SOLUCIÓN BOLETÍN 4.1 APLICACIONES DEL CÁLCULO MATRICIAL

1

Solución:

a) Matriz de ventas: $V = \begin{pmatrix} 4500 & 3500 & 1500 \end{pmatrix}$

Matriz de costes: $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

Matriz de ingresos: $I = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$

b) Costes anuales:

$$V \cdot C = \begin{pmatrix} 4500 & 3500 & 1500 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \cdot 4500 & 6 \cdot 3500 & 9 \cdot 1500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18000 & 21000 & 13500 \end{pmatrix}$$

Ingresos anuales:

$$V \cdot I = \begin{pmatrix} 4500 & 3500 & 1500 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 10 \cdot 4500 & 16 \cdot 3500 & 24 \cdot 1500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45000 & 56000 & 36000 \end{pmatrix}$$

Beneficios anuales:

$$VC - VI = \begin{pmatrix} 45000 & 56000 & 36000 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 18000 & 21000 & 13500 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 27000 & 35000 & 22500 \end{pmatrix}$$

Los beneficios anuales son de 27000 euros por la venta de los juguetes T_1; 35000 venta de los juguetes T_2 y 22500 euros por la venta de los juguetes T_3.

2

Solución:

a) $$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 11 & 21 \\ 16 & 12 \\ 9 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 150 & 160 & 240 \\ 210 & 190 & 220 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6060 & 5750 & 7260 \\ 4920 & 4840 & 6480 \\ 4290 & 4100 & 5240 \end{pmatrix}$$

$$D = B \cdot A = \begin{pmatrix} 150 & 160 & 240 \\ 210 & 190 & 220 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 21 \\ 16 & 12 \\ 9 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6370 & 8430 \\ 7330 & 9770 \end{pmatrix}$$

b) $c_{12} = 11 \cdot 160 + 21 \cdot 190 = 5750$ no proporciona ninguna información válida, pues multiplica el número de prótesis P_1 con los precios de las prótesis P_2.

$d_{22} = 210 \cdot 21 + 190 \cdot 12 + 220 \cdot 14 = 9770$ da el precio de todas las prótesis (P_1, P_2 y P_3) del modelo M_2.

c) El precio de todas las prótesis del tipo $P_2 = 16 \cdot 160 + 14 \cdot 190 = 4840$ es el elemento c_{22}.

3

n:

a)

Cadena A: conserva el 90 % de la audiencia → hay que multiplicar por 0,90

Cadena B: conserva el 95 % de la audiencia → hay que multiplicar por 0,95

Cadena C: consigue 20 % más → hay que multiplicar por 1,20

La nueva audiencia se obtiene multiplicando las matrices:

$$\begin{pmatrix} 40 & 60 & 20 \\ 60 & 40 & 30 \\ 100 & 80 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}90 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}95 & 0 \\ 0 & 0 & 1{,}20 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \\ M \\ T \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 36 & 57 & 24 \\ 54 & 38 & 36 \\ 90 & 76 & 108 \end{pmatrix} \end{array}$$

b) El beneficio será:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 36 & 57 & 24 \\ 54 & 38 & 36 \\ 90 & 76 & 108 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 864 & 779 & 864 \end{pmatrix}$$

El beneficio para la cadena A será de 864000 €; para la cadena B de 779000 €; para la C de 864000 €.

4

Si designamos por C, Co y D los cafés, los cortados y los descafeinados, respectivamente, l matriz A puede ser la siguiente:

$$\begin{array}{l} \\ 1^a\ familia \\ 2^a\ familia \\ 3^a\ familia \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C & Co & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \end{array}. \text{ Esto es: } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b) La matriz inversa es $A^{-1} = \dfrac{(A_{ij})^t}{|A|}$, siendo (A_{ij}) la matriz de los adjuntos.

Como $|A| = -2$ y $(A_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & -6 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, se tiene:

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ -6 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -3 \\ 1 & -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

c) $AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$, luego:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -3 \\ 1 & -1/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 5{,}1 \\ 2{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}90 \\ 1{,}20 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El precio de cada café es:

Café: 0,90 euros; Cortado: 1,20 euros; Descafeinado: 1 euro.