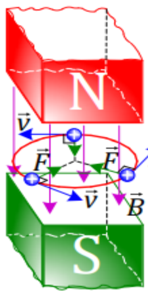
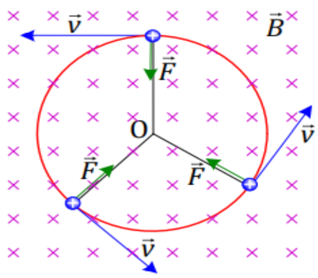
EXERCICIOS TEMA 3. CAMPO MAGNÉTICO

1. Que movemento tomará unha partícula de masa m e carga $+Q$ que nun instante determinado se move cunha velocidade $\vec{v}$ perpendicularmente ás liñas de indución dun campo magnético $\vec{B}$ que é estacionario e uniforme[1]?

Resolución:

Supoñamos un campo magnético uniforme no que $\vec{B}$ é perpendicular ao plano do papel, sendo o seu sentido cara abaixo. Isto represéntase por "x", como se viramos a parte posterior da frecha que representa o vector $\vec{B}$: "↣". Se o campo saíra cara ao lector, representariámolo por ".", como se viramos a punta da frecha.





A carga $+Q$, que se move perpendicularmente ao campo $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$, está sometida a unha forza magnética $\vec{F}$: $\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, de dirección perpendicular ao plano determinado por $\vec{v}$ e $\vec{B}$ e co sentido de avance dun sacarrollas que xire levando sobre $\vec{B}$ polo camiño máis curto. As forzas perpendiculares á traxectoria dunha partícula non modifican o módulo da velocidade[2], unicamente fan variar a dirección do movemento. En consecuencia a partícula terá un movemento uniforme.

Como Q, v e B son constantes, o valor F da forza ($F = Q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90°$) é constante e, en consecuencia, a aceleración a ($a = F/m$) tamén é constante e a partícula cargada toma un movemento circular uniforme[3]. O raio con que describe este movemento circular calcúlase igualando a forza magnética ($Q \cdot v \cdot B$) á forza centrípeta ($m \cdot v^2/r$):

$$Q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B}$$

Nesta expresión vemos que o valor do raio é directamente proporcional á cantidade de movemento da partícula cargada: $r \propto m \cdot v = p$.

[1] Campo magnético estacionario, tamén chamado magnetostático, indica que é constante no tempo (pode ser diferente nos distintos puntos).

Campo magnético uniforme indica que ten a mesma intensidade, dirección e sentido en todos os puntos do espacio (pode variar no tempo).

$$^2 \left.\begin{array}{l} W = \int F \cdot dr \cdot \cos 90° = 0 \\ W = \Delta E_k \end{array}\right\} \rightarrow 0 = \Delta E_k \rightarrow v = \text{cte.} \rightarrow \text{movemento uniforme}$$

$$^3 \left.\begin{array}{l} v = \text{cte} \rightarrow \vec{a}_t = \vec{0} \\ \vec{v} \neq \vec{c}\text{te} \rightarrow \vec{a} \neq \vec{0} \end{array}\right\} \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{u}_n \rightarrow \left.\begin{array}{l} a_n = \frac{v^2}{r} \\ a = \text{cte.} \\ v = \text{cte.} \end{array}\right\} \rightarrow r = \text{cte} \rightarrow \text{circunfere ncia}$$

Como ademais a velocidade é constante, o movemento que toma a partícula cagada é circular uniforme.

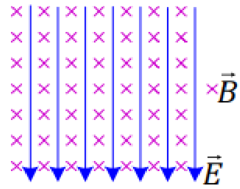
$(Q \cdot v \cdot B)$ á forza centrípeta $(m \cdot v^2/r)$

$Q \cdot v \cdot B = m \cdot v^2/r \rightarrow r = m \cdot v / Q \cdot B$

Nesta expresión vemos que o valor do radio é directamente proporcional á cantidade de movemento da partícula cargada: $\boldsymbol{r \propto m \cdot v = p}$.

2.-

Un protón entra cunha velocidade $\vec{v}$ nunha rexión do espazo na que hai un campo magnético $\vec{B}$ e un campo eléctrico $\vec{E}$, ambos estacionarios e uniformes. Os dous campos son perpendiculares entre si, tal como se pode ver na figura, e á velocidade do devandito protón. Debuxa as forzas que actúan sobre o protón. Poderá atravesar o protón a rexión dos campos sen desviarse?

