Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Fracciones **Hoja 32**

Concepto de fracción

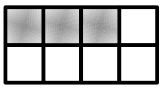
Las fracciones aparecen cuando se divide algo en varias partes iguales y se toman unas cuantas de esas partes. Lo que se divide se llama **la unidad**. El número de partes en que se divide se llama **denominador**. El número de partes que se toman se llama **numerador**.

Ejemplo: llega una pizza a casa que está dividida en ocho trozos y tú te comes tres trozos. La pizza es la unidad, el denominador es 8 y el numerador es 3.

Escritura, lectura y representación de fracciones

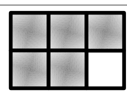
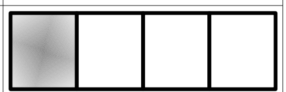
Las fracciones se escriben con una pequeña barra horizontal, el numerador encima y el denominador debajo. Se nombran diciendo el número del numerador y luego el del denominador acabado en -avo, salvo que el denominador sea menor de 11, para los que se usan nombres especiales (medio, tercio,...).

Para representar gráficamente una fracción se hace un dibujo de alguna figura geométrica sencilla, como un rectángulo, se divide en las partes iguales que indique el denominador de algún modo que sea fácil y se marcan las partes que indique el numerador

Ejemplo: tres octavos → $\frac{3}{8}$ → 

Ejercicios

Rellena la siguiente tabla como en el ejemplo de la primera fila

	Fracción	Lectura	Num.	Den.	Representación
☺	$\frac{5}{6}$	Cinco sextos	5	6	
①					
②	$\frac{3}{5}$				
③		Dos tercios			
④			4	9	
⑤	$\frac{1}{2}$				
⑥		Tres cuartos			
⑦			7	12	

Fracciones propias e impropias

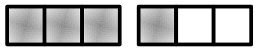
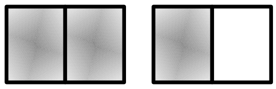
Ejemplo: imagina que llegan a tu casa unos pastelitos para una fiesta y tu familia los parte cada uno en tres trozos; a ti te gustan mucho y te comes cuatro trozos. Te has comido **cuatro tercios** de pastelitos.

Una fracción **impropia** es la que tiene el numerador **mayor** que el denominador; para representarlas hay que usar más de una unidad.

Una fracción **propia** es la que tiene el numerador **menor o igual** que el denominador, como todas las de la parte de delante de esta hoja.

Ejercicios

Rellena la siguiente tabla como en el ejemplo de la primera fila

	Fracción	Lectura	Num.	Den.	Representación
☺	$\frac{4}{3}$	Cuatro tercios	4	3	
⑧					
⑨	$\frac{7}{4}$				
⑩		Cinco medios			
⑪			5	4	
⑫	$\frac{9}{8}$				
⑬		Seis quintos			
⑭			7	6	

Problemas

La respuesta a los siguientes problemas es una fracción. Contesta con la fracción escrita de dos formas y di si es una fracción propia o impropia.

⑮ Tienes una colección de 20 comics y te has leído 17. ¿Qué fracción de tus cómics te has leído?

⑯ Llegan a casa varias pizzas pequeñas cortadas en cuatro trozos y tú te comes cinco trozos. ¿Qué fracción de pizza te has comido?

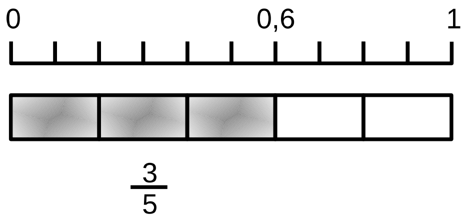
⑰ Tienes tres monedas en el bolsillo derecho y cinco el izquierdo. ¿Qué fracción de tus monedas está en el bolsillo izquierdo?

La fracción como división

Una fracción se puede considerar también una división. Cuando se realiza la división, casi siempre se obtiene un número decimal.

Ejemplo: $\frac{3}{5}=3:5=0{,}6$

La representación gráfica de la fracción y del número decimal llegarán al mismo punto de la recta. Ejemplo:



Ejercicios

Convierte las siguientes fracciones en números decimales y represénta gráficamente la fracción y el número decimal (necesitarás representar el 0 en todos los casos):

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{5}{8}$

⑤ $\frac{7}{5}$

⑥ $\frac{4}{10}$

Comparación entre una fracción y un número decimal

Se convierte la fracción en un número decimal y se compara con el otro.

