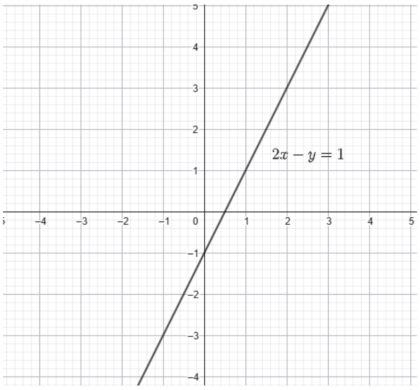
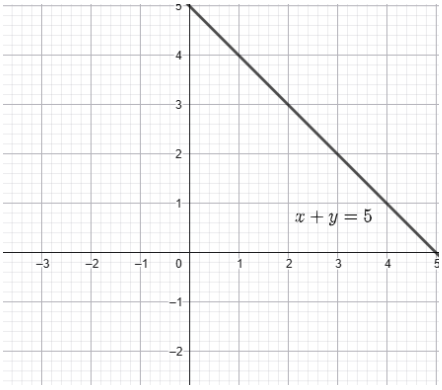
UD7. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

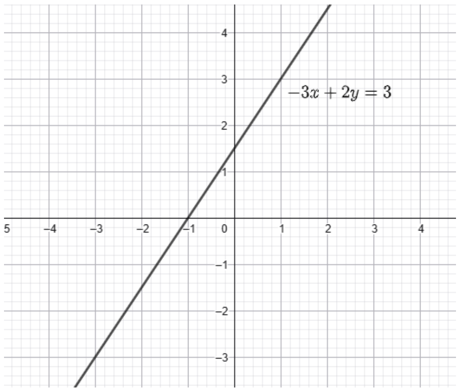
ECUACIONES LINEALES

Las ***ecuaciones lineales*** con dos incógnitas (por ejemplo $2x + y = 3$) representan **rectas** en el plano.

Ejemplos:





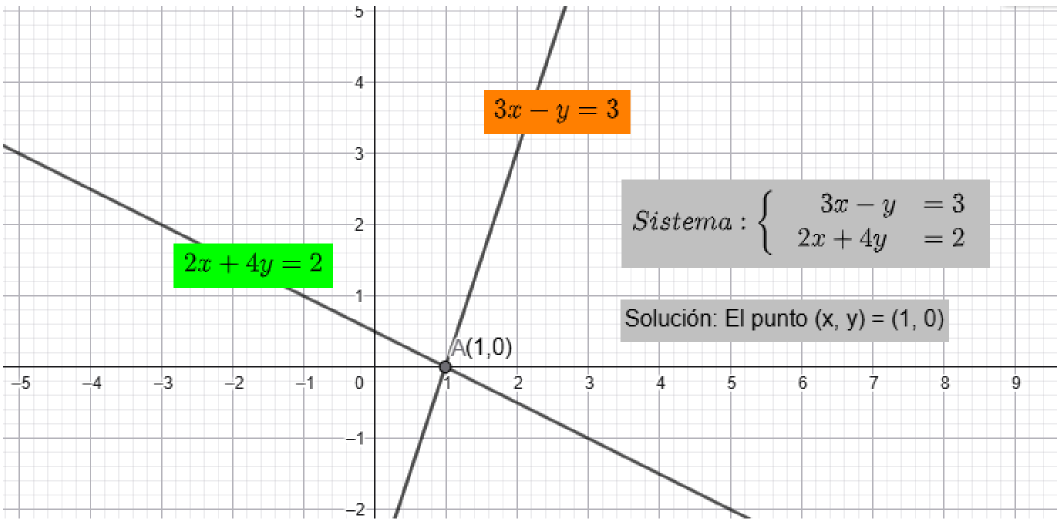


GEOMÉTRICAMENTE: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Un ***sistema de ecuaciones lineales*** está formado por dos o más ecuaciones lineales y entonces su **solución** será aquello común a ambas.

IMPORTANTE. Las soluciones van en pareja porque representan puntos. La coordenada x se relaciona con el eje horizontal (eje de abscisas) y la coordenada y con el eje vertical (eje de ordenadas).

Ejemplo:



MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Resolver un sistema de ecuaciones es encontrar un par de números (x,y) que verifiquen las dos ecuaciones al mismo tiempo.

1. SUSTITUCIÓN

El ***método de sustitución*** consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y sustituirla en la otra.

Este método es aconsejable cuando una de las incógnitas tiene coeficiente 1

Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Despejamos de una de las ecuaciones una de las incógnitas.
2. Sustituimos en la otra ecuación y obtenemos una ecuación de primer grado.
3. Resolvemos la ecuación y obtenemos el valor de una de las incógnitas.
4. Sustituimos este valor en la expresión del paso (1) y obtenemos el valor de la otra incógnita.
5. Damos la solución del sistema.

   *Siempre podemos comprobar la solución sustituyendo los valores obtenidos en el enunciado.

