , da onda coa súa lonxitude de onda, λ , e o período, T :

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2 \pi}{\lambda} \\ \lambda = v \cdot T \rightarrow \lambda = 8 \cdot 0,3 = 2,4 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow k = \frac{2 \pi}{2,4} \text{ m}^{-1}$$

- x , a posición do punto en que se estudia o estado de perturbación.

Levando os valores destas magnitudes á ecuación de onda de máis arriba resulta:

$$y(x, t) = 0,20 \sin \left(\frac{2 \pi}{0,3} t + \frac{2 \pi}{2,4} x \right) \text{ m}$$

16.- ¿Que relación hai entre as intensidade de dúas ondas harmónicas da mesma frecuencia e unha de dobre amplitude que a outra?

Solución:

A intensidade I dunha onda harmónica nun punto é a cantidade de enerxía, E , que na unidade de tempo, t , atravesa a unidade de superficie, S , colocada nese punto perpendicularmente á dirección de propagación da onda: $I = \frac{E}{t \cdot S}$.

E como sabemos que a enerxía dunha onda harmónica é directamente proporcional ó cadrado da amplitude, A , segundo a expresión: $E = 2 \pi^2 m A^2 v^2$, sendo m a masa da partícula que oscila coa frecuencia v , resulta que:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 \propto A_1^2 \\ I_2 \propto A_2^2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \\ A_1 = 2 A_2 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{(2 A_2)^2}{A_2^2} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 4$$

17.- Unha onda plana que incide sobre a superficie de separación de dous medios nos que a velocidade de propagación é v_1 e v_2 ; ¿existe a posibilidade de que a onda non se refracte?

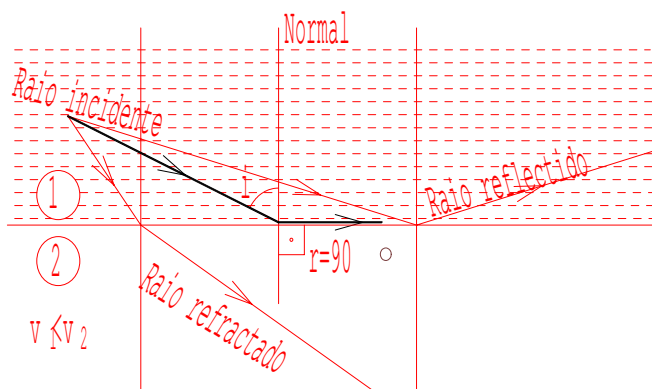
Solución:

Enténdese por refracción dunha onda o cambio de dirección que esta experimenta cando pasa dun medio a outro de distinto índice de refracción.

No fenómeno de refracción, a relación entre o seno do ángulo formado polo raio incidente coa normal á superficie de separación dos dous medios, chamado ángulo de incidencia, i , e o seno do ángulo formado pola normal co raio refractado, chamado ángulo de refracción, r , coa velocidade da onda, v_1 e v_2 , nos dous medios, vén dada pola lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Se $v_1 < v_2$ resulta que $\sin i < \sin r$ e $i < r$, habendo un ángulo de incidencia, chamado ángulo límite, para o cal o ángulo refractado chega a valer 90° . **Para ángulos de incidencia superiores ó ángulo límite**, o raio que emerxe está no mesmo medio que o raio incidente e **non se produce o fenómeno de refracción**.



18.- Dúas ondas de igual amplitude interfíren destrutivamente nun punto do espazo resultando unha onda de amplitude nula. ¿Que ocorre coas ondas despois da interferencia?

Solución:

Cando dúas ondas producidas en focos diferentes que se propagan nun mesmo medio coinciden nun punto, as ondas superpoñen os seus efectos. A elongación dunha partícula do medio afectada simultaneamente polas dúas ondas é igual á suma das elongacións que lle produciría cada unha por separado. **Despois da interferencia, as ondas continúan sen modificación ningunha.** Así, por exemplo, é posible que catro persoas manteñan dúas conversacións distintas aínda que falen de forma cruzada.

19.- Unha onda sinusoidal transversal, coa dirección de vibración vertical, y , propágase de dereita a esquerda, eixe x , cunha velocidade de 400 cm s^{-1} , tendo unha amplitude de 50 cm e unha lonxitude de onda de 20 cm . Escribe: a) A ecuación de movemento da onda e b) A velocidade máxima de vibración dun punto do medio alcanzado pola onda.

Solución:

a) A ecuación dunha onda sinusoidal transversal, coa dirección de vibración vertical, eixe y , que se propaga no sentido negativo do eixe x é: $y(x, t) = A \sin(\omega t + k x)$, sendo:

- $y(x, t)$, a elongación, que depende da posición, x , e do tempo, t .
- A , a amplitude, que na cuestión ten o valor de $0,50 \text{ m}$.
- ω , a frecuencia angular ou pulsación. Para o seu cálculo establecemos as seguintes relacións:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 2 \pi \nu \\ \nu = \lambda \nu \end{array} \right\} \rightarrow \omega = \frac{2 \pi \nu}{\lambda} \rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4,00}{0,20} \rightarrow \omega = 40 \pi \text{ s}^{-1}$$
- t , o instante no que se estudia a perturbación.

· k , o número de onda, que se relaciona coa lonxitude de onda, λ , coa expresión: $k = \frac{2 \pi}{\lambda}$. O

seu valor é: $k = \frac{2 \pi}{0,20} \rightarrow k = 10 \pi \text{ m}^{-1}$.

· x , a posición do punto en que se estudia o estado de perturbación.

Levando os valores destas magnitudes á ecuación de onda de máis arriba resulta:

$$y(x, t) = 0,50 \sin (40 \pi t + 10 \pi x) \text{ m}$$

b) A velocidade de vibración dun punto do medio alcanzado pola onda obtense derivando a elongación (ecuación de onda): $v = \frac{dy}{dt}$. Para o caso da cuestión resulta:

$$v = \frac{d}{dt} [0,50 \sin (40 \pi t + 10 \pi x)] = 0,50 \cos (40 \pi t + 10 \pi x) \cdot 40 \pi$$

A velocidade é máxima, $v_{\text{máxima}}$, cando o valor do coseno valla 1, sendo: $v_{\text{máxima}} = 0,50 \cdot 40 \cdot \pi \rightarrow v_{\text{máxima}} = 20 \pi \text{ m s}^{-1}$.

20.- A ecuación dunha onda harmónica transversal que se propaga nun medio é: $y = 4 \sin (8 \pi t - \pi x)$ m. Indica: a) O valor da amplitude, período, frecuencia e lonxitude de onda; b) A velocidade de propagación da onda e o valor de vibración dun punto do medio, en función do tempo e c) O tempo que tarda a perturbación en percorrer unha distancia de 48 m.

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica transversal, que se propaga no sentido positivo do eixe x e vibra na dirección vertical do eixe y , é: $y(x, t) = A \sin (\omega t - k x)$, sendo y a elongación, A a amplitude, ω a frecuencia angular ou pulsación, t o instante no que se estudia o estado de perturbación, k o número de onda e x a posición da partícula da que estudiamos o seu estado de vibración.

Comparando coa ecuación de onda da cuestión resulta:

· **$A = 4 \text{ m}$**

· $\omega = 8 \pi \text{ s}^{-1}$

· $k = \pi$

Co dato da pulsación obtense o período, T , e a frecuencia, ν :

$$\omega = \frac{2 \pi}{T} \rightarrow 8 \pi = \frac{2 \pi}{T} \rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$\omega = 2 \pi \nu \rightarrow 8 \pi = 2 \pi \nu \rightarrow \nu = 4 \text{ Hz}$$

Co dato do número de onda obtense a lonxitude de onda, λ :

$$k = \frac{2 \pi}{\lambda} \rightarrow \pi = \frac{2 \pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

b) A velocidade de propagación da onda, ou velocidade de fase, $v_{\text{propagación}}$, é o cociente entre o espazo avanzado pola onda, x , e o tempo, t , investido: $v = \frac{x}{t}$.

