

26 EJERCICIOS de LOGARITMOS

Función exponencial y logarítmica:

1. Para cada una de las funciones que figuran a continuación, se pide: **i)** Tabla de valores y representación gráfica. **ii)** Signo de $f(x)$. **iii)** Cortes con los ejes. **iv)** Intervalos de crecimiento. **v)** Dominio y recorrido. **vi)** Asíntotas. **vii)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

- a)** $f(x) = 10^x$ y $f(x) = \log x$ **b)** $f(x) = 0,1^x$ y $f(x) = \log_{0,1} x$ **c)** $f(x) = e^x$ y $f(x) = \ln x$
d) $f(x) = 3^x$ y $f(x) = \log_3 x$

■ **Definición de logaritmo:** $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$ (donde $a > 0$, $a \neq 1$)

■ **Sistemas de logaritmos más utilizados:**

NOMBRE	BASE	NOTACIÓN	DEFINICIÓN
Logaritmo decimal	$a=10$	$\log$	$\log N = x \Leftrightarrow 10^x = N$
Logaritmo neperiano ¹	$a=e$	$\ln, \ln$	$\ln N = x \Leftrightarrow e^x = N$

donde $e \approx 2,718281828459...$ se llama cte. de Euler; es un número irracional.

Definición de logaritmo:

2. Utilizando la definición, hallar los siguientes logaritmos:

- | | | | | |
|-------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------------|------------------------------|
| a) $\log_3 9$ | e) $\log_2 \sqrt{2}$ | i) $\log_4 64$ | m) $\log_4 256$ | q) $\log_2 1024$ |
| b) $\log_3 81$ | f) $\log_2 \sqrt{8}$ | j) $\log_{10} 0,01$ | n) $\log_4 1/64$ | r) $\log_2 1/64$ |
| c) $\log_3 1/9$ | g) $\log_{10} 1000$ | k) $\log_4 1/16$ | o) $\log_2 0,125$ | s) $\log_3 \sqrt{27}$ |
| d) $\log_3 (-9)$ | h) $\log_4 2$ | l) $\log_5 0,2$ | p) $\log_4 1$ | t) $\log_2 \log_2 4$ |

(Soluc: **a)** 2; **b)** 4; **c)** -2; **d)** $\frac{2}{3}$; **e)** $1/2$; **f)** $3/2$; **g)** 3; **h)** $1/2$; **i)** 3; **j)** -2; **k)** -2; **l)** -1; **m)** 4; **n)** -3; **o)** -3; **p)** 0; **q)** 10; **r)** -6; **s)** $3/2$; **t)** 1)

☞ Se recomienda ver también los ejercicios resueltos 1 pág. 35 y 10 pág. 44, y realizar los ejercicios 49 y 50 de la pág. 48 del libro.

3. Calcular los logaritmos decimales de los siguientes números (sin calculadora) y comprobar el resultado:

- a)** 10.000 **b)** 1.000.000 **c)** 0,001 **d)** $1/1.000.000$ **e)** 10^8 **f)** 10^{-7}
g) 10 **h)** 1

(Soluc: **a)** 4; **b)** 6; **c)** -3; **d)** -6; **e)** 8; **f)** -7; **g)** 1; **h)** 0)

☞ Se recomienda realizar también el ejercicio 56 de la pág. 48 del libro.

¹ En honor a John Napier (Neper, en latín), matemático inglés (1550-1617) inventor de los logaritmos.

4. Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las igualdades siguientes:

- | | | | | |
|-------------------|------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|
| a) $\log_2 8=x$ | e) $\ln x=2$ | i) $\ln e^3=x$ | m) $\log_x 0.01=2$ | q) $\log_{0.25} x=2$ |
| b) $\log_2 1/8=x$ | f) $\log_3 x=-2$ | j) $\log_x 64=1$ | n) $\ln x=-1/2$ | r) $\log_2 (-16)=x$ |
| c) $\log 100=x$ | g) $\log_x 49=2$ | k) $\log_x 25=-1$ | o) $\log_{1/36} x=2$ | s) $\log_x 125=-3$ |
| d) $\log_3 x=3$ | h) $\log_x 8=3$ | l) $\log_{1/100} 100=x$ | p) $\log_x 2=0$ | t) $\log_3 \log_3 3)=x$ |

(Soluc: a) 3; b) -3; c) 2; d) 27; e) e^2 ; f) $1/9$; g) 7; h) 2; i) 3; j) 64; k) $1/25$; l) -1; m) 0,1; n) $\sqrt{e}/e$; o) $1/1296$; p) $\sqrt{2}$; q) 0,0625; r) $\sqrt{2}$; s) $1/5$; t) 0)

