MATRICES, DETERMINANTES E SISTEMAS

---

1. a) Estuda, segundo os valores de m, o rango da matriz $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$

b) Coincide A coa súa inversa para algún valor de m?

c) Determina unha matriz simétrica X de orde 2 tal que $X \cdot \binom{1}{1} = \binom{3}{5}$ e o determinante da matriz $3X$ sexa -9

1. a) Define menor complementario e adxunto dun elemento nunha matriz cadrada.

b) Sexan I a matriz identidade de orde 3 e $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, determina os valores de λ para os que $A + \lambda I$ non ten inversa.

c) Calcula a matriz X que verifica $AX - A = 2X$, sendo A a matriz dada no apartado b).

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, sexan B^t a matriz trasposta de B e I a matriz identidade de orde 3.

a) Estuda, segundo os valores do parámetro λ, o rango de $AB^t + \lambda I$.

b) Calcula a matriz X que verifica: $AB^tX - X = 2B$.

1. a) Sexa M unha matriz cadrada de orde 2 tal que $M^2 = 4M$. Determina a matriz X que verifica a ecuación matricial $(M - 2I)^2 X = I$, sendo I a matriz identidade de orde 2.

b) Determina todas as matrices B da forma $\begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$ que verifiquen $B^2 = 4B$. Se algunha é inversible, calcula a súa inversa.

c) ¿Cando un sistema de ecuacións lineais se di homoxéneo?¿Pode ser incompatible un sistema de ecuacións lineais homoxéneo? Xustifica a resposta.

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$

a) Calcula, segundo os valores de m, o rango de A.

b) ¿Coincide A coa súa inversa para algún valor de m? Para $m = 0$, calcula A^{60}

c) Se $m = 2$ e A é a matriz de coeficientes dun sistema de tres ecuacións lineais con tres incógnitas, ¿podemos afirmar que o sistema ten solución única? Xustifica a resposta

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

a) Se I é a matriz identidade de orde 3, calcula os valores de λ para os que $A + \lambda I$ non ten inversa. Calcula, se existe, a matriz inversa de $A - 2I$.

b) Calcula a matriz X tal que $XA + A^t = 2X$, sendo A^t a matriz trasposta de A.

1. a) Pon un exemplo de matriz simétrica de orde 3 e outro de matriz antisimétrica de orde 3.

b) Sexa M unha matriz simétrica de orde 3, con $\det(M) = -1$. Calcula, razoando a resposta, o determinante de $M + M^t$, sendo M^t a matriz trasposta de M.

c) Calcula unha matriz X simétrica e de rango 1 que verifique: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1.a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{aligned} 3x - y - 2z &= m + 9 \\ mx + 3y - z &= 0 \\ 3x - y + 5z &= 0 \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $m = -9$.

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema:

$$\begin{aligned} x + my + (m-1)z &= m \\ (m-1)y + z &= 0 \\ x + y &= 0 \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, para $m = 3$.

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{aligned} x + my + z &= 2 \\ mx - y + z &= 0 \\ 2x - y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $m = 1$.

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro a, o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{aligned} ax + 2y + 2z &= a \\ x + y + z &= 0 \\ 2x - y + 2z &= a \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $a = 0$.

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións lineais

$$\begin{aligned} mx + y - 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \\ x - y + z &= m \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, nos casos $m = 0$ e $m = -1$.