Ejemplo: compara $\frac{3}{4}$ y 0,8. $\frac{3}{4}=0,75$. Solución: $\frac{3}{4}<0,8$

Ejercicios

Realiza las comparaciones pedidas:

⑦ $\frac{7}{2}$ y 3,4

⑧ $\frac{6}{5}$ y 1,3

Comparación entre dos fracciones

Se convierten las fracciones en números decimales y se comparan.

Ejemplo: compara $\frac{7}{8}$ y $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}=0,875$; $\frac{3}{4}=0,75$. Solución: $\frac{7}{8}>\frac{3}{4}$

Ejercicios

Realiza las comparaciones pedidas:

⑨ $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{5}$

⑩ $\frac{6}{5}$ y $\frac{11}{10}$

Problemas

⑪ Tienes una deuda de ocho quintos de euro y llevas en el bolsillo 1,5 euros. ¿Tienes bastante para pagar la deuda?

⑫ María pide una pizza, la parte en cinco partes iguales y se come dos. Marta pide otra pizza igual que la de María, la parte en cuatro partes iguales y se come tres. ¿Quién come más pizza?

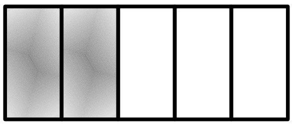
Fracciones equivalentes

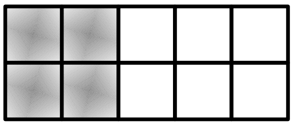
Se dice que dos fracciones son equivalentes cuando **representan la misma parte de la unidad**. Para escribir que dos fracciones son equivalentes usamos el signo «igual» («=») entre ellas.

<u>Ejemplo</u>. Las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes porque $\frac{2}{5}=0{,}4$ y $\frac{4}{10}=0{,}4$

Por tanto, escribimos $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$.

La representación gráfica de las dos fracciones usando la misma figura también nos sirve para comprender la idea:

$\frac{2}{5} \rightarrow$ 

$\frac{4}{10} \rightarrow$ 

Ejercicios

Representa gráficamente las siguientes parejas de fracciones usando rectángulos idénticos para cada una y di si te parecen equivalentes o no:

① $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$

③ $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{8}$

② $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$

④ $\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{3}$

Método para averiguarlo

La representación gráfica puede ser poco fiable, pero hay un método mejor para averiguar si dos fracciones son equivalentes:

Se multiplica el numerador de una por el denominador de la otra; si los dos resultados coinciden, las fracciones son equivalentes y si no, no lo son.

<u>Ejemplo 1</u>: Las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes porque $2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$

<u>Ejemplo 2</u>: Las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ no son equivalentes porque $3 \cdot 7 \neq 5 \cdot 4$

Ejercicios

Averigua si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes o no calculando los **productos cruzados** como en el ejemplo.

Ejemplo 3: $\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{3}$. 4·3 =12; 9·2 = 18. Solución: $\frac{4}{9} \neq \frac{2}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{10}$

⑥ $\frac{7}{12}$ y $\frac{4}{7}$

⑦ $\frac{12}{13}$ y $\frac{3}{5}$

⑧ $\frac{35}{25}$ y $\frac{7}{5}$

⑨ $\frac{12}{11}$ y $\frac{9}{8}$

⑩ $\frac{15}{18}$ y $\frac{20}{24}$

Cálculo mental

Averigua mentalmente si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes o no y responde escribiendo en la casilla en blanco la palabra «sí» o la palabra «no».

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
⑪	$\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{7}$	$\frac{10}{4}$ y $\frac{5}{2}$	$\frac{1}{7}$ y $\frac{2}{8}$	$\frac{30}{20}$ y $\frac{3}{2}$	$\frac{4}{8}$ y $\frac{1}{2}$
⑫	$\frac{31}{3}$ y $\frac{21}{2}$	$\frac{5}{10}$ y $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{9}$ y $\frac{1}{3}$	$\frac{13}{26}$ y $\frac{1}{2}$	$\frac{4}{11}$ y $\frac{8}{22}$
⑬	$\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$	$\frac{1}{7}$ y $\frac{1}{8}$	$\frac{2}{3}$ y $\frac{14}{21}$	$\frac{8}{9}$ y $\frac{4}{5}$	$\frac{3}{7}$ y $\frac{6}{14}$
⑭	$\frac{1}{8}$ y $\frac{2}{16}$	$\frac{10}{3}$ y $\frac{5}{2}$	$\frac{12}{10}$ y $\frac{6}{5}$	$\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{4}$	$\frac{30}{50}$ y $\frac{3}{5}$

Métodos de obtención de fracciones equivalentes

Existen **dos métodos** para obtener fracciones equivalentes a una fracción que nos den y cada uno se utiliza en Matemáticas para resolver situaciones distintas, así que es importante manejar los dos.