Cando x toma o valor de λ (lonxitude de onda), a t correspóndelle o valor de T (período), e con estas novas magnitudes a expresión da velocidade é: $v = \frac{\lambda}{T}$.

$$v_{\text{propagación}} = \frac{2}{0,25} \rightarrow v = 8 \text{ m s}^{-1}$$

A velocidade de vibración, $v_{\text{vibración}}$, dun punto do medio que é alcanzado pola onda obtense derivando no tempo a ecuación de onda:

$$v_{\text{vibración}} = \frac{d y}{d t} = \frac{d}{d t} [4 \sin (8 \pi t - \pi x)] \rightarrow v_{\text{vibración}} = 4 \cos (8 \pi t - \pi x) \cdot 8 \pi$$

$$v_{\text{vibración}} = 32 \pi \cos (8 \pi t - \pi x) \text{ m s}^{-1}$$

c)

$$\left. \begin{array}{l} v_{\text{propagación}} = \frac{x}{t} \\ v_{\text{propagación}} = 8 \text{ m s}^{-1} \\ x = 48 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow 8 = \frac{48}{t} \rightarrow t = 6 \text{ s}$$

21.- Un raio de luz monocromática propágase desde o aire cara á auga. ¿Pode darse o fenómeno de reflexión total? ¿E se o raio se propaga desde a auga cara ó aire? Dato: $n_{\text{auga}} = 4/3$.

Solución:

Un raio de luz que incide sobre a superficie de separación de dous medios transparentes de distinto índice de refracción experimenta o fenómeno de **reflexión total** cando o raio emerxente continúa no mesmo medio que o raio incidente, non producíndose o fenómeno de refracción (soamente ten lugar a reflexión).

A relación entre o ángulo de incidencia, i , (ángulo formado polo raio incidente coa normal á superficie de separación dos dous medios) e o ángulo de refracción, r , (ángulo formado polo raio refractado coa normal) co índice de refracción do primeiro, n_1 , e segundo medio, n_2 , vén dado pola lei de

$$\text{Snell: } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Para o caso de que o raio de luz pase do aire ($n_1 = 1$) á auga ($n_2 = 4/3$) resulta:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{4/3}{1} \rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} > 1 \cdot i > r$$

O raio luminoso, para calquera valor de i , despois de incidir na superficie de separación dos dous medios, pasa á auga, acercándose á normal, non producíndose o fenómeno de reflexión total.

Para o caso de que o raio de luz pase da auga ($n_1 = 4/3$) ó aire ($n_2 = 1$) resulta:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{4/3} \rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} < 1 \cdot i < r$$

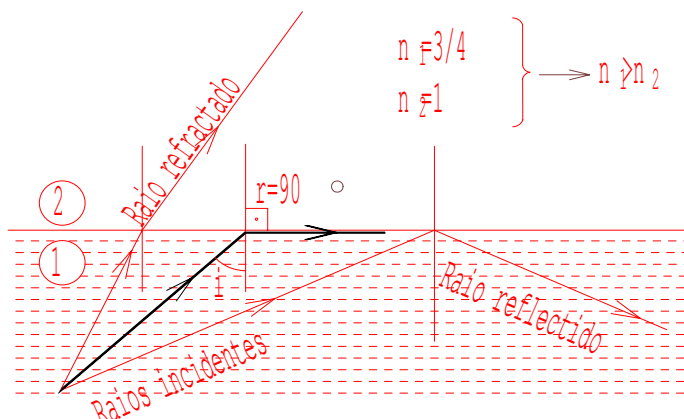
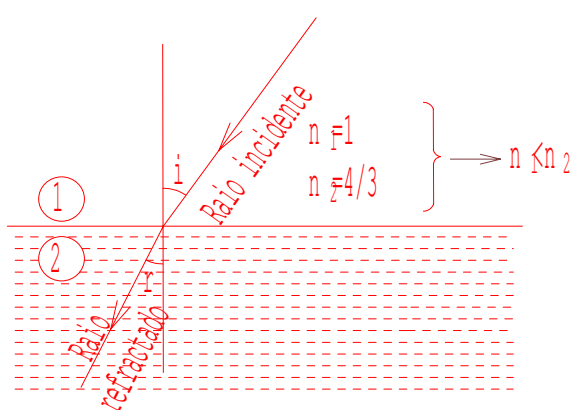
O raio luminoso despois de incidir na superficie libre da auga sepárase da normal e pode:

• Pasar ó aire experimentando o fenómeno de refracción. O ángulo máximo de incidencia para o cal se produce refracción vale:

$$\frac{\sin i}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{4/3} \rightarrow i = 48,6^\circ$$

Este ángulo de incidencia coñécese co nome de ángulo límite.

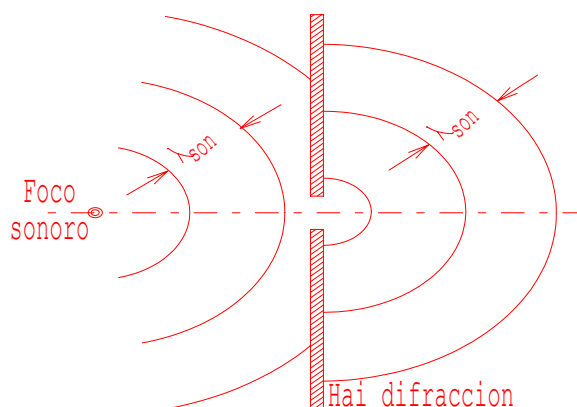
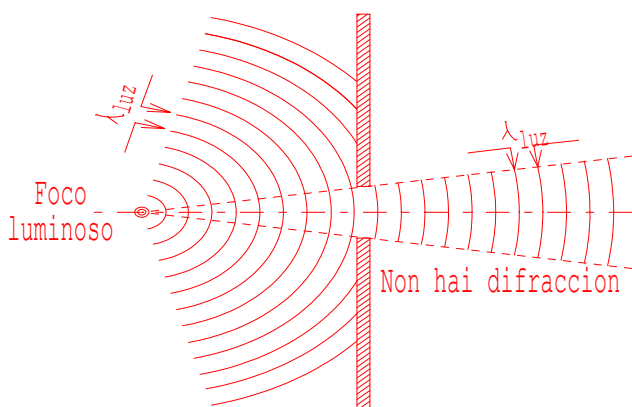
• Continuar na auga non producíndose o fenómeno de refracción. Este feito coñécese co nome de reflexión total e ten lugar para ángulos de incidencia superiores ó ángulo límite.



22.- Explica por qué nun burato de pequenas dimensións, da orde do centímetro, non se observa o fenómeno de difracción das ondas luminosas e si das ondas sonoras. Dato: $\lambda_{\text{luz}} \approx 10^{-7} \text{ m}$, $\lambda_{\text{son}} \approx 10 \text{ cm}$.

Solución:

Unha onda que pasa por un burato experimenta o fenómeno de difracción cando a lonxitude de onda, λ , da onda que se propaga é maior ou dun tamaño parecido ó diámetro do burato que atravesa. Como a lonxitude de onda da luz, λ_{luz} , é de 10^{-7} m e este valor é moito menor que o tamaño do burato que atravesa, que supoñemos da orde de varios centímetros, a onda luminosa propágase sen experimentar o fenómeno de difracción. Sen embargo, para o caso da onda sonora, cunha lonxitude de onda, λ_{son} , de 10 cm , o tamaño do burato é máis pequeno e o son difractase.



23.- Relaciona as seguintes calidades subxectivas do son coa correspondente propiedade física da onda:

<i>Efecto sensorial</i>	<i>Propiedade física da onda</i>
<i>Sonoridade (a)</i>	<i>Forma de onda (d)</i>
<i>Ton (b)</i>	<i>Intensidade da onda (e)</i>
<i>Timbre (c)</i>	<i>Frecuencia da onda (f)</i>

Solución:

A sonoridade é unha sensación asociada á percepción do son, que diminúe coa distancia, r , ó foco emisor e aumenta coa amplitude, A ; magnitudes estas que se relacionan coa intensidade, I , da onda: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ e $\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}$.

A sonoridade relaciónase coa intensidade da onda.

O ton é unha calidade do son que depende do número de vibracións por segundo relacionándose **coa frecuencia**.

