EXERCICIOS DE XEOMETRÍA

1) Calcular as ecuacións paramétricas, a ecuación continua, e as ecuacións xerais da recta que para por P(2,-1,3) e ten como vector director $\vec{d} = (1,-1,4)$

2) Calcular a ecuación continua da recta que pasa polo punto P(-1,1,3) e é paralela á recta s.

s: $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$

3) Calcular as ecuacións paramétricas e a ecuación xeral do plano π que pasa polos punto A(-1,0,2) e B(0,3,-1), e que é paralelo á recta r:

r: $\begin{cases} x - y = 0 \\ x - 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$

4) Determina as ecuacións xerais dos planos XY, XZ, e YZ.

5) Determina as ecuacións xerais dos eixes de coordenadas.

6) Estudar a posición relativa, segundo os valores do parámetro α , dos planos:

π: 3x + αy + z = 3

π´: 2αx - y + z = 5

π´´: 4x + 3αy + z = α

7) Estudar, segundo os valores do parámetro m, a posición relativa da recta

r: $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$

e do plano π: x + my - z = 3

8) Dadas as rectas :

r : x= y= z

s: $x - 1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$

a) Estudar a súa posición relativa.

b) Calcular a ecuación da recta que corta a r e é paralela a t: (x,y,z)= (1,2,3) + α(1,2-1)

9) Determinar a posición relativa das rectas:

r: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = \quad t \\ z = -1 - t \end{cases}$ **s:** $\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$

10) Calcular o ángulo que forman os vectores $\vec{u} = (2,-1,2)\, e\, \vec{v} = (1,-1,0))$

11) Dados os vectores $\vec{u} = (1,-1,2)\, e\, \vec{v} = (1,-1,1))$**, calcular** $\vec{u}\ x\,\vec{v}$

12) Calcular a área do triángulo de vértices A(2,1,0) B(1,0,-1) C(0,2,1).

13) Calcular o volume do tetraedro de vértices O,A,B,C, sendo O a orixe de coordenadas, e A,B,C os puntos onde o plano π: 2x - 3y + 4z -12= 0 corta aos eixes de coordenadas.

14) Calcular as ecuacións normal e xeral do plano π que pasa polo punto P(1,2,3) e que é perpendicular á recta r: $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$

15) Calcular o ángulo formado pola recta r: $\begin{cases} 2x - y + z + 3 = 0 \\ y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$ **e o eixe Z.**

16) Calcular o ángulo que forma o plano XY co plano π: $\begin{cases} x = 1 + 2\alpha + 3\beta \\ y = \alpha - \beta \\ z = 1 + \beta \end{cases}$

17) Consideremos o plano π: αx + z - 2=0

a) Discutir, segundo os valores do parámetro α, a posición relativa co plano XY.

b)Calcular os valores de α para os que a recta perpendicular a π pasando pola orixe de coordenadas forma un ángulo de π/3 co plano XY.

18) Calcular a distancia entre o punto P(3,-2,1) e o plano π: 2x - 3y - z + 2 = 0

19) Calcular a distancia do punto P(1,1,-3) á recta r: $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$

20) Dados os planos

π: 2x - y + 3z = 1

π´: -4x + 2y - 6z + 1= 0

Determinar a súa posición relativa e calcular, de ser o caso, a distancia entre eles.

21) Dada a recta r: $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y - z + 3 = 0 \end{cases}$ **e o plano π: 3x   z + 1 = 0**

determina a súa posición relativa e calcula a distancia d(r,π).

22) Dadas as rectas r: $x - 2 = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$ e s: $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

determina a súa posición relativa e calcula a distancia d(r,s).

23) Dadas as rectas r: $\dfrac{x-1}{2} = y = \dfrac{z}{2}$ **e s:** $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t \\ z = 3t - 2 \end{cases}$

determina a súa posición relativa e calcula a distancia d(r,s).

24) Calcular o valor de m para que os puntos A(2,1,-2) B(1,1,1) e C(0,1,m) queden na mesma liña. Calcular tamén o punto simétrico do punto P(-2,0,0) respecto da recta que pasa polos puntos A e B.

25) Dadas as rectas r: $x = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-3}$ **e s:** $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$

a) Posición relativa das dúas rectas.

b) Ecuación do plano que contén a r e é paralelo a s.

26) Os puntos A(1,1,0) B(0,1,1) e C(-1,0,1) son vértices consecutivos do paralelogramo ABCD.

a) Calcula as coordenadas do vértice D

b) Calcula a área do paralelogramo.

c) Calcula a ecuación do plano que pasa polo punto B e é perpendicular á recta que pasa por A e C.

27) Dadas as rectas s: $x = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ **e r:** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$

a) Posición relativa das dúas rectas.

b) Calcular, se é posible, a ecuación do plano que contén a r e s.

c) Ángulo formado por r e s.

28) Que relación ten que existir entre a e b para que os vectores (a,b,1), (-b,-1,a) e (-a,b,a) estean sobre un mesmo plano.

29) Dados os puntos A(0,0,1), B(1,0,-1), C(0,1,-2) e D(1,2,0)

a) Probar que non son coplanarios.

b)Ecuación do plano π determinado polos puntos A,B e C

c) Calcular a distancia do punto D ao plano π.

30)Dado o plano π: 3x + 2y - z + 10 = 0, e o punto P(1,2,3)

a) Achar a ecuación da recta r perpendicular ao plano π, que pase polo punto P.

b) Achar o punto Q intersección de π e r.

c) Calcular o punto R intersección de π co eixe OY.

d) Achar a área do triángulo P,Q,R.

31) Calcular a distancia entre a recta r: x + 1 = y = z - 3, e a recta s determinada polo punto (1,-1,3) e o vector director $\vec{v} = (1,0,3)$

32) Calcular o punto do plano 2x + y - z = 1 máis próximo ao punto (1,2,-3).

33) A proxección do vector $\vec{v}$ sobre o vector $\vec{u}$ vale 2. O módulo do vector $\vec{u}$ vale 3 e o módulo do vector $\vec{v}$ vale 5. Canto vale a proxección do vector $\vec{u}$ sobre o vector $\vec{v}$?. Canto vale a área do paralelogramo que forman $\vec{u}$ e $\vec{v}$?

34) Sexa r a recta que pasa polos punto (2,2,4) e (-1,1,2) e π o plano que pasa polos puntos (1,0,1) , (1,-1,0) e (3,0,0).

a) Son paralelos plano e recta?

b) Calcular o punto P de intersección da recta e o plano.

c) Calcular o ángulo que forman a recta e o plano.

d) Determinar os puntos, s e t, da recta r que distan catro unidades do plano π.

e) Achar a distancia do punto P ao eixe OX.

35) Sabemos que as rectas r: $\frac{x+1}{2} = \frac{y+k}{3} = \frac{z-1}{-2}$ **e s:** $\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-k}{3}$ **se cortan nun punto**

a) Calcula o valor de k.

b) Acha a ecuación xeral do plano que as contén.