

## EJERCICIOS DE ASÍNTOTAS

Escribe todas las asíntotas de  $f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$  y  $g(x) = \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x}$  y esboza sus gráficas.

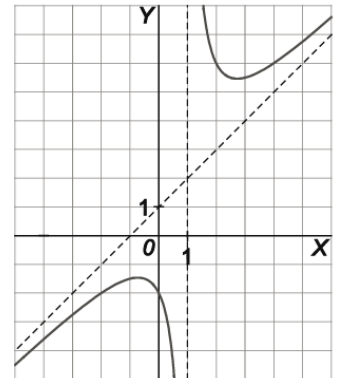
La función  $f(x)$  tiene una asíntota vertical en  $x = 1$  ya que:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+2}{x-1} = +\infty \text{ y } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+2}{x-1} = -\infty$$

(Las posibles asíntotas verticales en las funciones racionales hay que buscarlas entre los valores que anulan el denominador, pero esto no quiere decir que en todos los valores que anulan el denominador haya asíntotas verticales, como se verá en el ejercicio 25).

No tiene asíntotas horizontales porque  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+2}{x-1} = +\infty$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+2}{x-1} = -\infty$ .

Como  $\frac{x^2+2}{x-1} = (x+1) + \frac{3}{x-1}$ , la función  $f(x)$  tiene una asíntota oblicua de ecuación  $y = x+1$ .



Activar Windd

La función  $g(x)$  tiene dos asíntotas verticales, una es  $x=0$  y otra es  $x=-5$  (que son los valores que anulan el

denominador) ya que:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x} = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x} = +\infty$ ,

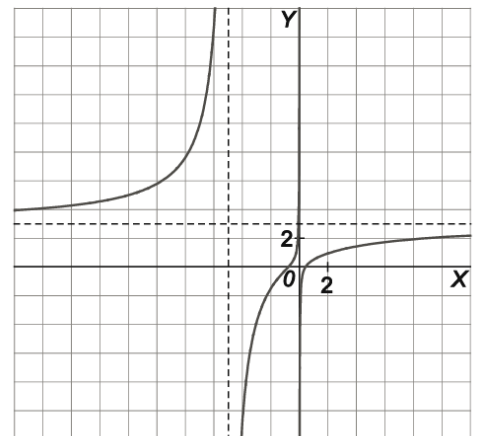
$$\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x} = -\infty \text{ y } \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x} = +\infty.$$

Al calcular los límites en el infinito vemos que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x} = 3$

y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+x-1}{x^2+5x} = 3$ , por lo que se deduce que la recta  $y=3$  es una

asíntota horizontal tanto a derecha como a izquierda.

Al ser una función racional y tener asíntotas horizontales, no tiene asíntotas oblicuas.



Esboza la gráfica de  $f(x) = \frac{x^2}{x(x-1)^2}$ .

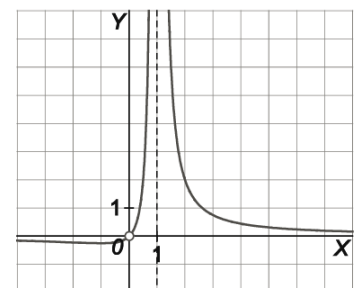
Las posibles asíntotas verticales son  $x=0$  y  $x=1$ .

Como  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{x(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x-1)^2} = 0$ , entonces  $x=0$  no es asíntota.

Podemos decir que en  $x=0$  hay un agujero. Este es un buen ejemplo de valor que anula el denominador, pero no indica que haya una asíntota vertical.

Como  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x(x-1)^2} = +\infty$ ,  $x=1$  es asíntota vertical.

Como  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x(x-1)^2} = 0$ , así pues la función tiene una asíntota horizontal de ecuación  $y=0$ .



Activar Windows