Unha mesma nota musical producida coa mesma intensidade e frecuencia por instrumentos distintos soa diferente. Débese a que os sons non son puros, é dicir, de unha soa frecuencia. Ademais dos sons principais, aparecen outros que os acompañan, resultando que a onda é harmónica, pero non sinusoidal e, en consecuencia, aparecen ondas de distinta forma.

O **timbre** é a calidade do son que nos permite distinguir sons de igual sonoridade e ton producidos por instrumentos distintos e débese á **forma da onda**.

24.- ¿O oído humano pode percibir sons máis débiles que os que corresponden a unha intensidade da onda de $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$?

Solución:

A sensibilidade do oído humano a un son depende da súa intensidade e da súa frecuencia. Para cada frecuencia é necesaria unha intensidade mínima, $I_{\min}$, por debaixo da cal non se produce sensación sonora.

Na audición non existe unha proporcionalidade directa entre a causa que produce a excitación (a intensidade da onda sonora, I) e a sensación fisiolóxica que percibimos, S . Segundo a lei de Weber-Fechner, esta relación é:

$$S = \log \frac{I}{I_0}$$

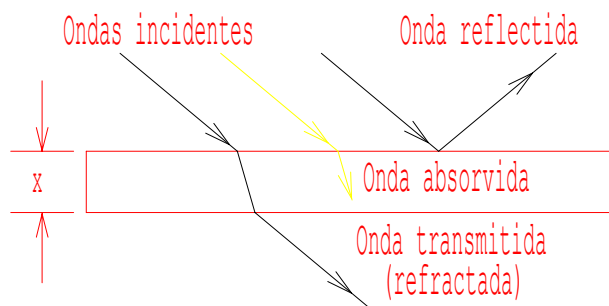
I_0 é a intensidade inicial mínima da onda sonora para que se poida percibir o son. No caso do oído humano, para unha onda sonora de 1000 Hz de frecuencia, que se propaga no aire, o seu valor é: $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ (son débil).

Hai un pequeno intervalo de frecuencias, arredores ó valor de 4000 Hz, para as que o oído humano ten o máximo de sensibilidade e o valor da intensidade da onda sonora pode ser algo inferior a $10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

25.- Estudia cal é no SI a unidade do coeficiente de absorción e do número de onda.

Solución:

A intensidade, I , dunha onda que se propaga nun medio inelástico, no que se produce un amortecemento da onda por absorción, obtense coa lei de Lambert-Beer: $I = I_0 \cdot e^{-a \cdot x}$, sendo I_0 a intensidade inicial, x a lonxitude de traxecto e a o coeficiente de absorción, que depende do medio en que se propaga a onda.



Para que a ecuación anterior sexa dimensionalmente homoxénea, o coeficiente de absorción hai de ter dimensións de lonxitude elevada a menos un (L^{-1}), correspondéndolle no SI a **unidade de m^{-1}** .

O número de onda, k , representa o número de lonxitudes de onda, λ , que hai nunha lonxitude de 2π m: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Para que a ecuación sexa dimensionalmente homoxénea, o número de onda ten que ter a dimensión da inversa da lonxitude (L^{-1}), correspondéndolle no SI a **unidade de m^{-1}** .

26.- No instante en que a enerxía potencial dunha partícula que vibra cunha amplitude A , segundo a ecuación dunha onda harmónica unidimensional, é a metade da súa enerxía total, estudia cal das opcións que se indican se cumpre:

• A posición y da partícula en relación coa amplitude é: a) $y = A/2$; b) $y = \frac{A}{\sqrt{2}}$; c) non se pode saber.

• A velocidade v da partícula en relación coa súa velocidade máxima, $v_{\text{máxima}}$, é: a) $v = v_{\text{máxima}}/2$; b) $v = v_{\text{máxima}}$; c) $v = \frac{v_{\text{máxima}}}{\sqrt{2}}$

Solución:

A enerxía potencial, E_p , dunha partícula de masa m que vibra cun movemento harmónico vén dada pola expresión: $E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot y^2$ e a súa enerxía cinética, E_k , é: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - y^2)$, sendo ω a pulsación, y a elongación e A a amplitude.

Coa consideración de que $E_p = \frac{1}{2}$ resulta que $E_p = E_k$:

$$\left. \begin{array}{l} E_T = E_k + E_p \\ E_p = \frac{1}{2} E_T \end{array} \right\} \rightarrow E_k = E_p$$

$$\left. \begin{array}{l} E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot y^2 \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - y^2) \\ E_k = E_p \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot y^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - y^2) \rightarrow y^2 = A^2 - y^2 \rightarrow y = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

Para encontrar a resposta da segunda parte da cuestión escribimos a expresión da velocidade, v , dunha partícula que vibra cun movemento harmónico.

$$\left. \begin{array}{l} v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2} \\ y = \frac{A}{\sqrt{2}} \end{array} \right\} \rightarrow v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2} \rightarrow v = \omega \cdot \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2} \\ v \text{ máxima cando } y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow v_{\text{máxima}} = \omega \cdot A$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \omega \cdot \frac{A}{\sqrt{2}} \\ v_{\text{máxima}} = \omega \cdot A \end{array} \right\} \rightarrow v = \frac{v_{\text{máxima}}}{\sqrt{2}}$$

27.- Sabendo que o índice de refracción da auga é de 4/3 e o do vidro vale 3/2, a reflexión total aparece: a) sempre que o ángulo de incidencia da radiación supere o ángulo límite; b) sempre que o raio incidente emerxa do vidro; c) soamente cando o raio incidente emerxa do vidro e o seu ángulo de incidencia supere o ángulo límite.

Solución:

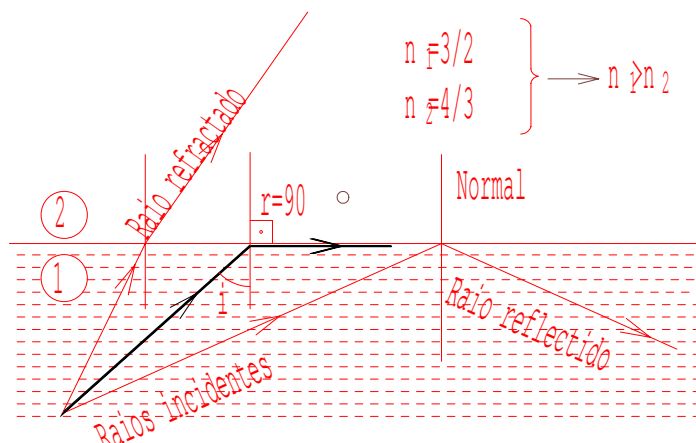
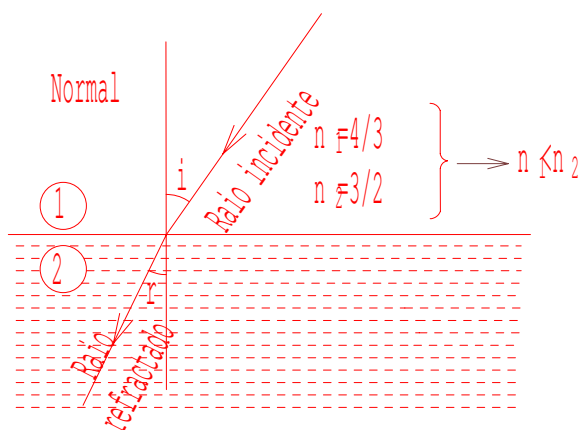
A relación entre o ángulo de incidencia, i , e de refracción, r , cando un raio de luz atravesa a superficie de separación de dous medios de índices de refracción n_1 e n_2 vén dada pola lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Polo tanto, se $n_1 > n_2 \rightarrow \sin r > \sin i$ e $r > i$, e o raio refractado afástase da normal á superficie de separación dos dous medios, habendo un ángulo de incidencia, chamado ángulo límite, para o cal o ángulo de refracción é de 90°. Para ángulos de incidencia maiores ó ángulo límite non se produce refracción, tendo lugar soamente a reflexión, coñecéndose este feito como **reflexión total**. Polo tanto, para que se produza reflexión total, é necesario que a radiación emerxa desde o medio de maior índice de refracción (vidro) cara ó de menos índice de refracción (auga) e que ademais o ángulo de incidencia supere ó ángulo límite, que para o caso da cuestión ten o valor de:

$$\frac{\sin i}{\sin 90^\circ} = \frac{4/3}{3/2} = \frac{8}{9} \rightarrow i = 62,7^\circ = 1,1 \text{ rad}$$

Estas condicións comentadas son as que corresponden ó ítem c) da cuestión.