Método de amplificación

Consiste en **multiplicar** el numerador y el denominador de la fracción que nos den por un número, vale cualquiera. Así es posible obtener **infinitas** fracciones, aunque normalmente solo nos interesará una de ellas.

Ejemplo 1. Obtén varias fracciones equivalentes a $\frac{2}{5}$ mediante amplificación.

$$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{20}{50}=\ldots \text{ (hemos multiplicado por 2, 3, 4 y 10)}$$

Ejercicios

Obtén por amplificación tres fracciones equivalentes a la que te den:

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{7}{8}$

④ $\frac{2}{7}$

Método de simplificación

Consiste en **dividir** el numerador y el denominador de la fracción que nos den por un número. Este método es más difícil que el anterior, porque es necesario encontrar un divisor común del numerador y el denominador. Para averiguarlo, vienen muy bien las **tablas de multiplicar** y los **criterios de divisibilidad**.

Ejemplo 2: $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ (hemos dividido entre 2 numerador y denominador).

Ejemplo 3: $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ (hemos dividido entre 3 numerador y denominador).

Ejercicios

Obtén por simplificación una fracción equivalente a la que te den:

⑤ $\frac{25}{35}$ ⑥ $\frac{49}{42}$ ⑦ $\frac{16}{18}$ ⑧ $\frac{22}{33}$

Ejercicios

Obtén por simplificación dos fracciones equivalentes a la que te den:

⑨ $\frac{12}{20}$

⑩ $\frac{8}{44}$

⑪ $\frac{9}{18}$

⑫ $\frac{27}{45}$

⑬ $\frac{50}{75}$

⑭ $\frac{63}{99}$

Ejercicios

Obtén por simplificación tres fracciones equivalentes a la que te den:

⑮ $\frac{12}{18}$

⑯ $\frac{6}{30}$

⑰ $\frac{24}{40}$

⑱ $\frac{30}{40}$

⑲ $\frac{66}{88}$

⑳ $\frac{42}{30}$

㉑ $\frac{42}{66}$

Ejercicios

Obtén por simplificación una fracción equivalente a la que te den:

㉒ $\frac{5}{35}$	㉗ $\frac{18}{14}$	㉜ $\frac{22}{26}$	㊲ $\frac{6}{10}$
㉓ $\frac{7}{49}$	㉘ $\frac{21}{30}$	㉝ $\frac{13}{26}$	㊳ $\frac{6}{21}$
㉔ $\frac{5}{10}$	㉙ $\frac{11}{33}$	㉞ $\frac{2}{14}$	㊴ $\frac{77}{21}$
㉕ $\frac{15}{21}$	㉚ $\frac{35}{49}$	㉟ $\frac{3}{30}$	㊵ $\frac{4}{22}$
㉖ $\frac{10}{35}$	㉛ $\frac{21}{49}$	㊱ $\frac{15}{25}$	㊶ $\frac{4}{26}$

Simplificar una fracción

Decimos que estamos simplificando una fracción cuando obtenemos por simplificación una fracción equivalente.

Ejemplo. Simplificamos $\frac{4}{10}$ cuando decimos que es equivalente a $\frac{2}{5} \rightarrow \frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

Ejercicios

Simplifica las siguientes fracciones:

① $\frac{25}{35}$ ② $\frac{49}{42}$ ③ $\frac{16}{18}$ ④ $\frac{22}{33}$

Fracción irreducible

Decimos que una fracción es irreducible cuando no se puede simplicar. Esto ocurre cuando no hay ningún número (distinto del «1») que divida a la vez al numerador y al denominador.

Ejemplo. La fracción $\frac{2}{5}$ es irreducible.

