1. Ecuaciones de 2º grado completas

Llamaremos **ecuación de 2º grado** a la expresión: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$. Si los coeficientes b o c, o ambos, son iguales a 0, la ecuación de 2º grado se llama incompleta, si todos son distintos de 0 se llama ecuación de 2º grado completa.

Las soluciones de la ecuación de 2º grado completa vienen dadas por la fórmula: ⇨

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}}$$

Llamamos **discriminante** de la ecuación de 2º grado a: $\boxed{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$

- Si $\boxed{b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0}$ la ecuación tiene dos soluciones reales distintas, las soluciones son:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \qquad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

- Si $\boxed{b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0}$ la ecuación tiene solamente una solución real: $x = \frac{-b}{2 \cdot a}$ (solución doble)
- Si $\boxed{b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0}$ la ecuación no tiene solución real.

Veamos el **cálculo de algunas ecuaciones de 2º grado completas**:

a. $$x^2 - 3x - 4 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{3+5}{2} = 4 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$$

b. $$x^2 + 4x + 4 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

c. $$3x^2 - 5x + 9 = 0 \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = 9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 108}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{-83}}{6}$$

como el radicando de la raíz cuadrada es negativo, la ecuación <u>**no**</u> tiene solución real.

2. Ecuaciones de 2º grado incompletas, b = 0

Son del tipo **ax² + c = 0**.

Para resolverlas basta con despejar la incógnita, x.

$$ax^2+c=0$$
$$ax^2=-c$$
$$x^2=\frac{-c}{a}$$
$$x=\pm\sqrt{\frac{-c}{a}}\Rightarrow\begin{cases}x=+\sqrt{\frac{-c}{a}}\\ x=-\sqrt{\frac{-c}{a}}\end{cases}$$

- Si $\frac{-c}{a}$ es positivo, la ecuación tiene dos soluciones, y las son números opuestos.
- Si $\frac{-c}{a}$ es negativo, la ecuación no tiene solución real.

Veamos algunos **ejemplos:**

a. $x^2-9=0\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm3\Rightarrow\begin{cases}x=+3\\ x=-3\end{cases}$

b. $x^2+16=0\Rightarrow x^2=-16\Rightarrow x=\pm\sqrt{-16}$, como es la raíz cuadrada de un número negativo, la ecuación no tiene solución real.

c. $2x^2-64=x^2$ primero tenemos que dejar la ecuación igualada a cero $\Rightarrow 2x^2-64-x^2=0$
$\Rightarrow x^2-64=0 \quad \Rightarrow x^2=64 \quad \Rightarrow x=\pm\sqrt{64}\Rightarrow\begin{cases}x=+8\\ x=-8\end{cases}$

3. Ecuaciones de 2º grado incompletas, c = 0

Son del tipo **ax² + bx = 0**.

Para resolverlas basta con despejar la incógnita, x, sacando "**factor común**".

$$ax^2+bx=0\overbrace{\Rightarrow}^{\substack{factor\\ común}}$$
$$x\cdot(ax+b)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ ax+b=0\Rightarrow ax=-b\Rightarrow x=\frac{-b}{a}\end{cases}$$

En este tipo de ecuaciones, siempre tenemos la solución x = 0.

Veamos algunos **ejemplos:**

a. $x^2-8x=0\overbrace{\Rightarrow}^{\substack{factor\\ común}}x\cdot(x-8)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ x-8=0\Rightarrow x=8\end{cases}$

b. $2x^2+7x=0\overbrace{\Rightarrow}^{\substack{factor\\ común}}x\cdot(2x+7)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ 2x+7=0\Rightarrow 2x=-7\Rightarrow x=-\frac{7}{2}\end{cases}$