28.- Un raio luminoso pasa desde a auga, de índice de refracción $4/3$, cara a un segundo medio, que é de vidro cun índice de refracción de valor $3/2$. O índice de refracción auga/vidro é: a) 2 ; b) $1/2$; c) $9/8$.

Solución:

$$n_{\text{auga-vidro}} = \frac{n_{\text{vidro}}}{n_{\text{auga}}} = \frac{3/2}{4/3} \rightarrow n_{\text{auga-vidro}} = \frac{9}{8}, \text{ resultado que corresponde ó ítem c) da cuestión.}$$

29.- Cando un raio de luz pasa do aire á auga, de índice de refracción $4/3$, sucede que: a) a súa velocidade aumenta; b) a súa frecuencia aumenta; c) a súa lonxitude de onda diminúe.

Solución:

Para o caso de ondas electromagnéticas defínese o índice de refracción absoluto n dun medio transparente como: $n = c/v$, sendo c a velocidade da luz no baleiro e v a velocidade da luz nese medio. Para o caso que nos ocupa resulta:

$$\left. \begin{array}{l} n_{\text{auga}} = \frac{c}{v_{\text{auga}}} \\ n_{\text{aire}} = \frac{c}{v_{\text{aire}}} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} n_{\text{auga}} = 4/3 \\ n_{\text{aire}} \approx n_{\text{baleiro}} = 1 \\ v_{\text{aire}} \approx c \end{array} \right\} \rightarrow \frac{4/3}{1} = \frac{c}{v_{\text{auga}}} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{c}{v_{\text{auga}}} \rightarrow v_{\text{auga}} < c$$

Polo tanto, cando un raio de luz pasa do aire á auga a súa velocidade diminúe. Como a frecuencia

v da radiación electromagnética depende do foco emisor e non do medio na que se propaga, resulta que **ó diminuír a velocidade**, v , da radiación, tamén **diminúe a súa lonxitude de onda**, λ : $v = \lambda \cdot \nu$, como aparece no ítem c) da cuestión.

30.- O ángulo que forma un raio de luz coa normal á superficie de separación de dous medios é de $55,000^\circ$. Se o índice de refracción do medio de onde procede o raio vale 2 e o índice de refracción do segundo medio é de 1,5; estudia se haberá raio refractado. En caso afirmativo calcula o ángulo de refracción e en caso negativo calcula o valor máximo do ángulo de incidencia para que poida haber refracción.

Solución:

A relación entre o ángulo de incidencia, i , e de refracción, r , cando un raio de luz atravesa a superficie de separación de dous medios de índices de refracción n_1 e n_2 , vén dada pola lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Para os datos da cuestión resulta: $\frac{\sin 55,000^\circ}{\sin r} = \frac{1,5}{2} \rightarrow \sin r = 1,09$

Como o valor máximo do seno dun ángulo é 1, o resultado anterior non é posible e isto indícanos que o raio que incide na superficie de separación dos dous medios non se refracta. Como o raio procede dun medio de maior índice de refracción a outro de menor índice de refracción, o raio refractado afástase da normal, e para un ángulo de incidencia maior ó ángulo límite non se produce o fenómeno de refracción, tendo lugar soamente a reflexión, aparecendo o que se coñece como reflexión total. O valor do ángulo límite é:

$$\frac{\sin i_{\text{límite}}}{\sin 90^\circ} = \frac{1,5}{2} \rightarrow \sin i_{\text{límite}} = 48,59^\circ = 0,85 \text{ rad}$$

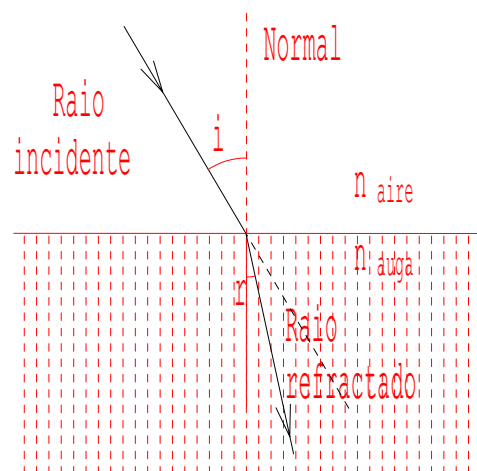
31.- Un raio de luz de lonxitude de onda $\lambda = 0,70 \mu\text{m}$ (luz vermella) propágase desde o aire cara á auga. Sabendo que o índice de refracción da auga, n_{auga} , é $4/3$, calcula a lonxitude de onda que posúe neste segundo medio, λ_{auga} .

Sabendo que no espectro electromagnético a lonxitude de onda obtida no apartado anterior corresponde á cor verde, di que cor verá unha persoa mergullada na auga.

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} n_{\text{auga}} = \frac{c}{v_{\text{auga}}} \\ n_{\text{aire}} = \frac{c}{v_{\text{aire}}} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{n_{\text{auga}}}{n_{\text{aire}}} = \frac{v_{\text{aire}}}{v_{\text{auga}}} \\ v_{\text{auga}} = \lambda_{\text{auga}} \nu \\ v_{\text{aire}} = \lambda_{\text{aire}} \nu \end{array} \right\} \rightarrow \frac{n_{\text{auga}}}{n_{\text{aire}}} = \frac{\lambda_{\text{aire}} \nu}{\lambda_{\text{auga}} \nu} \rightarrow \lambda_{\text{auga}} = \frac{n_{\text{aire}} \lambda_{\text{aire}}}{n_{\text{auga}}}$$

$$\lambda_{\text{auga}} = \frac{1 \cdot 0,70 \mu\text{m}}{4/3} \rightarrow \lambda_{\text{auga}} = 0,525 \mu\text{m}$$



O que estimula o nervio óptico e nos fai percibir unha determinada cor é a frecuencia de vibración da onda de luz. Polo tanto, a cor que vemos non depende da lonxitude de onda. E como a frecuencia da radiación depende do foco emisor e non do medio material no que se propague, cando a luz pasa do aire á auga, **unha persoa mergullada na auga vé a mesma cor vermella que o foco emite**.

EXERCICIOS DE SELECTIVIDADE

CUESTIÓNS

Razoa as respostas ás seguintes cuestións:

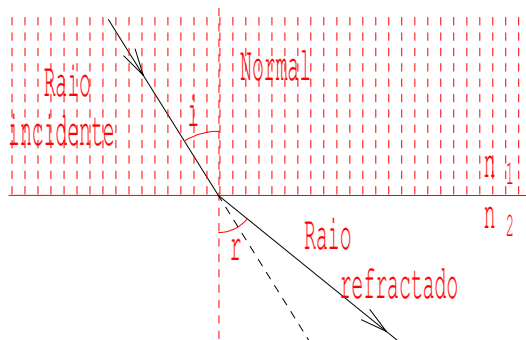
1.- Un raio luminoso que viaxa por un medio do que o índice de refracción é n_1 , incide con certo ángulo sobre a superficie de separación dun segundo medio de índice n_2 ($n_1 > n_2$). Respecto do ángulo de incidencia, o de refracción será: a) igual; b) maior; c) menor. (Setembro 02).