Un problema muy importante es **obtener una fracción irreducible que sea equivalente a una fracción dada**. Para hacerlo, normalmente se pueden dar tantos pasos como sea necesario.

Ejemplo. $\frac{18}{24}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$ (hemos dividido primero entre 2 y luego entre 3).

Ejercicios

Encuentra la fracción irreducible equivalente a la fracción dada mediante los pasos que necesites:

⑤ $\frac{12}{18}$

⑥ $\frac{6}{30}$

⑦ $\frac{24}{40}$

⑧ $\frac{7}{5}$

⑨ $\frac{12}{20}$

⑩ $\frac{8}{44}$

⑪ $\frac{9}{18}$

Ejercicios

Encuentra la fracción irreducible equivalente a la fracción dada mediante los pasos que necesites:

⑫ $\frac{27}{45}$

⑬ $\frac{50}{75}$

⑭ $\frac{7}{11}$

⑮ $\frac{30}{40}$

⑯ $\frac{66}{88}$

⑰ $\frac{36}{30}$

⑱ $\frac{77}{22}$

⑲ $\frac{121}{99}$

⑳ $\frac{33}{66}$

Cálculo mental

Averigua mentalmente la fracción irreducible que es equivalente a cada una de las fracciones y escríbela en la casilla en blanco.

	A		**B**		**C**		**D**		**E**	
㉑	$\frac{2}{4}$		$\frac{10}{15}$		$\frac{3}{9}$		$\frac{20}{25}$		$\frac{30}{35}$	
㉒	$\frac{12}{24}$		$\frac{14}{21}$		$\frac{35}{40}$		$\frac{100}{400}$		$\frac{3000}{4000}$	
㉓	$\frac{13}{26}$		$\frac{18}{36}$		$\frac{15}{35}$		$\frac{8}{24}$		$\frac{2}{22}$	
㉔	$\frac{12}{18}$		$\frac{35}{45}$		$\frac{40}{80}$		$\frac{6}{15}$		$\frac{2}{16}$	
㉕	$\frac{4}{16}$		$\frac{27}{81}$		$\frac{45}{63}$		$\frac{60}{36}$		$\frac{7}{21}$	
㉖	$\frac{25}{10}$		$\frac{8}{32}$		$\frac{15}{35}$		$\frac{70}{49}$		$\frac{55}{66}$	
㉗	$\frac{350}{250}$		$\frac{9}{90}$		$\frac{12}{16}$		$\frac{10}{55}$		$\frac{4}{44}$	
㉘	$\frac{3}{36}$		$\frac{2}{28}$		$\frac{7}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{39}{26}$	

Suma de fracciones con el mismo denominador

Si dos fracciones tienen el mismo denominador, es que la unidad se ha dividido en trozos del mismo tamaño en cada caso. Por tanto, bastará **sumar los numeradores**.

Ejemplo 1 → $\frac{4}{7}+\frac{1}{7}=\frac{5}{7}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones:

① $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=$ ② $\frac{1}{11}+\frac{3}{11}$ ③ $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$

Fracciones negativas

Como las fracciones pueden ser negativas, la suma de fracciones tiene los mismos casos que la suma de números enteros.

Ejemplo 2 → $\frac{4}{7}-\frac{1}{7}=\frac{3}{7}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones:

④ $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=$ ⑤ $\frac{7}{11}-\frac{5}{11}$ ⑥ $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$

Posible simplificación del resultado

Cuando se termina de hacer la suma de fracciones, se obtiene otra fracción, que quizá se pueda simplificar. Casi siempre habrá que dar el resultado como **fracción irreducible**.

Ejemplo 3 → $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

Ejemplo 4 → $\frac{11}{12}-\frac{1}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones y deja el resultado como una fracción irreducible:

⑦ $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=$

⑧ $\frac{3}{10}+\frac{2}{10}$

⑨ $\frac{7}{12}-\frac{1}{12}$

⑩ $\frac{11}{14}-\frac{1}{14}$

⑪ $\frac{7}{20}+\frac{3}{20}$

⑫ $\frac{7}{20}-\frac{3}{20}$

⑬ $\frac{4}{15}+\frac{2}{15}$

⑭ $\frac{11}{16}-\frac{5}{16}$

El resultado puede ser un número entero

Cuando la división entre el numerador y el denominador es **exacta**, hay que dejar el resultado como el número entero que nos dé el **cociente**.

