SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Sistemas de ecuaciones lineales

Llamaremos **ecuación lineal** con dos incógnitas a toda expresión de la forma **ax + by = c**, es decir, una ecuación polinómica de primer grado. Una **solución** de una ecuación con dos incógnitas es todo **par de valores** que hacen cierta la igualdad. **Por ejemplo:**

Para **x – 3y = 6**, una solución es **x = 12** e **y = 2**, ya que $12 - 3\cdot 2 = 6 \rightarrow 12 - 6 = 6$,

podemos comprobar que no es la única solución, otra sería x = 6 e y = 0 → $6 - 3\cdot 0 = 6$.

Dos ecuaciones forman un **sistema de ecuaciones** cuando queremos encontrar una solución común a ambas. Cuando dos ecuaciones forman un sistema, las escribimos de la siguiente forma: ⇒

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

donde a, b, c, d, e y f son números

Es **solución** de un **sistema de ecuaciones** una solución común a las dos ecuaciones.

Veamos un **ejemplo**:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Longrightarrow \text{comprobemos que la solución del sistema es } x = 3 \text{ e } y = 2 \Longrightarrow \begin{cases} 3 + 2 = 5 \\ 3 - 2 = 1 \end{cases}$$

2. Sistemas equivalentes

Dos sistemas de ecuaciones son **equivalentes** cuando tienen la misma solución. Por ejemplo:

$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ y $\begin{cases} 3x + 3y = 15 \\ 2x = 6 \end{cases}$ son equivalentes. Comprobemos que el segundo sistema tiene por solución x = 3 e y = 2

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 15 \\ 2x = 6 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3\cdot 3 + 3\cdot 2 = 15 \Rightarrow 9 + 6 = 15 \Rightarrow 15 = 15 \\ 2\cdot 3 = 6 \Rightarrow 6 = 6 \end{cases}$$

3. Resolución de sistemas

Para resolver sistemas de ecuaciones vamos a utilizar el **método de sustitución**. Este método consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y sustituir su valor en la otra.

Tenemos que seguir los siguientes pasos:

1. Despejamos una incógnita en una de las ecuaciones.
2. Sustituimos la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, con lo que obtenemos una ecuación con una sola incógnita.
3. Resolvemos esta ecuación.
4. El valor que obtenemos se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.

Veamos un **ejemplo**:

$$\begin{cases} x-4y=10 \\ 2x-y=13 \end{cases}$$

1) *Despejamos x en la primera ecuación* $\qquad x=10+4y$

2) *Sustituimos en la segunda ecuación* $\qquad 2\cdot(10+4y)-y=13$

3) Re*solvemos la ecuación.*

$$20+8y-y=13$$

$$8y-y=13-20$$

$$7y=-7 \Rightarrow y=-\frac{7}{7} \Rightarrow y=-1$$

4) *El valor* $y=-1$ *lo sustituimos en* $x=10+4y$

$$\left.\begin{array}{c} x=10+4\cdot(-1) \\ \Downarrow \\ x=10-4 \Rightarrow x=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{La solución del sistema es:} \begin{cases} x=6 \\ e \\ y=-1 \end{cases}$$

Ejercicios:

1. $\begin{cases} 2x+y=7 \\ 4x+2y=14 \end{cases}$

Despejamos y en la 1º ecuación, sustituímos en la 2ª y resolvemos:

$$y=7-2x$$

$$\Downarrow$$

$$4x+2\cdot(7-2x)=14$$

$$\Downarrow$$

$$4x+14-4x=14$$

$$\Downarrow$$

$$4x-4x=14-14$$

$$\Downarrow$$

$$0=0$$

El sistema tiene infinitas soluciones.

2. $\begin{cases} 3x+6y=1 \\ x+2y=5 \end{cases}$

Despejamos x en la 2ª ecuación, sustituímos en la 1º y resolvemos:

$$x=5-2y$$

$$\Downarrow$$

$$3\cdot(5-2y)+6y=1$$

$$\Downarrow$$

$$15-6y+6y=1$$

$$\Downarrow$$

$$-6y+6y=1-15$$

$$\Downarrow$$

$$0=-14$$

El sistema no tiene solución.