Solución:

Cando un raio luminoso pasa desde un medio 1, de índice de refracción n_1 , a outro medio 2, de índice de refracción n_2 , a relación entre o ángulo de incidencia (o formado polo raio incidente coa normal á superficie de separación dos dous medios), i , e o de refracción (o formado polo raio refractado coa normal), r , vén dada pola lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

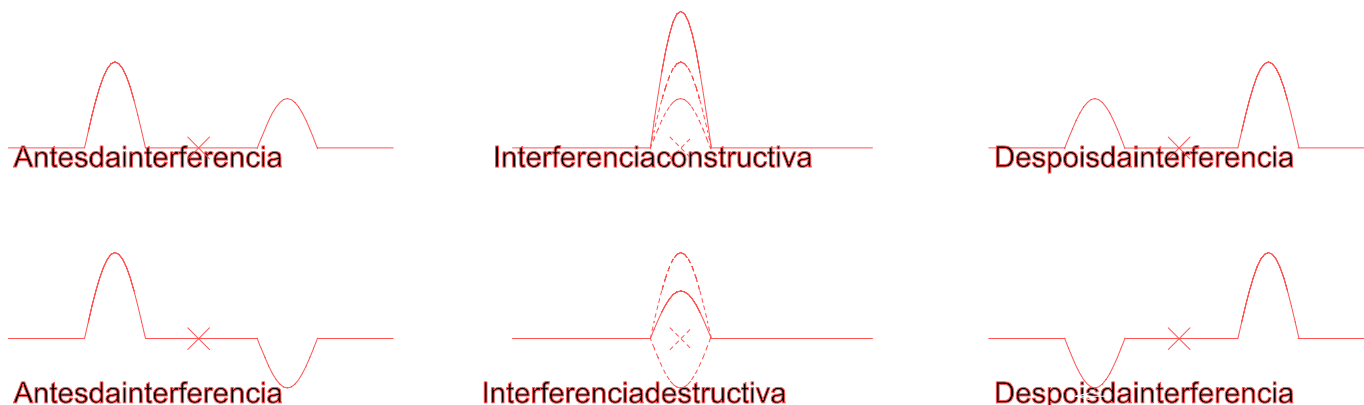
Polo tanto, se $n_1 > n_2$ resulta que $\sin r > \sin i$ e, en consecuencia, $r > i$: **O ángulo de refracción é maior que o ángulo de incidencia**, como corresponde ó ítem b) da cuestión.



2.- Cando interfíren nun punto dúas ondas harmónicas coherentes, presentan interferencia constructiva se a diferenza de percorridos, Δr , é: a) $\Delta r = (2n + 1) \cdot \lambda / 2$; b) $\Delta r = (2n + 1) \cdot \lambda$; c) $\Delta r = n \lambda$ (sendo $n = 0, 1, 2$, etc. e λ a lonxitude de onda). (Setembro 02).

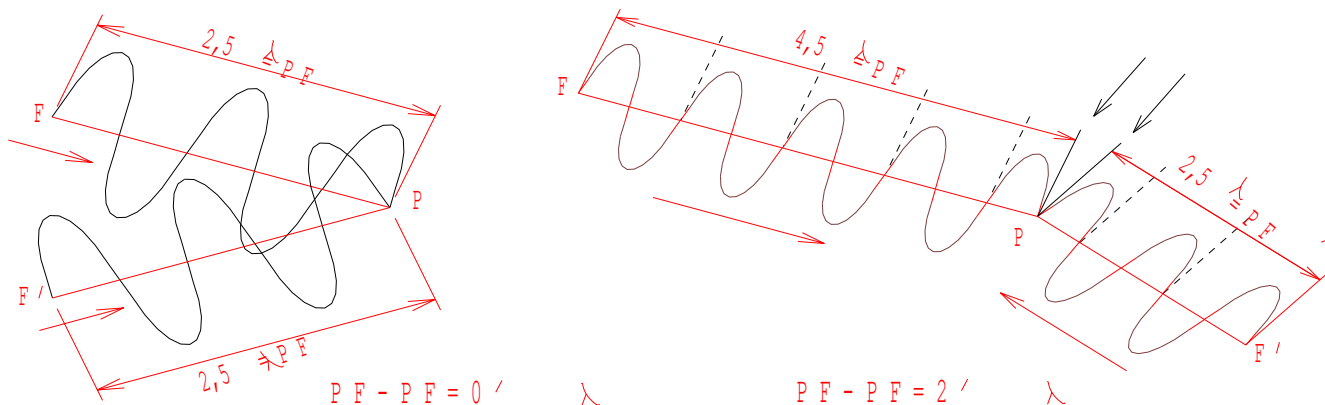
Solución:

A superposición de dúas ou máis ondas nun punto coñécese como interferencia e a perturbación resultante é a suma das perturbacións que produciría cada onda por separado. Nos puntos onde as ondas ó superpoñerse posúen elongacións do mesmo sentido, a elongación resultante é maior que a que corresponde a cada onda por separado e a interferencia dise que é constructiva. Nos puntos nos que as elongacións das ondas que interfíren son de sentido contrario, a elongación resultante é menor que a elongación de cada onda por separado e a interferencia é destructiva.



Cando a diferenza das fases das ondas que se propagan é constante no tempo, dise que as ondas son coherentes.

Por sinxeleza, estudiaremos graficamente a interferencia de dúas ondas que, ademais de ser coherentes, teñan a mesma frecuencia, lonxitude de onda, amplitude e fase inicial (ó ser emitidas polos focos F e F'). Para que estas ondas interfiran constructivamente nun punto P é necesario que a diferenza de camiños que percorren sexa de 0λ , 1λ , 2λ , 3λ , ... É dicir, un número enteiro de lonxitudes de onda: $n\lambda$, sendo n un número enteiro.



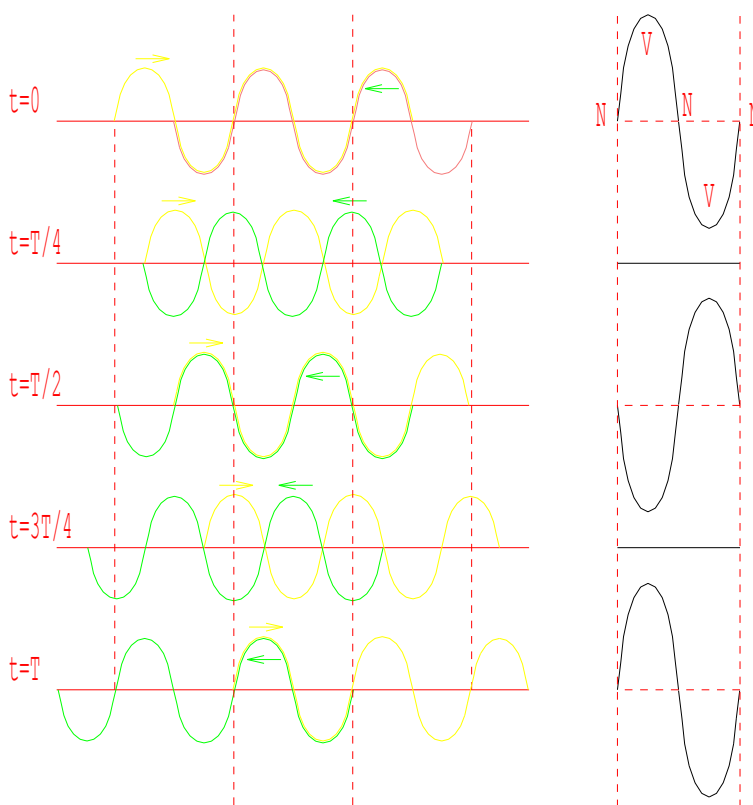
Para o caso das ondas que se representan nos debuxos, vemos que a elongación máxima á que está sometida a partícula P na que interfiran as dúas ondas é dobre da que lle causa unha soa das ondas, tratándose dunha interferencia constructiva.

3.- Cando a interferencia de dúas ondas orixina unha onda estacionaria, esta cumpre: a) a súa frecuencia duplícase; b) a súa amplitude posúe máximos e nulos cada $\lambda/4$; c) transporta enerxía proporcional ao cadrado da frecuencia. (Xuño 02).

Solución:

As ondas estacionarias constitúen un caso particular de interferencia e fórmanse cando se propagan, nun medio elástico e homoxéneo, co mesmo valor de velocidade, na mesma dirección e en sentidos contrarios, dúas ondas harmónicas da mesma frecuencia, amplitude e lonxitude de onda. A onda estacionaria que resulta é harmónica e de **igual frecuencia** e lonxitude de onda que as ondas compoñentes, sendo a súa amplitude variable para cada punto. É o que sucede nunha corda que está fixa por un dos seus extremos cando no extremo libre se xera unha onda: a onda incidente e reflectida teñen as mesmas características.