Ejemplo 5 → $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{8}{8}=1$

Ejemplo 6 → $\frac{10}{3}-\frac{1}{3}=\frac{9}{3}=3$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones y deja el resultado como un número entero:

⑮ $\frac{7}{4}+\frac{1}{4}=$

⑯ $\frac{17}{5}-\frac{2}{5}$

⑰ $\frac{9}{2}+\frac{3}{2}$

⑱ $\frac{16}{7}-\frac{2}{7}$

Suma de la unidad y una fracción

La unidad es el número natural **1**, que se puede escribir como fracción poniendo como denominador **cualquier** número natural que se desee.

Ejemplo 7 → $1=\frac{2}{2}$

Ejemplo 8 → $1=\frac{3}{3}$

Ejemplo 9 → $1=\frac{17}{17}$

Esto permite muy fácilmente hacer la suma del número 1 con cualquier fracción; bastará escribir el 1 como una fracción con el **mismo denominador** que la fracción dada.

Ejemplo 10 → $1+\frac{5}{4}=\frac{4}{4}+\frac{5}{4}=\frac{9}{4}$

Ejemplo 11 → $1-\frac{2}{5}=\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones convirtiendo previamente el número 1 en una fracción:

⑲ $1+\frac{3}{4}=$

⑳ $1-\frac{3}{5}$

㉑ $1+\frac{11}{6}$

㉒ $1-\frac{2}{7}$

㉓ $\frac{2}{13}+1$

㉔ $\frac{13}{9}-1$

Ejercicios variados

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

㉕ $\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=$

㉖ $\frac{7}{11}+\frac{2}{11}$

㉗ $\frac{11}{6}-1$

㉘ $\frac{7}{15}+\frac{8}{15}$

㉙ $1+\frac{3}{10}$

㉚ $\frac{1}{12}+\frac{7}{12}$

㉛ $\frac{7}{5}+\frac{3}{5}$

㉜ $\frac{13}{5}-1$

㉝ $\frac{19}{7}+\frac{2}{7}$

㉞ $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$

Suma de fracciones con distinto denominador

Si dos fracciones tienen distinto denominador, es que la unidad se ha dividido en trozos del diferente tamaño en cada caso. Por tanto, **no se puede hacer** la suma directamente. Hay que **convertir** cada fracción en otra equivalente, de modo que las dos acaben con el mismo denominador. El denominador común que resulta más sencillo es el **mínimo común múltiplo** de los denominadores.

<u>Ejemplo 1</u> → $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}$

Como tienen distinto denominador, comenzamos calculando el mcm de 4 y 6:

$$\left.\begin{array}{l}4=2^2\\6=2\cdot 3\end{array}\right\}\Rightarrow mcm(4,6)=2^2\cdot 3=12$$

Sustituimos $\frac{7}{4}$ por una fracción equivalente con denominador 12: $\frac{7}{4}=\frac{?}{12}$

Dividimos 12 : 4 = 3 y multiplicamos 3·7=21, luego $\frac{3}{4}=\frac{21}{12}$

Sustituimos $\frac{5}{6}$ por una fracción equivalente con denominador 12: $\frac{5}{6}=\frac{?}{12}$

Dividimos 12 : 6 = 2 y multiplicamos 2·5=10, luego $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$

Ya se puede hacer la operación: $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}=\frac{21}{12}+\frac{10}{12}=\frac{31}{12}$

<u>Ejemplo 2</u> → $\frac{5}{9}-\frac{1}{6}=\frac{10}{18}-\frac{3}{18}=\frac{7}{18}$

Ejercicios

① $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=$

② $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$

③ $\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$

④ $\frac{3}{10}-\frac{1}{25}$

⑤ $\frac{3}{4}+\frac{7}{10}$

⑥ $\frac{13}{15}-\frac{5}{9}$

Los dos casos fáciles

Hay dos casos en los que es muy sencillo calcular el mínimo común múltiplo de dos números:

- Si los números **no tienen divisores primos comunes**, el mínimo común múltiplo es el **producto** de los números.
  - Ejemplos: mcm(2,3) = 6; mcm(4,7) = 28; mcm(4,9) = 36
- Si **un número es múltiplo del otro**, el mínimo común múltiplo es el **mayor** de los dos números.
  - Ejemplos: mcm(2,6) = 6; mcm(5,15) = 15; mcm(30,3) = 30

Esto permite hacer algunas sumas de fracciones más fácilmente.