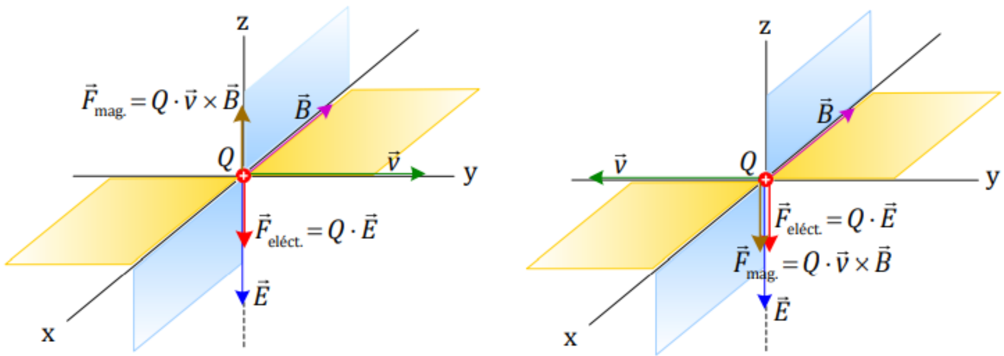


Resolución:

Cando as forzas eléctrica e magnética sexan iguais en módulo e dirección, e de sentido contrario, o protón atravesará a rexión dos campos sen desviarse. Isto sucede se se cumpre que: $Q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) = -Q\cdot\vec{E}$.

Para iso é necesario que:

- $|Q\cdot\vec{v}\times\vec{B}| = |Q\cdot\vec{E}| \rightarrow v\cdot B = E$
- A dirección de $\vec{v}\times\vec{B}$ sexa igual á de $\vec{E}$, feito que se cumpre.
- O sentido de $\vec{v}\times\vec{B}$ sexa contrario ao de $\vec{E}$. As dúas situacións posibles represéntanse nas figuras de máis abaixo. No primeiro caso, o sentido da $\vec{F}_{\text{magnética}}$ que actúa sobre o protón é contrario ao sentido da $\vec{F}_{\text{eléctrica}}$, resultando, se ademais $v\cdot B = E$, que $\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0}$ e o protón atravesará a rexión dos campos sen desviarse. No segundo caso, o sentido da $\vec{F}_{\text{magnética}}$ coincide co sentido da $\vec{F}_{\text{eléctrica}}$, sendo a $\vec{F}_{\text{resultante}} \neq \vec{0}$, cunha dirección que non coincide coa de $\vec{v}$, o que significa que o protón cambia a dirección da súa traxectoria.

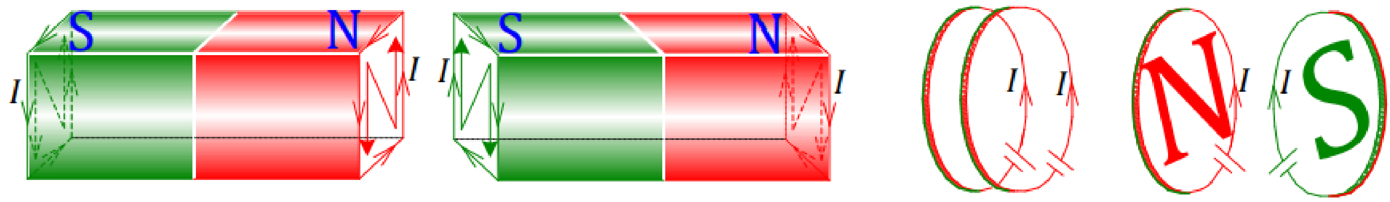


3.-

Razoa, en termos de correntes eléctricas, por qué se atraen os polos norte e sur de dous imáns.

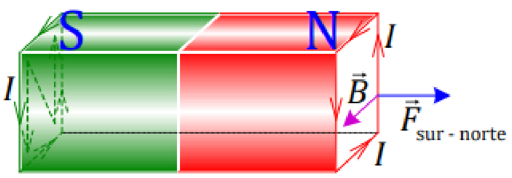
Resolución:

A razón do magnetismo está na existencia de correntes eléctricas pechadas no interior dos corpos magnéticos. Os electróns ao xirar nas súas órbitas ou sobre si mesmos (spin), equivalen a correntes circulares elementais que, cando xiran no mesmo plano e co mesmo sentido, causan unha corrente superficial que, no plano da órbita que describen, é perpendicular a dito plano.