Na figura aparecen dúas ondas harmónicas transversais unidimensionais que se propagan en sentido contrario, avanzando o representada coa liña continua cara á dereita e a de liña discontinua cara á esquerda. Cada representación está feita, con respecto á anterior, cun avance de $1/4$ de lonxitude de onda ($\lambda/4$).



Obsérvase que hai puntos que permanecen sempre en repouso: son os nodos, estando distanciados media lonxitude de onda. Entre cada dous nodos e á mesma distancia hai un punto que vibra con amplitude máxima: son os ventres. Os demais puntos vibran con amplitudes intermedias e o seu valor depende da posición da partícula e non do tempo. Polo tanto, **a amplitude da onda estacionaria posúe máximos e nulos cada $\lambda/4$.**

Como os nodos están sempre en repouso, a onda non viaxa (de aí o nome de onda estacionaria) e **a enerxía non se propaga**, non sendo unha onda en sentido estrito (non implica un movemento de avance da perturbación) como imos ver:

Se as ecuacións das ondas que se propagan as expresamos como:

$$y_1(x, t) = A \sin(\omega t - k x)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(\omega t + k x)$$

o estado de perturbación resultante da interferencia vén dada por:

$$y(t) = A \sin(\omega t - k x) + A \sin(\omega t + k x)$$

Ó aplicar a fórmula de transformación dunha suma de dous senos nun produto de razóns trigonométricas resulta:

$$y(t) = 2 A \cos(k x) \sin(\omega t)$$

A fase desta ecuación é soamente temporal (como nos movementos harmónicos simples) e non presenta parte espacial (como nas funcións de onda), polo que esta ecuación non representa unha función de onda. Ademais, a amplitude das oscilacións non é a mesma para os distintos puntos, xa que depende de x : $2 A \cos(k x)$.

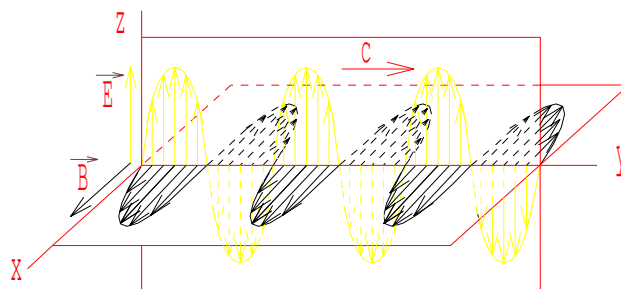
4.- Das seguintes ondas, ¿cales poden ser polarizadas?: a) ondas sonoras; b) luz visible; c) ondas producidas na superficie da auga. (Xuño 02).

Solución:

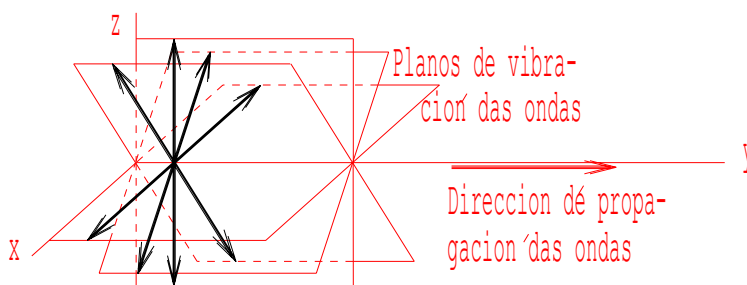
Polarización dunha onda, no seu sentido máis amplo, consiste en limitar, dalgún modo, a forma libre de vibración das partículas do medio. Se conseguimos que a vibración teña lugar nun único plano díse que a onda está polarizada linealmente: as partículas afectadas pola onda efectúan vibracións nunha única dirección, perpendiculares á de propagación.

No caso do son, que é unha onda lonxitudinal, non ten sentido falar de polarización, xa que a dirección de vibración coincide coa dirección de propagación (ó eliminar unha dirección de vibración eliminamos a onda nesa dirección).

A luz visible é unha onda electromagnética e, como toda onda electromagnética, consiste na vibración, en planos perpendiculares, dun campo eléctrico e doutro magnético, propagándose nunha dirección perpendicular á dirección perturbación: son ondas transversais.



As ondas electromagnéticas que emite un foco luminoso orixínanse nos átomos (ou moléculas) que forman o foco e cada átomo ó vibrar irradia unha onda, co seu campo eléctrico (e magnético,) orientado nunha determinada dirección, que está nun único plano, que é perpendicular á súa dirección de propagación. Pero como o foco está formado por un gran número de átomos (moléculas) que vibran en todas as direccións, a radiación resultante é unha superposición das ondas producidas polos átomos individuais e se a dirección de propagación é a do eixe y , os campos eléctricos (e magnéticos) das ondas individuais vibran en múltiples direccións do plano xz . Na figura adxunta represéntanse as direccións de vibración, e os seus correspondentes planos de vibración, do campo eléctrico de varias ondas.



Polo tanto, unha radiación luminosa pode considerarse como un eixe arredor do cal se efectúan vibracións electromagnéticas en todas as direccións perpendiculares ó eixe. Cando se elimina algunha das direccións de vibración conseguimos unha luz polarizada. Se se eliminan todas as direccións de vibración do campo eléctrico (e magnético), excepto as que teñan lugar nunha dirección determinada, obtense unha onda polarizada linealmente. É o que se representa no primeiro dos gráficos e é o que ocorre nas ondas electromagnéticas que emite unha antena: ó vector campo eléctrico vibra nun plano que contén á antena.

Polo tanto, no caso de 1 onda luminosa, o campo eléctrico (e magnético) vibra nunha única dirección, que é perpendicular á dirección de propagación, estando linealmente polarizada; pero unha radiación luminosa, formada por moitas ondas luminosas (que cada unha delas vibra en distintos planos), pode ser polarizada.

Nas ondas producidas na superficie da auga, a dirección de vibración é vertical e a perturbación avanza na dirección horizontal (onda transversal). Como nesta onda a vibración soamente ten lugar nunha única dirección, de eliminar a dirección de vibración desaparecería a onda, polo que non é unha onda polarizable.

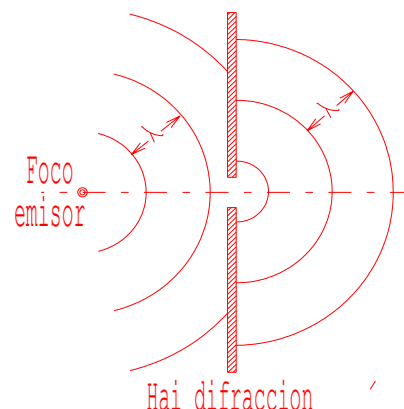
5.- Cando un movemento ondulatorio se atopa na súa propagación cunha fenda de dimensións pequenas comparables ás da súa lonxitude de onda prodúcese: a) polarización; b) onda estacionaria; c) difracción. (*Xuño 01*).

Solución:

Polarizar dunha onda, no seu sentido máis amplo, consiste en limitar dalgún modo a forma libre de vibración das partículas do medio. Que un movemento ondulatorio atope na súa propagación unha fenda non significa a eliminación dalgunha dirección de vibración e, en consecuencia, que se produza polarización.

As ondas estacionarias fórmanse cando se propagan, nun medio elástico e homoxéneo, co mesmo valor de velocidade, na mesma dirección e en sentido contrario, dúas ondas harmónicas da mesma frecuencia, amplitude e lonxitude de onda. Polo tanto, do feito de que unha onda atravesase unha fenda non aparece unha onda estacionaria.

Unha onda que pasa por un burato experimenta o fenómeno de difracción cando a lonxitude de onda, λ , da onda que se propaga é maior ou dun tamaño parecido ó diámetro do burato que atravesa. Como nas condicións da cuestión a lonxitude de onda da onda que se propaga é maior que as dimensións da fenda, **prodúcese o fenómeno de**



difracción.