Ejemplo 3 → $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{22}{15}$

Ejemplo 4 → $\frac{1}{21}+\frac{4}{3}=\frac{1}{21}+\frac{28}{21}=\frac{29}{21}$

Ejercicios

⑦ $\frac{4}{5}+\frac{1}{3}$

⑧ $\frac{4}{3}-\frac{1}{6}$

⑨ $\frac{7}{2}-\frac{2}{5}$

⑩ $\frac{1}{10}+\frac{3}{5}$

⑪ $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$

⑫ $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}$

⑬ $\frac{5}{4}-\frac{1}{5}$

⑭ $\frac{1}{5}+\frac{3}{20}$

Ejercicios variados

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado como fracción irreducible.

⑮ $\frac{1}{10}+\frac{3}{2}$

⑯ $\frac{1}{4}+\frac{3}{20}$

⑰ $\frac{2}{3}-\frac{1}{15}$

⑱ $\frac{3}{8}+\frac{1}{5}$

⑲ $\frac{5}{14}+\frac{7}{21}$

⑳ $\frac{7}{6}-\frac{1}{5}$

㉑ $\frac{1}{10}+\frac{3}{20}$

㉒ $\frac{4}{15}+\frac{7}{20}$

㉓ $\frac{3}{5}-\frac{1}{10}$

㉔ $\frac{3}{5}+\frac{1}{7}$

Asignatura «Recuperación de Matemáticas» de Primero de ESO

Suma de fracciones **Hoja 40**

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones y da el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

① $\frac{3}{4}+\frac{7}{4}=$

② $\frac{3}{10}+\frac{1}{5}$

③ $\frac{7}{5}-\frac{3}{20}$

④ $1+\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{1}{8}+\frac{1}{2}$

⑥ $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$

⑦ $\frac{7}{4}-\frac{1}{6}$

⑧ $\frac{7}{10}-\frac{1}{6}$

Problemas

Los siguientes problemas requieren una o más operaciones de suma de fracciones o unidades. Da todos los resultados del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible).

⑨ Te compras una tableta de chocolate; hoy te comes $\frac{1}{4}$ y mañana te comes $\frac{1}{3}$. ¿Qué fracción de la tableta te has comido?

⑩ En una bolsa hay bolas blancas y negras. Si las blancas son $\frac{3}{7}$, ¿qué fracción corresponde a las negras?

Producto de dos fracciones

Para multiplicar dos fracciones hay que multiplicar sus numeradores y sus denominadores.

Ejemplo 1 → $\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{3}=\frac{2\cdot 5}{7\cdot 3}=\frac{10}{21}$ Ejemplo 2 → $\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{2}=\frac{1\cdot 3}{8\cdot 2}=\frac{3}{16}$

Consejo: escribe los productos, pero no los calcules directamente, porque enseguida veremos que muchas veces se puede simplificar.

Ejercicios

Realiza los siguientes productos de fracciones en dos pasos.

① $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=$

② $\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{4}$

③ $\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{3}$

Posibles simplificaciones

Cuando trabajamos con fracciones, casi siempre nos interesa dar el resultado final como fracción irreducible. Al multiplicar fracciones, muchas veces es posible simplificar. Para trabajar de la manera más sencilla posible, sigue este consejo: **simplifica al máximo antes de hacer las multiplicaciones**.

Ejemplo 3 → $\frac{6}{7}\cdot\frac{11}{10}=\frac{\mathbf{6}\cdot 11}{7\cdot\mathbf{10}}=\frac{\mathbf{3}\cdot 11}{7\cdot\mathbf{5}}=\frac{33}{35}$

Explicación: si te hubieran pedido que simplificaras la fracción $\frac{6}{10}$, hubieras dividido el numerador y el denominador entre 2 para obtener la fracción $\frac{3}{5}$; es decir, que $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. Pues eso es exactamente lo que ha ocurrido en el ejemplo 3, fíjate en los números que están en negrita.

Ejemplo 4 → $\frac{7}{22}\cdot\frac{33}{5}=\frac{7\cdot\mathbf{33}}{\mathbf{22}\cdot 5}=\frac{7\cdot\mathbf{3}}{\mathbf{2}\cdot 5}=\frac{21}{10}$ (hemos dividido 33 y 22 entre 11)

Ejercicios

Realiza los siguientes productos de fracciones en tres pasos.

