FUNCIÓNS, LÍMITES, CONTINUIDADE, DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN

3. a) Define función continua nun punto. ¿Que tipo de discontinuidade ten $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-2x}$ nos puntos $x = 0$ e $x = 2$?

b) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ no seu punto de inflexión.

4. a) Calcula $\lim_{x\to 1} \frac{\ln(2x-1)}{x^2-\sqrt{x}}$ (Nota: ln = logaritmo neperiano)

b) Calcula $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2}dx$

3. a) Dada a función $f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$ calcula os valores de a, b, c sabendo que $x = \frac{1}{2}$ é unha asíntota vertical e que $y = 5x - 6$ é a recta tanxente á súa gráfica no punto correspondente a $x = 1$. Para os valores de a, b, c calculados, posúe $f(x)$ máis asíntotas?

b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial. Pódese aplicar, no intervalo $[0,1]$, este teorema á función $f(x) = \frac{1}{2-x}$? En caso afirmativo calcula o punto ao que fai referencia o teorema.

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $f(x) = -x^2$ e a recta normal á gráfica de $f(x)$ no punto correspondente a $x = 1$. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade).

3. a) Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{cosx - e^{-2x} - 2x}{sen^2 x}$

b) Queremos dividir un fío metálico de 70 metros de lonxitude en tres partes de maneira que unha delas teña dobre lonxitude que outra e ademais que ao construír con cada parte un cadrado, a suma das áreas dos tres cadrados sexa mínima. Calcula a lonxitude de cada parte.

4. a) A segunda derivada dunha función $f(x)$ é $f''(x) = 4e^{2x} - 2x$. Ademais a tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto $(0,1)$ é paralela á recta $x - y + 3 = 0$. Calcula $f(x)$.

b) Calcula $\int_0^{\pi/2} xsen(2x + \pi)dx$

3. Dada a función $f(x) = \begin{cases} mx & se \quad x < 1 \\ ax^2 + bx + 1 & se \quad x \geq 1 \end{cases}$

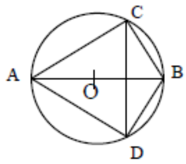
a) Calcula os valores de a, b e m para que $f(x)$ sexa derivable en $x = 1$ e teña un extremo relativo en $x = 3$.

b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial. Para os valores $a = 1$, $b = -6$ e $m = -4$, calcula, se existe, un punto $c \in (0,5)$ tal que a tanxente á gráfica de $f(x)$ en $x = c$ sexa paralela ao segmento que une os puntos $(0,0)$ e $(5, -4)$.

4. a) Calcula $\int_0^1 \frac{2}{3+3e^x}dx$

b) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Se $F(x) = \int_0^x \frac{2}{3+3e^t}dt$, calcula $\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{x}$

3. Nunha circunferencia de centro O e radio 10 cm. trázase un diámetro AB e unha corda CD perpendicular a ese diámetro. ¿A que distancia do centro O da circunferencia debe estar a corda CD, para que a diferencia entre as áreas dos triángulos ADC e BCD sexa máxima?



4. a) Enuncia o teorema de Rolle. Determina o valor de a para que sexa aplicable o teorema de Rolle á función $f(x) = x^3 + ax - 1$, no intervalo $[0,1]$. Para este valor de a, calcula un punto $c \in (0,1)$ no que a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ sexa paralela ao eixe OX.

b) Calcula $\int \frac{x^3+3}{x^2-x}dx$

3. a) Enuncia o teorema de Bolzano. ¿Ten a ecuación $x^3 + 2x - 2 = 0$ algunha solución no intervalo $(0,1)$? ¿Ten esta ecuación máis dunha solución real?

b) Calcula os valores de a e b para que $\lim_{x\to 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{sen(x^2)} = 1$

4. a) Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento e os intervalos de concavidade e convexidade da función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ e a bisectriz do primeiro cadrante. (Nota: para o debuxo da gráfica de $f(x)$, é suficiente utilizar o apartado anterior e calcular os puntos de corte cos eixes).

3. a) Calcula: $\lim_{x\to\infty} \frac{e^{2x} + 1}{xe^x}$

b) Se $f(x)$ é unha función continua no intervalo $[1,4]$ tal que $\int_1^2 f(x)dx = 2$ e $\int_1^4 f(x)dx = -4$, ¿cal é o valor de $\int_2^4 5f(x)dx$? Enuncia as propiedades da integral definida que utilices.

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $f(x) = -x^2 + 9x$, e as rectas $y = 20$; $x - y + 15 = 0$. (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e a concavidade ou convexidade).

3. Calcula o dominio, as asíntotas, os intervalos de crecemento e decrecemento e os máximos e mínimos de $f(x) = \frac{2x+1}{e^{x^2}}$

4. a) Define primitiva dunha función e enuncia a regra de Barrow.

b) Calcula $\int_2^3 \frac{x^3+2}{x^2-1} dx$

3. Debuxa a gráfica de $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x+1}$, estudando: dominio, puntos de corte cos eixos, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Sabendo que $\int_0^x f(t)dt = x^2(1+x)$, con f unha función continua en todos os puntos da recta real, calcula $f(2)$.

b) Calcula $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^2+1}{x^2+x} dx$

3. a) Define función continua nun punto. ¿Cando se di que unha discontinuidade é evitable?¿Para que valores de k, a función $f(x) = \dfrac{e^x}{x^2+k}$ é continua en todos os puntos da recta real?

b) Determina os valores de a, b, c, d para que a función $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un máximo relativo no punto (0,4) e un mínimo relativo no punto (2,0).

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola recta $x + y = 7$ e a gráfica da parábola $f(x) = x^2 + 5$. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade)

3. a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Calcula: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + e^{-x} - 2\cos x}{sen(x^2)}$

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica de $y = -x^2 + 1$ e as rectas tanxentes a esta parábola nos puntos de corte da parábola co eixo OX. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade).

3. Debuxa a gráfica da función $f(x)=\dfrac{x^2}{x-2}$, estudando: dominio, puntos de corte cos eixos, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Calcula $\int x\ln(1+x^2)dx$ (Nota: ln = logaritmo neperiano)

b) Enuncia e interpreta xeometricamente o teorema do valor medio do cálculo integral.