6.- A enerxía que transporta unha onda é proporcional: a) á frecuencia, b) á amplitude, c) ós cadrados da frecuencia e amplitude. (Setembro 00).

Solución:

A enerxía, E , dunha onda harmónica vén dada pola expresión: $E = 2 \cdot \pi \cdot m \cdot A^2 \cdot v^2$, sendo m a masa da partícula que oscila, A a amplitude e v a súa frecuencia. Nesta expresión vemos que **E é directamente proporcional ós cadrados da amplitude e da frecuencia** (ítem c) e, en consecuencia, tamén é proporcional (non directamente proporcional) á frecuencia (ítem a) e á amplitude (ítem b).

7.- ¿Cal das expresións propostas representa unha onda transversal que se propaga no sentido positivo do eixe x cunha velocidade de 5 m s^{-1} , ten unha amplitude de 1 m e unha frecuencia de 10 Hz ? a) $y = \cos 2 \pi (10 t - 5 x)$, b) $y = \cos 2 \pi (10 t + x)$, c) $y = \cos 4 \pi (5 t - x)$. (Xuño 00).

Solución:

A ecuación dunha onda harmónica unidimensional transversal, que se propaga ó longo do eixe x , no seu sentido positivo, e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y , é:

$$y(x, t) = A \cos \left(2 \cdot \pi \cdot v \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x \right),$$

sendo: A , a amplitude; ω , a frecuencia; t , o instante no que se estudia a perturbación; λ , a lonxitude de onda e x a posición do punto do cal se estudia a súa elongación y . Relacionamos agora estas magnitudes cos datos da cuestión:

$$A = 1 \text{ m}$$

$$v = 10 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = 5 \text{ m s}^{-1} \\ v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot v \end{array} \right\} \rightarrow 5 = \lambda \cdot 10 \rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$$

Levando estes datos á ecuación de onda resulta: $y(x, t) = 1 \cdot \cos (20 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x)$, que corresponde ó ítem c) da cuestión.

8.- A ecuación dunha onda transversal que se propaga a través dunha corda é $\psi = 0,1 \sin [2 \cdot \pi \cdot (0,4 t - 6,25 x)]$ (sistema internacional). Determina: a) a amplitude, lonxitude de onda, frecuencia, constante e velocidade de propagación; b) velocidade e aceleración transversal das partículas do medio en $x = 0$, $t = T/2$. (Setembro 99).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional que se propaga a través dunha corda no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y é:

$$y(x, t) = A \cos (\omega \cdot t - k \cdot x) = A \cos \left(2 \cdot \pi \cdot v \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x \right)$$

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda da cuestión, $\psi = 0,1 \sin [2\pi(0,4 t - 6,25 x)]$, resulta:

$$A = 0,1 \text{ m}$$

$$\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = 2 \cdot \pi \cdot 6,25 \rightarrow \lambda = \frac{1}{6,25} \text{ m}$$

$$2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 0,4 \rightarrow \nu = 0,4 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \rightarrow k = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{1}{6,25}} \rightarrow k = 12,50 \cdot \pi \text{ m}^{-1}$$

$$\nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} \rightarrow \nu = \lambda \cdot \nu \rightarrow \nu = \frac{1}{6,25} \cdot 0,4 \rightarrow \nu = 0,064 \text{ m s}^{-1}$$

b) A velocidade transversal de vibración das partículas obtense derivando a ecuación de onda:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{d}{dt} \{ 0,1 \cdot \sin [2 \cdot \pi \cdot (0,4 \cdot t - 6,25 \cdot x)] \}$$

$$v_{\text{transversal}} = 0,1 \cdot \cos [2 \cdot \pi \cdot (0,4 \cdot t - 6,25 \cdot x)] \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,4$$

$$v_{\text{transversal}} = 0,08 \cdot \pi \cdot \cos [2 \cdot \pi \cdot (0,4 \cdot t - 6,25 \cdot x)]$$

Para $x = 0$ e $t = T/2$ resulta:

$$v_{\text{transversal}} = 0,08 \cdot \pi \cdot \cos \left[2 \cdot \pi \cdot \left(0,4 \cdot \frac{1}{0,4} - 6,25 \cdot 0 \right) \right]$$

$$v_{\text{transversal}} = 0,08 \cdot \pi \cdot \cos \pi \rightarrow v_{\text{transversal}} = - 0,08 \cdot \pi \text{ m s}^{-1}$$

Derivando a velocidade de vibración das partículas obtemos a aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt} \{ 0,08 \cdot \pi \cdot \cos [2 \cdot \pi \cdot (0,4 \cdot t - 6,25 \cdot x)] \}$$

$$a = - 0,08 \cdot \pi \cdot \sin [2 \cdot \pi \cdot (0,4 \cdot t - 6,25 \cdot x)] \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,4$$

$$a = - 0,064 \cdot \pi^2 \cdot \sin [2 \cdot \pi \cdot (0,4 \cdot t - 6,25 \cdot x)]$$

Para $x = 0$ e $t = T/2$ resulta:

$$a = - 0,064 \cdot \pi^2 \cdot \sin \left[2 \cdot \pi \cdot \left(0,4 \cdot \frac{1}{0,4} - 6,25 \cdot 0 \right) \right]$$

$$a = - 0,064 \cdot \pi^2 \cdot \sin \pi \rightarrow a = 0 \text{ m s}^{-2}$$

9.- As ondas sonoras cumpren algunha das seguintes características: a) son transversais; b) son lonxitudinais; c) transmitense no baleiro. (Xuño 99).

Solución:

As ondas sonoras son mecánicas, necesitando un medio material para propagarse, dependendo a súa velocidade de propagación da natureza do medio. Polo tanto non se transmiten no baleiro.

As ondas sonoras aparecen porque as vibracións do foco emisor se propagan ás partículas do medio en que se encontra e estas transmítenas dunhas a outras e tamén ós outros medios que están en contacto.

Podemos dicir que **as ondas sonoras** aparecen como consecuencia dunha sucesión de compresións e dilatacións do medio en que se propagan, sendo **lonxitudinais** (elementos de volume do medio de propagación móvense paralelamente á dirección de propagación, coincidindo a dirección de propagación da onda coa súa dirección de perturbación).

10.- Nun movemento ondulatorio que se propaga a velocidade constante, a frecuencia e a lonxitude de onda: a) son independentes, b) están relacionadas, c) están relacionadas só se a onda se propaga nun medio material. (Setembro 98).

Solución:

A velocidade, v , de propagación dunha onda (sa sexa mecánica ou electromagnética) vén dada pola expresión: $v = \lambda \cdot \nu$, sendo ν a frecuencia da onda e λ a súa lonxitude de onda. Se v é constante e λ varía, necesariamente ten que variar ν de modo que o produto $\lambda \cdot \nu$ sexa constante. Polo tanto, **as magnitudes λ e ν están relacionadas**, independentemente de que a onda sexa material ou electromagnética.

11.- Un raio luminoso que viaxa por un medio de índice de refracción n , incide con certo ángulo sobre a superficie de separación dun segundo medio de índice n' ($n' > n$). Respecto do ángulo de incidencia, o de refracción será: a) igual, b) maior, c) menor. (Xuño 97).

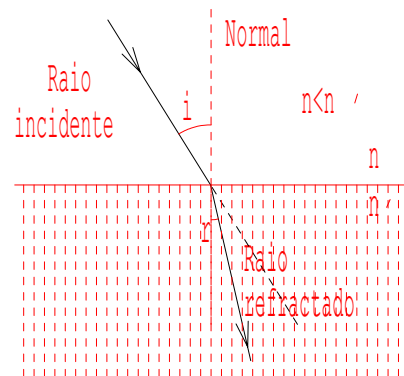
Solución:

A relación entre o ángulo formado polo raio incidente coa normal á superficie de separación de dous medios de índices de refracción n e n' (ángulo de incidencia, i) e o ángulo formado polo raio refractado coa normal, (ángulo de refracción, r) vén dada pola lei de

Snell: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n}$.

Tendo en conta a relación dos valores dos índices de refracción dos dous medios polos que se propaga a onda resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n} \\ n' > n \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} > 1 \rightarrow \sin i > \sin r \rightarrow i > r$$



O resultado é que **o ángulo de refracción respecto ó ángulo de incidencia é menor**, como aparece no ítem c) da cuestión.