⑤ $\frac{10}{7}\cdot\frac{11}{15}=$

⑥ $\frac{77}{3}\cdot\frac{5}{14}$

⑦ $\frac{2}{35}\cdot\frac{21}{5}$

⑧ $\frac{55}{3}\cdot\frac{2}{77}$

⑨ $\frac{45}{2}\cdot\frac{3}{55}$

⑩ $\frac{5}{24}\cdot\frac{40}{3}$

División de dos fracciones

Al dividir dos fracciones se obtiene otra fracción: el numerador del resultado es el producto del numerador del dividendo por el denominador del divisor y el denominador del resultado es el producto del denominador del dividendo por el numerador del divisor. ¡Es mucho más fácil ver unos ejemplos!:

Ejemplo 5 → $\frac{7}{3}:\frac{5}{2}=\frac{7\cdot 2}{3\cdot 5}=\frac{14}{15}$

Ejemplo 6 → $\frac{1}{8}:\frac{3}{11}=\frac{1\cdot 11}{8\cdot 3}=\frac{11}{24}$

Se suele decir que para dividir fracciones **se multiplica en cruz**.

Ejercicios

Realiza las siguientes divisiones de fracciones en dos pasos.

⑪ $\frac{7}{3}:\frac{2}{5}=$

⑫ $\frac{3}{7}:\frac{1}{4}$

⑬ $\frac{7}{2}:\frac{5}{3}$

⑭ $\frac{1}{8}:\frac{1}{3}$

Posibles simplificaciones

Como la división de fracciones lleva al mismo tipo de expresiones que el producto, el consejo de simplificar antes de hacer las multiplicaciones sigue siendo aplicable.

Ejemplo 7 → $\frac{49}{2}:\frac{77}{5}=\frac{\mathbf{49}\cdot 5}{2\cdot\mathbf{77}}=\frac{\mathbf{7}\cdot 5}{2\cdot\mathbf{11}}=\frac{35}{22}$ (hemos dividido 49 y 77 entre 7)

Ejercicios

Realiza las siguientes divisiones de fracciones en tres pasos.

⑮ $\frac{27}{5}:\frac{24}{7}=$

⑯ $\frac{2}{25}:\frac{3}{35}$

⑰ $\frac{33}{7}:\frac{44}{3}$

⑱ $\frac{2}{55}:\frac{3}{35}$

Dos simplificaciones

La importancia del consejo de simplificar antes de hacer las multiplicaciones se nota mucho en los casos en los que es posible hacer dos simplificaciones.

Ejemplo 8 → $\frac{10}{33}\cdot\frac{77}{15}=\frac{10\cdot 77}{33\cdot 15}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 3}=\frac{14}{9}$

Hemos simplificado **el 10 con el 15** (entre 5) y **el 77 con el 33** (entre 11).

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado como fracción irreducible:

⑲ $\frac{9}{25}\cdot\frac{35}{6}=$

⑳ $\frac{10}{49}:\frac{15}{77}$

㉑ $\frac{35}{6}\cdot\frac{16}{77}$

㉒ $\frac{26}{25}:\frac{18}{35}$

㉓ $\frac{39}{10}\cdot\frac{25}{9}$

㉔ $\frac{49}{33}:\frac{21}{44}$

Producto y división con fracciones y enteros

Resultado con numerador «1»

Cuando se realiza un producto o división con dos fracciones, es perfectamente posible que el numerador acabe siendo el número 1. Evidentemente, no será posible simplificar más el resultado.

Ejemplo 1 → $\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{4}=\frac{\mathbf{2}\cdot 1}{7\cdot\mathbf{4}}=\frac{\mathbf{1}\cdot 1}{7\cdot\mathbf{2}}=\frac{1}{14}$

Ejemplo 2 → $\frac{3}{10}:\frac{9}{5}=\frac{3\cdot 5}{10\cdot 9}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 3}=\frac{1}{6}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado como fracción irreducible:

① $\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{15}=$

③ $\frac{7}{55}\cdot\frac{5}{14}$

② $\frac{1}{30}:\frac{4}{5}$

④ $\frac{3}{35}:\frac{6}{7}$

Resultado entero

Si cuando se realiza un producto o división con dos fracciones el denominador acaba siendo el número 1, es que el resultado es un número entero, el del numerador.