A corrente circular que aparece no polo norte é de sentido contrario á do polo sur, cando se miran os polos de fronte (no polo norte o sentido é antihorario mentres que no polo sur é horario).

Por tanto, o efecto de enfrontar un polo norte e un polo sur de dous imáns é como se enfrontaramos dúas espiras paralelas percorridas por correntes do mesmo sentido (cando se miran desde o mesmo lado), aparecendo entre elas forzas de atracción.



$\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

$\vec{B}$: é o vector de indución magnética creado pola corrente da cara sur do 2° imán.

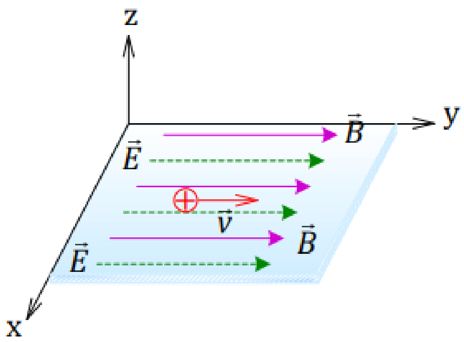
$\vec{F}_{\text{sur-norte}}$: é a forza magnética que exerce a corrente eléctrica da cara sur do 2° imán sobre a corrente da cara norte do 1° imán.

4.-

Estuda o tipo de movemento que toma un electrón que abandonamos con velocidade nula nunha rexión do espazo onde hai un campo eléctrico e outro magnético, ambos uniformes, estacionarios e paralelos entre si.

Resolución:

O tipo de movemento que unha partícula toma depende de como sexa a forza que sobre ela actúe. O electrón, ao estar situado nun campo electromagnético, vai estar sometido a:



- Unha forza eléctrica: $\vec{F}_{\text{eléctrica}} = Q \cdot \vec{E} = \overrightarrow{\text{cte.}}$, sendo Q a carga do electrón e $\vec{E}$ a intensidade de campo eléctrico. Esta forza constante ten a dirección do campo eléctrico e o sentido contrario a este, causándolle ao electrón un movemento rectilíneo uniformemente acelerado.
- Unha forza magnética: $\vec{F}_{\text{magnética}} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, sendo $\vec{v}$ a velocidade coa que se move a carga Q (electrón) dentro do campo magnético de indución $\vec{B}$. Esta forza vale:
  - ▻ Inicialmente:

$$\left.\begin{array}{r} \vec{F}_{\text{magnética}} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\ \vec{v} = \vec{0} \end{array}\right\} \rightarrow \vec{F}_{\text{magnética}} = \vec{0}$$

  - ▻ Unha vez que a carga se pon en movemento debido á forza eléctrica:

$$\left.\begin{array}{r} \vec{F}_{\text{magnética}} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\ \vec{v} \text{ paralela a } \vec{B} \end{array}\right\} \rightarrow \vec{F}_{\text{magnética}} = \vec{0}$$

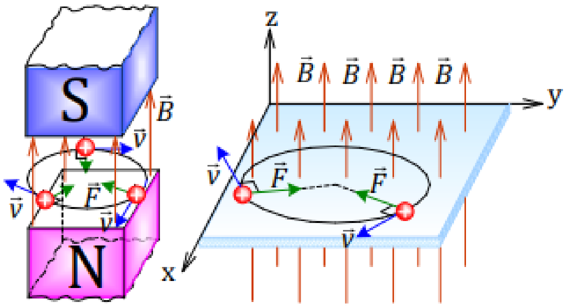
En resumo, a forza resultante que actúa sobre o electrón é constante en módulo, dirección e sentido: $\vec{F}_{\text{resultante}} = \overrightarrow{\text{cte.}}$, coincidindo a dirección da forza coa do movemento do electrón, e o **movemento** que este toma é **rectilíneo uniformemente acelerado**.