12.- Dos seguintes tipos de ondas dicir cal non é capaz de transportar enerxía, a) as ondas lonxitudinais, b) as ondas transversais, c) as ondas estacionarias. (Setembro 96).

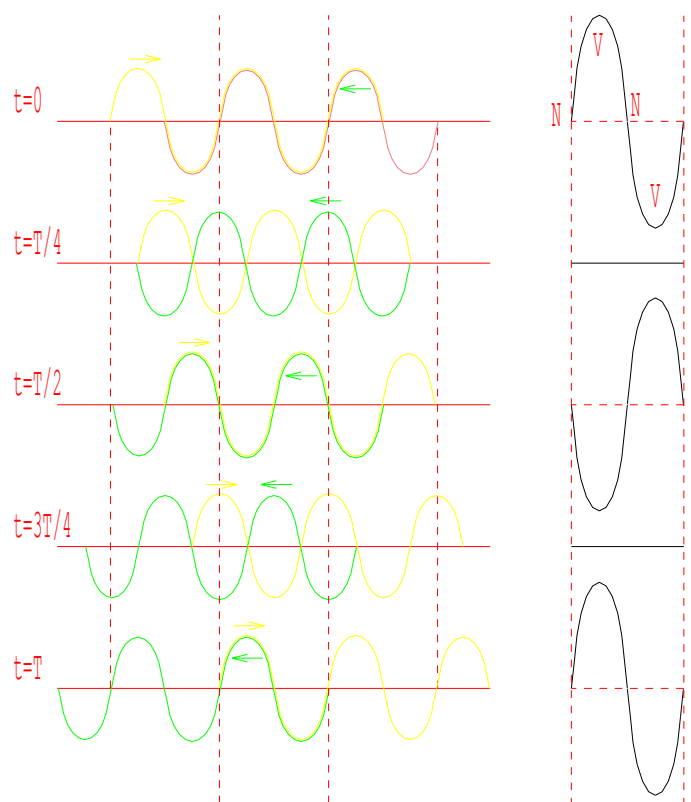
Solución:

Sabemos que o movemento ondulatorio é a propagación dunha perturbación con transporte de enerxía pero non de masa. Os conceptos de lonxitudinal e transversal aplicados a unha onda só fan referencia á relación que garda a dirección de propagación da perturbación con respecto á dirección de vibración.

As ondas estacionarias constitúen un caso particular de interferencia e fórmanse cando se propagan, nun medio elástico e homoxéneo, coa mesma velocidade, na mesma dirección e en sentido contrario, dúas ondas harmónicas da mesma frecuencia, amplitude e lonxitude de onda; isto é: dúas ondas de idénticas características.

A onda estacionaria que resulta é harmónica e de igual frecuencia e lonxitude de onda que as ondas compoñentes, sendo a súa amplitude variable para cada punto. É o que sucede nunha corda, que está fixa por un dos seus extremos, cando no extremo libre se xera unha onda harmónica: a onda incidente e reflectida teñen as mesmas características.

Na figura aparecen dúas ondas harmónicas transversais unidimensionais que se propagan en sentido contrario, avanzando a representada en liña continua cara á dereita e en liña discontinua cara á esquerda. Cada representación está feita, con respecto á anterior, cun avance de $1/4$ de lonxitude de onda ($\lambda/4$).



Obsérvase que hai puntos que permanecen sempre en repouso: son os nodos, estando distanciados media lonxitude de onda. Entre cada dous nodos e a mesma distancia hai un punto que vibra con amplitude máxima: son os ventres. Os demais puntos vibran con amplitudes intermedias e o seu valor depende da posición da partícula e non do tempo.

Como hai puntos (os nodos) que se atopan sempre en repouso, a **onda estacionaria** non viaxa e dá a impresión de que permanece fixa sobre a dirección de propagación e, polo tanto, **non transporta enerxía**, non podendo considerala como onda en sentido estrito (non implica un movemento de avance da perturbación).

Se as ecuacións das ondas que se propagan as expresamos como:

$$y_1(x, t) = A \sin(\omega t - k x)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(\omega t + k x)$$

o estado de perturbación resultante da interferencia vén dada por:

$$y(t) = A \sin(\omega t - k x) + A \sin(\omega t + k x)$$

Ó aplicar a fórmula de transformación dunha suma de dous senos nun produto de razóns trigonométricas resulta:

$$y(t) = 2 A \cos(k x) \sin(\omega t)$$

A fase desta ecuación é soamente temporal (como nos movementos harmónicos simples) e non presenta parte espacial (como nas funcións de onda), polo que esta ecuación non representa unha función de onda. Ademais, a amplitude das oscilacións non é a mesma para os distintos puntos, xa que depende de x : $2 A \cos(k x)$.

13.- Considéranse dúas ondas de radio, unha en onda media (AM) de 1000 kHz e outra en

frecuencia modulada (FM) de 100 MHz; a) a onda de AM ten maior lonxitude de onda ca de FM; b) a onda de AM ten menor lonxitude ca de FM; c) todas as ondas de radio teñen igual lonxitude de onda. (Xuño 96).

Solución:

Sabemos que a velocidade de propagación das ondas de radio (ondas electromagnéticas) no baleiro é constante e vale 300000 km/s. E a relación que hai entre a velocidade, c , a lonxitude de onda, λ , e a frecuencia, ν , dunha onda vén dada pola expresión: $c = \lambda \cdot \nu$.

Substituíndo na igualdade anterior o valor da frecuencia para o caso da onda media (AM) e para o da onda de frecuencia modulada (FM) resulta:

$$\left. \begin{array}{l} \nu_{AM} = \lambda_{AM} \cdot 1000 \cdot 10^3 \\ \nu_{FM} = \lambda_{FM} \cdot 100 \cdot 10^6 \\ \nu_{AM} = \nu_{FM} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda_{AM} \cdot 1000 \cdot 10^3 = \lambda_{FM} \cdot 100 \cdot 10^6 \rightarrow \frac{\lambda_{AM}}{\lambda_{FM}} = 10^2$$

En consecuencia, **a onda de AM ten maior lonxitude de onda ca de FM** ($\lambda_{AM} = 10^2 \cdot \lambda_{FM}$), situación que se corresponde co ítem a) da cuestión.

PROBLEMAS

1.- A ecuación de propagación dun movemento ondulatorio é $y(x, t) = 2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$ (SI).

a) ¿Cal é a amplitude, a frecuencia e a velocidade de propagación da onda?; b) ¿cal é (en función do tempo) a velocidade e a aceleración dun punto para o que x é constante? (Setembro 01).

Solución:

a) A ecuación dunha onda harmónica unidimensional que se propaga a través dunha corda no sentido positivo do eixe x e que a vibración ten lugar na dirección do eixe y é:

$$y(x, t) = A \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = A \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

Comparando esta ecuación coa ecuación de onda da cuestión, $y(x, t) = 2 \sin(8\pi t - 4\pi x)$, resulta:

$$A = 2 \text{ m}$$

$$2 \cdot \pi \cdot \nu = 8 \cdot \pi \rightarrow \nu = 4 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ k = 4\pi \end{array} \right\} \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}^{-1} \left. \begin{array}{l} \rightarrow \nu = \frac{0,5}{\frac{1}{4}} \rightarrow \nu = 2 \text{ m s}^{-1} \\ \frac{1}{T} = \nu \\ \nu = 4 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

b) A velocidade transversal de vibración dun punto do medio afectado polo onda obtense derivando a ecuación de onda:

$$v_{\text{transversal}} = \frac{d}{dt} [2 \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x)] = 2 \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \cdot 8 \cdot \pi$$

$$v_{\text{transversal}} = 16 \cdot \pi \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \text{ m s}^{-1}$$

Derivando a velocidade de vibración das partículas obtemos a aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt} [16 \cdot \pi \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x)]$$

$$a = -16 \cdot \pi \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \cdot 8 \cdot \pi$$

$$a = -128 \cdot \pi^2 \cdot \sin[8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x] \text{ m s}^{-2}$$