☞ Se recomienda ver también el ejercicio resuelto 11 pág. 44 y realizar los ejercicios 51 y 54 pág. 48 (x en la base)

Cálculo logarítmico:

■ Fórmulas del cálculo logarítmico:

$$\log (p \cdot q) = \log p + \log q$$

$$\log \frac{p}{q} = \log p - \log q$$

$$\log p^n = n \cdot \log p$$

$$\log \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n} \log p$$

(todas son válidas en cualquier base)

Casos particulares:

$$\log_a a^x = x$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\ln e^x = x$$

$$e^{\ln x} = x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$\ln 1 = 0$$

5. Aplicando las fórmulas anteriores, calcular:

- | | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\log_6 \frac{1}{36}$ | h) $\ln \frac{1}{e}$ | p) $\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}$ | w) $\log_3 \frac{1}{\sqrt{243}}$ | γ) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e^2}}$ |
| b) $\log_3 \sqrt[4]{27}$ | i) $\log_4 2$ | q) $\ln \frac{\sqrt{e}}{e}$ | x) $\log \sqrt{20} + \log \sqrt{5}$ | δ) $\log_3 \frac{1}{3 \sqrt[4]{27}}$ |
| c) $\log_3 \frac{\sqrt{243}}{3}$ | j) $\log_8 2$ | r) $\log_4 (-4)$ | y) $\log \frac{\sqrt[3]{100}}{10}$ | ε) $\log_{1/5} 125$ |
| d) $\log_a \frac{1}{\sqrt{a}}$ | k) $\log_8 \sqrt{32}$ | s) $\log_2 \sqrt[3]{32}$ | z) $\log_3 \frac{1}{27 \sqrt[3]{9}}$ | |
| e) $\ln e^2$ | l) $\ln \sqrt[3]{e}$ | t) $\log_3 \sqrt{27}$ | α) $\ln \frac{e}{\sqrt[4]{e}}$ | |
| f) $\log_4 \frac{1}{\sqrt[5]{64}}$ | m) $\log_2 64$ | u) $\log_2 \frac{\sqrt[5]{64}}{8}$ | β) $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1}$ | |
| g) $\log_3 \sqrt[3]{9}$ | n) $\log_4 \frac{1}{64}$ | v) $\ln \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$ | | |
| | o) $\log_3 \frac{3}{\sqrt[5]{81}}$ | | | |

(Soluc: a) -2; b) $3/4$; c) $3/2$; d) $-1/2$; e) 2; f) $-3/5$; g) $2/3$; h) -1; i) $1/2$; j) $1/3$; k) $5/6$; l) $1/3$; m) 6; n) -3; o) $1/5$; p) $-3/2$; q) $-1/2$; r) $\sqrt{2}$; s) $5/3$; t) $3/2$; u) $-9/5$; v) $-2/3$; w) $-5/2$; x) 1; y) $-1/3$; z) $-11/3$; α) $3/4$; β) $3/2$; γ) $1/3$; δ) $-7/4$; ε) -3)

☞ Se recomienda realizar también el ejercicio 1 pág. 36 del libro.

6. Expresar en función de $\log 2$ los logaritmos decimales de los siguientes números, y comprobar con la calculadora:

a) 16	d) 0,25	g) 1/40	j) 0,32	m) $\sqrt[3]{0,08}$
b) 5	e) 0,625	h) $\sqrt[3]{16}$	k) 0,08	
c) 32/5	f) 250	i) 16/5	l) $\sqrt[5]{80}$	

(Soluc: a) $4\log 2$; b) $1-\log 2$; c) $-1+6\log 2$; d) $-2\log 2$; e) $1-4\log 2$; f) $3-2\log 2$; g) $-1-2\log 2$; h) $\frac{4}{3}\log 2$; i) $-1+5\log 2$; j) $-2+5\log 2$; k) $-2+3\log 2$; l) $\frac{1}{5}(1+3\log 2)$; m) $-\frac{2}{3}+\log 2$)

7. Expresar en función de $\ln 2$:

a) $\ln 8$	b) $\ln \frac{e}{2}$	c) $\ln \frac{e^3}{4}$	d) $\ln \frac{4}{\sqrt{e}}$	e) $\ln \sqrt{2e}$
------------	----------------------	------------------------	-----------------------------	--------------------

(Soluc: a) $3 \ln 2$; b) $1-\ln 2$; c) $3-2 \ln 2$; d) $-\frac{1}{2}+2 \ln 2$; e) $\frac{1+\ln 2}{2}$)