5.-

Un protón penetra nun campo magnético estacionario e uniforme $\vec{B} = 0{,}4\,\vec{k}\ (\mathrm{T})$ cunha velocidade $\vec{v} = 10^6\ \vec{j}\ (\mathrm{m\ s^{-1}})$. Estuda o movemento que describe e calcula: a) o raio da órbita que describe; b) o tempo que tarda en dar unha volta completa; c) o número de voltas que dá en 1 s. Datos: m_p = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; Q_p = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Resolución:

O protón está sometido á forza magnética de Lorentz: $\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Esta forza é de dirección perpendicular ao plano determinado polos vectores $\vec{v}$ e $\vec{B}$, co sentido de avance dun sacarrollas que leve $\vec{v}$ sobre $\vec{B}$ polo camiño máis curto: $\vec{F} = F\,\vec{i}$ (no instante en que o protón entra no campo magnético),



As forzas perpendiculares á traxectoria dunha partícula soamente fan variar a dirección do movemento, pero non modifican o módulo da velocidade, polo que o movemento é uniforme. Tamén o podemos razoar da forma:

$$\left.\begin{array}{l} W = \int F \cdot \mathrm{d}r \cdot \cos 90° = 0 \\ W = \Delta E_k \end{array}\right\} \rightarrow 0 = \Delta E_k \rightarrow v = \text{cte.} \rightarrow \text{movemento uniforme}$$

Como Q, v e B son constantes, a forza F, ($F = Q \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} 90°$), e a aceleración a, ($a = F/m$), tamén o son:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{F_n}{m} = a_n = \text{cte.} \\ a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ v = \text{cte.} \end{array}\right\} \rightarrow r = \text{cte.} \rightarrow \text{circunferencia}$$

O resultado é que o protón posúe un **movemento circular uniforme**.

a) $F_{\text{magnética}} = F_{\text{centrípeta}}$

$$Q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B} \rightarrow r = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}4} \rightarrow r = 2{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

b) $$v = \frac{s}{t} \xrightarrow{\text{Se } s = 2\pi r \rightarrow t = T} T = \frac{2\,\pi\,r}{v} \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-2}}{10^6} \rightarrow T = 1{,}63 \cdot 10^{-7}\ \text{s}$$

c) $$\nu = \frac{1}{T} \rightarrow \nu = \frac{1}{1{,}63 \cdot 10^{-7}} \rightarrow \nu = 6{,}1 \cdot 10^6\ \text{Hz} \rightarrow \text{n° de voltas/s} = 6{,}1 \cdot 10^6$$

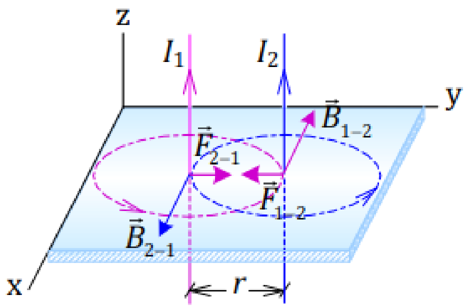
6.-

Dous condutores rectilíneos, paralelos e indefinidos están situados no plano yz, coa dirección do eixe z, separados unha distancia de 20 cm. Se por cada un deles circula unha corrente de 4 A, calcula, por unidade de lonxitude, a forza que se exercen mutuamente para o caso de que: a) as correntes teñan o mesmo sentido; b) teñan sentido contrario. Son forzas atractivas ou repulsivas? Nota: os condutores están no baleiro.

Resolución:

a)

$$\left.\begin{aligned} F_{1-2} &= I_2 \cdot l \cdot B_{1-2} \\ B_{1-2} &= \frac{2K \cdot I_1}{r} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{F_{1-2}}{l} = \frac{2K \cdot I_1 \cdot I_2}{r}$$

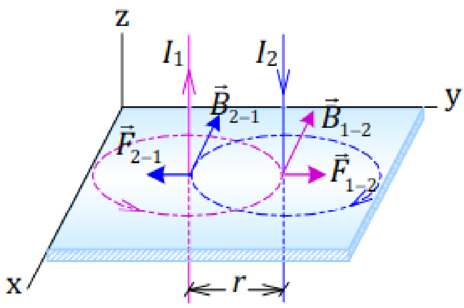


$$\frac{F_{1-2}}{l} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 4}{0{,}2} \rightarrow \frac{F_{1-2}}{l} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N\,m^{-1}}$$

$$\frac{\vec{F}_{1-2}}{l} = -1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ (\mathrm{N\,m^{-1}})$$

$$\frac{\vec{F}_{2-1}}{l} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ (\mathrm{N\,m^{-1}})$$

Estas forzas, $\vec{F}_{1-2}$ e $\vec{F}_{2-1}$, son **atractivas**.