Ejemplo 3 → $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{2}=\frac{4\cdot 15}{5\cdot 2}=\frac{2\cdot 3}{1\cdot 1}=\frac{6}{1}=6$

Hemos simplificado el 4 con el 2 (entre 2) y el 15 con el 5 (entre 5).

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones sabiendo de antemano que el resultado va a ser un número entero:

⑤ $\frac{49}{3}\cdot\frac{12}{7}=$

⑦ $\frac{15}{11}\cdot\frac{22}{5}$

⑥ $\frac{8}{5}:\frac{4}{25}$

⑧ $\frac{26}{7}:\frac{13}{49}$

Mezcla de fracciones y enteros

Cuando en la operación aparece un número entero, podemos visualizarlo como una fracción que tiene como numerador el número entero y como denominador el número 1, aunque no lleguemos a escribir el 1.

Ejemplo 4 → $8=\frac{8}{1}$

Ejemplo 5 → $4=\frac{4}{1}$

Ejemplo 6 → $7=\frac{7}{1}$

Veamos unos ejemplos de operaciones en las que no vamos a escribir el 1:

Ejemplo 7 → $2\cdot\frac{15}{14}=\frac{2\cdot 15}{14}=\frac{1\cdot 15}{7}=\frac{15}{7}$

Ejemplo 8 → $25:\frac{45}{2}=\frac{25\cdot 2}{45}=\frac{5\cdot 2}{9}=\frac{10}{9}$

Ejemplo 9 → $\frac{7}{6}\cdot 4=\frac{7\cdot 4}{6}=\frac{7\cdot 2}{3}=\frac{14}{3}$

Ejemplo 10 → $\frac{35}{3}:5=\frac{35}{3\cdot 5}=\frac{7}{3\cdot 1}=\frac{7}{3}$

Ejercicios

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado como fracción irreducible:

⑨ $5 \cdot \frac{7}{15} =$

⑩ $10 : \frac{4}{3}$

⑪ $\frac{17}{12} \cdot 3$

⑫ $\frac{33}{5} : 44$

Ejercicios variados

Esta pregunta es muy importante, porque podrá aparecer cualquier caso de los que hemos visto hasta ahora. Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que hay que dar el resultado del modo más sencillo posible (número entero o fracción irreducible):

⑬ $\frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} =$

⑭ $\frac{5}{4} : \frac{7}{3}$

⑮ $10 \cdot \frac{7}{2}$

⑯ $8 : \frac{2}{3}$

⑰ $\frac{11}{3} \cdot \frac{9}{22}$

⑱ $4 : \frac{5}{6}$

⑲ $\frac{7}{3} \cdot 2$

⑳ $\frac{4}{25} : \frac{12}{5}$

㉑ $\frac{5}{22} : \frac{7}{33}$

㉒ $15 \cdot \frac{9}{5}$

㉓ $\frac{5}{4} : 7$

㉔ $\frac{15}{2} : \frac{35}{4}$

㉕ $\frac{13}{4} \cdot \frac{8}{11}$

㉖ $15 : \frac{35}{3}$

㉗ $7 : \frac{1}{5}$

㉘ $\frac{9}{5} : \frac{18}{35}$

㉙ $\frac{7}{3} \cdot 12$

㉚ $\frac{1}{7} : \frac{1}{5}$

㉛ $\frac{12}{5} : \frac{6}{25}$

㉜ $4 \cdot \frac{2}{3}$

㉝ $4 : \frac{2}{3}$

㉞ $\frac{9}{25} : \frac{1}{2}$

㉟ $12 \cdot \frac{7}{4}$

㊱ $\frac{8}{13} \cdot \frac{26}{16}$

㊲ $\frac{7}{5} : \frac{7}{4}$

㊳ $\frac{5}{41} \cdot \frac{41}{3}$

㊴ $\frac{13}{6} : \frac{13}{18}$

㊵ $5 : \frac{30}{7}$

㊶ $\frac{14}{5} : 2$

㊷ $\frac{43}{11} : \frac{43}{11}$

㊸ $\frac{55}{16} : \frac{77}{8}$

㊹ $\frac{7}{11} : \frac{3}{2}$