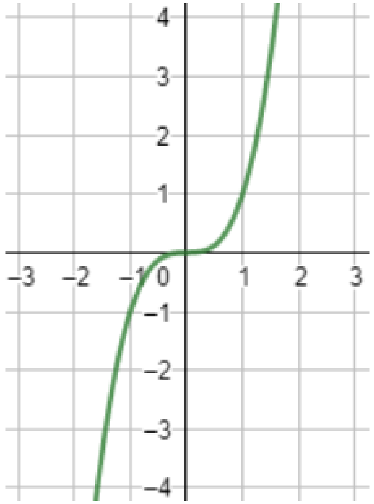
CONTINUIDAD

Intuitivamente, una función es continua si su gráfica puede dibujarse de un solo trazo, es decir, sin levantar el lápiz del papel.

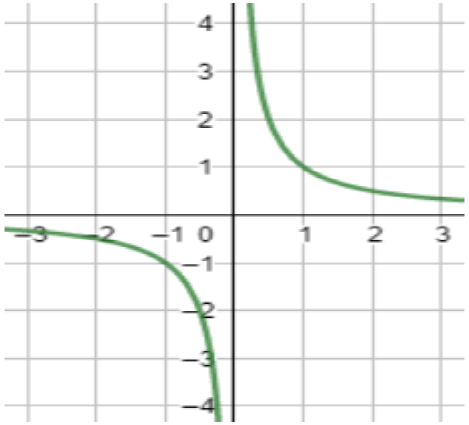
Ejemplo de función continua: $f(x) = x^3$.

Gráfica:



Ejemplo de función **no** continua: $f(x) = 1/x$.

Gráfica:



DEFINICIÓN DE CONTINUIDAD

La función f es **continua en el punto** c si

$$\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$$

La función f es **continua** si es continua en todos los puntos.

RECORDAR LÍMITES LATERALES:

Límite lateral de $f(x)$ cuando x tiende a a **por la izquierda**:

$$\lim_{x \to a^-} f(x)$$

Límite lateral de $f(x)$ cuando x tiende a a **por la derecha**:

$$\lim_{x \to a^+} f(x)$$

Si los límites laterales no coinciden, diremos que no existe el límite:

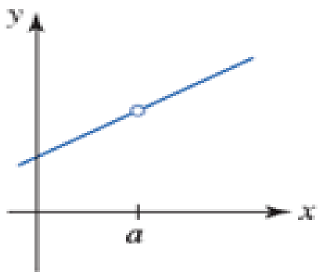
$$\nexists \lim_{x \to a} f(x)$$

Si coinciden, entonces

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x)$$

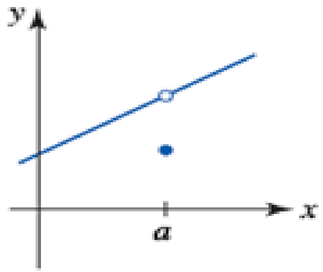
TIPOS DE DISCONTINUIDADES

(1)



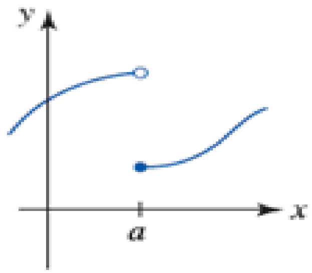
La función está rota
en a, presenta un hueco
No existe el valor f(a).
Discontinuidad evitable.

(2)



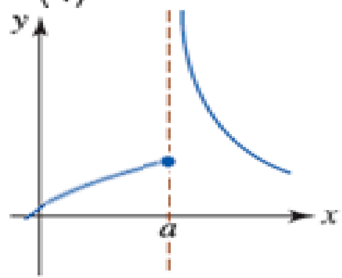
La función está rota
en a, presenta un hueco
Existe el valor f(a).
Discontinuidad evitable.

(3)



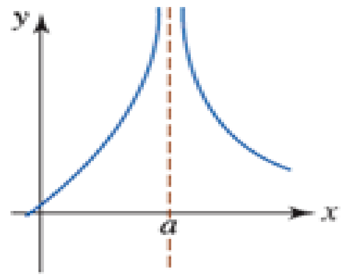
La función se rompe
en a. Existe el valor
f(a). Discontinuidad
esencial por salto
finito en a.

(4)



La función se rompe
en a. Existe el valor
f(a). Discontinuidad
esencial por salto
infinito en a.

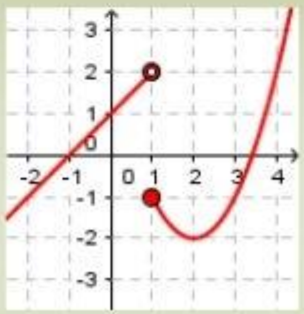
(5)



La función no existe
en a por presentar
aquí una dirección
vertical asintótica
para las dos ramas.

CONTINUIDAD

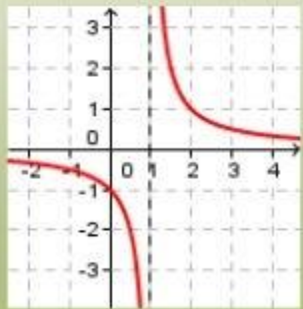
Más ejemplos:



Esta función presenta una discontinuidad de salto finito en $x = 1$, puesto que

$$\left.\begin{array}{r}\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 2\end{array}\right\}$$

La función no tiene límite en $x = 1$, siendo los límites laterales finitos.



Esta función presenta una discontinuidad de salto infinito en $x = 1$, puesto que

$$\left.\begin{array}{r}\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \infty \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty\end{array}\right\}$$

La función no tiene límite en $x = 1$, siendo los límites laterales infinitos.