Ejemplo. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

2. IGUALACIÓN

El **método de igualación** consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las dos expresiones resultantes.

Este método es aconsejable cuando una misma incógnita es fácil de despejar en ambas ecuaciones.

<u>Los pasos a seguir son los siguientes:</u>

1. Despejamos la **misma** incógnita en cada una de las ecuaciones.
2. Igualamos ambas expresiones, lo cual da lugar a una ecuación de primer grado.
3. Resolvemos la ecuación, obteniendo el valor de una de las incógnitas.
4. Sustituimos dicho valor en una de las dos expresiones obtenida en el paso (1), normalmente la más fácil y obtenemos el valor de la otra incógnita.
5. Damos la solución del sistema.

Ejemplo. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

3. REDUCCIÓN

El **método de reducción** consiste en preparar las dos ecuaciones para que una de las incógnitas tenga el mismo coeficiente en ambas ecuaciones, pero con distinto signo. Sumando las ecuaciones resultantes, miembro a miembro, se obtiene otra ecuación con solo una incógnita (se ha reducido el número de incógnitas, de ahí su nombre).

$$\underbrace{\begin{cases} 2x-3y=9 \\ 5x+4y=1 \end{cases}}_{\text{Sistema 1}} \rightarrow \begin{cases} 5(2x-3y=9) \\ -2(5x+4y=11) \end{cases} \rightarrow \underbrace{\begin{cases} 10x-15y=45 \\ -10x-8y=-22 \end{cases}}_{\text{Sistema 2}}$$

Estos dos sistemas son equivalentes, es decir, tienen la misma solución.

Los pasos a seguir son los siguientes:

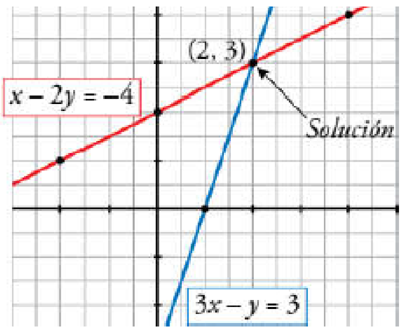
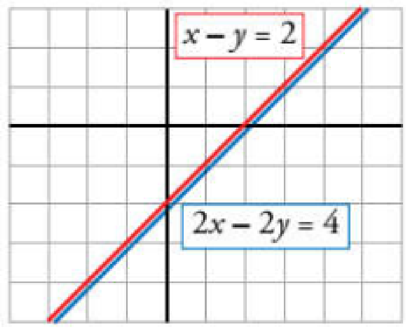
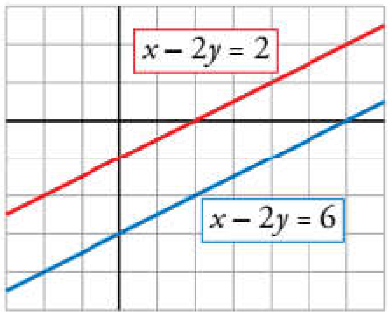
1. Preparamos ambas ecuaciones multiplicándolas por los números que nos convenga, *normalmente la primera por el coeficiente de la x (o de la y) de la segunda y la segunda por el opuesto del coeficiente x (o el de la y) de la primera ecuación.*
2. Sumamos las dos ecuaciones y desaparece una de las incógnitas. ***(Reducción)***
3. Resolvemos la ecuación resultante.
4. Sustituimos dicho valor en una de las dos ecuaciones, normalmente la más fácil y obtenemos el valor de la otra incógnita.
5. Damos la solución del sistema.

Ejemplo. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación:

$$\begin{cases} 2x-3y=9 \\ 5x+4y=11 \end{cases}$$

NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA

Hay 3 opciones:

<table>
<tr><th colspan="3">SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES</th></tr>
<tr><th>S.C.D.</th><th>S.C.I.</th><th>S.I</th></tr>
<tr><td>Sistema compatible determinado</td><td>Sistema compatible indeterminado</td><td>Sistema incompatible</td></tr>
<tr><td>Con una solución</td><td>Infinitas soluciones</td><td>Sin solución</td></tr>
<tr><td>$\begin{cases} x-2y=-4 \\ 3x-y=3 \end{cases}$</td><td>$\begin{cases} x-y=2 \\ 2x-2y=4 \end{cases}$</td><td>$\begin{cases} x-2y=2 \\ x-2y=6 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Las rectas son secantes</td><td>Las rectas son coincidentes</td><td>Las rectas son paralelas</td></tr>
<tr><td>Manipulando las ecuaciones resolvemos el sistema y encontramos los valores de x e y.</td><td>Manipulando las ecuaciones llegamos a expresiones de la forma:
$0x+0y=0 \quad \rightarrow \quad 0=0$</td><td>Manipulando las ecuaciones llegamos a expresiones:
$0x+0y=k \quad \rightarrow \quad 0=k$</td></tr>
</table>