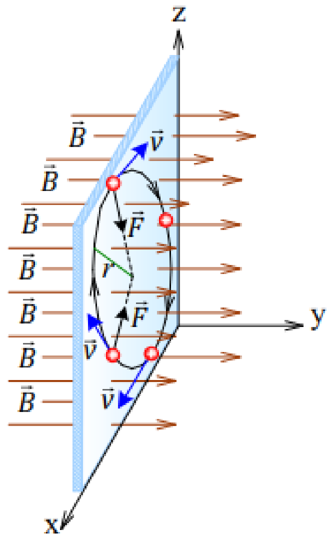
b) $$\frac{\vec{F}_{1-2}}{l} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ (\mathrm{N\,m^{-1}})$$

$$\frac{\vec{F}_{2-1}}{l} = -1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \vec{j}\ (\mathrm{N\,m^{-1}})$$

Estas forzas, $\vec{F}_{1-2}$ e $\vec{F}_{2-1}$, son **repulsivas**.

7. Un protón con velocidade $\vec{v}=5\cdot 10^6\,\vec{i}\,(\mathrm{m\,s^{-1}})$ penetra nunha zona onde hai un campo magnético $\vec{B}=1\,\vec{j}\,(\mathrm{T})$. a) Debuxa a forza que actúa sobre o protón e deduce a ecuación para calcular o raio da orbita; b) calcula o numero de voltas en un segundo; c) varía a enerxía cinética do protón ao entrar nesa zona? (Datos: $m_{\text{protón}}$ = 1,67 · 10^{-27} kg; $q_{\text{protón}}$ = 1,6 · 10^{-19} C). (*PAU xuño 13*).

Resolución:



a) O protón, que penetra nunha dirección perpendicular ao campo magnético, está sometida á forza de Lorentz, $\vec{F}_{\text{magnét.}}=Q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$, que en cada punto ten a dirección perpendicular á tanxente da traxectoria. As forzas perpendiculares á traxectoria dunha partícula non modifican o módulo da súa velocidade, unicamente fan variar a dirección do movemento, causándolle un movemento circular uniforme. O valor do raio r da traxectoria circular que describe o protón obtense igualando a forza magnética á forza centrípeta: $F_{\text{magnética}} = F_{\text{centrípeta}}$.

$$Q_\mathrm{p}\cdot v\cdot B=m_\mathrm{p}\cdot\frac{v^2}{r}\rightarrow r=\frac{m_\mathrm{p}\cdot v}{Q_\mathrm{p}\cdot B}$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} f=\dfrac{1}{T} \\ v=\dfrac{s}{t}\xrightarrow{\text{Se } s=2\pi\cdot r\rightarrow t=T} v=\dfrac{2\pi\cdot r}{T}\rightarrow T=\dfrac{2\pi\cdot r}{v}\end{array}\right\}\rightarrow f=\frac{v}{2\pi\cdot r}$$

$$\left.\begin{array}{l} f=\dfrac{v}{2\pi\cdot r} \\ r=\dfrac{m_\mathrm{p}\cdot v}{Q_\mathrm{p}\cdot B}\end{array}\right\}\rightarrow f=\frac{Q_\mathrm{p}\cdot B}{2\pi\cdot m_\mathrm{p}}\xrightarrow[m_\mathrm{p}=1{,}67\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}]{Q_\mathrm{p}=1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C};\ B=1\,\mathrm{T}} f=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 1}{2\pi\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}}\rightarrow f=1{,}53\cdot 10^{7}\ \text{voltas/s}$$

c) Como se comenta máis arriba, a forza que actúa sobre o protón é unha forza normal, que non modifica o módulo da súa velocidade e, en consecuencia, a súa enerxía cinética non varía:

$$E_\mathrm{k}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2\xrightarrow[v=\text{cte.}]{m=\text{cte.}} E_\mathrm{k}=\text{cte.}$$

A igual conclusión se chega relacionando o traballo desenvolto pola forza $\vec{F}$ que actúa sobre o protón coa variación da enerxía cinética ΔE_k:

$$\left.\begin{array}{l} W_\mathrm{A}^\mathrm{B}=\int_\mathrm{A}^\mathrm{B}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}\xrightarrow{\vec{F}\perp\mathrm{d}\vec{r}} W_\mathrm{A}^\mathrm{B}=\int_\mathrm{A}^\mathrm{B}F\cdot\mathrm{d}r\cdot\cos 90^\circ=0 \\ W_\mathrm{A}^\mathrm{B}=\Delta E_\mathrm{k}\end{array}\right\}\rightarrow\Delta E_\mathrm{k}=0\,.$$