8. Expresar en función de $\log 2$ y $\log 3$ los logaritmos siguientes, y comprobar con la calculadora:

a) $\log 25$	d) $\log 9/4$	g) $\log 162$	j) $\log 90$	m) $\log \sqrt{3,6}$
b) $\log 24$	e) $\log \sqrt[3]{6}$	h) $\log 3,6$	k) $\log 0,27$	
c) $\log 4/3$	f) $\log 30$	i) $\log 1,2$	l) $\log 0,72$	

(Sol: a) $2-2 \log 2$; b) $3 \log 2+\log 3$; c) $2 \log 2-\log 3$; d) $2 \log 3-2\log 2$; e) $\frac{\log 2 + \log 3}{3}$; f) $1+\log 3$; g) $\log 2+4 \log 3$; h) $-1+2 \log 2+2 \log 3$; i) $-1+2 \log 2+\log 3$; j) $1+2 \log 3$; k) $-2+3 \log 3$; l) $-2+3 \log 2+2 \log 3$; m) $-1/2+\log 2+\log 3$)

9. Expresar en función de $\log 2$, $\log 3$ y $\log 7$ los logaritmos siguientes:

a) $\log 84$	b) $\log 0,128$	c) $\log 0,125$	d) $\log 14,4$	e) $\log \sqrt[3]{12}$
--------------	-----------------	-----------------	----------------	------------------------

10. Justificar las siguientes igualdades:

a) $\frac{\log 6 + \log 2}{\log 9 + \log 8 - \log 6} = 1$ b) $\log 125 = 3(1 - \log 2)$ c) $\frac{\log 6 + \log 3 - \log 2}{\log 9 - \log 3} = 2$ d) $10^{-2 \log 2} = \frac{1}{4}$

e) $\frac{1 + \log 8}{\log 5 + 2 \log 4} = 1$

☞ Se recomienda realizar también el **ejercicio 61 pág. 48** del libro.

11. Sabiendo que $\log 7,354 = 0,866524\dots$, hallar (sin calculadora):

a) $\log 735,4$	b) $\log 0,007354$	c) $\log 7354$
-----------------	--------------------	----------------

12. Utilizando las fórmulas del cálculo logarítmico, desarrollar al máximo las expresiones siguientes:

a) $\log (2x)^3$	d) $\ln (ax^2)$	g) $\log \frac{mnp}{qr}$	i) $\log \left(\frac{mn}{p} \right)^r$
b) $\log (2x^3)$	e) $\ln (ax)^2$	h) $\log a^{3/4}$	j) $\ln \frac{1}{ex}$
c) $\log \left(\frac{2x}{y} \right)^2$	f) $\log \sqrt[3]{c}$		k) $\log \sqrt{mn}$

l) $\ln \sqrt{x^3}$	p) $\log \frac{m^2 - x^2}{\sqrt{m^2 + x^2}}$	s) $\log (x^n y^m)$
m) $\log (x^2 - y^2)$	q) $\log (10 \sqrt[3]{x})$	t) $\log \frac{2m^2 n^3}{pq^4}$
n) $\log \sqrt{\frac{m^n}{pq^r}}$	r) $\log \sqrt{\frac{a^2 b^3 c^5}{mp}}$	u) $\ln \frac{\sqrt{x}}{x}$
o) $\log \sqrt{m^2 - n^2}$		

(Sol: a) $3 \log 2 + 3 \log x$; b) $\log 2 + 3 \log x$; c) $2 \log 2 + 2 \log x - 2 \log y$; d) $\ln a + 2 \ln x$; e) $2 \ln a + 2 \ln x$; f) $\frac{1}{3} \log c$;
g) $\log m + \log n + \log p - \log q - \log r$; h) $\frac{3}{4} \log a$; i) $r \log m + r \log n - r \log p$; j) $-1 - \ln x$; k) $\frac{\log m + \log n}{2}$; l) $\frac{3}{2} \ln x$;
m) $\log(x+y) + \log(x-y)$; n) $\frac{n \log m - \log p - r \log q}{2}$; o) $\frac{\log(m+n) + \log(m-n)}{2}$; p) $\log(m+x) + \log(m-x) - \frac{1}{2} \log(m^2 + x^2)$;
q) $\frac{1 + \log x}{3}$; r) $\frac{2 \log a + 3 \log b + 5 \log c - \log m - \log p}{2}$; s) $n \log x + m \log y$; t) $\log 2 + 2 \log m + 3 \log n - \log p - 4 \log q$;
u) $-\frac{1}{2} \ln x$)

☞ Se recomienda ver también el ejercicio resuelto 3 pág. 36 y realizar el **ejercicio 60 pág. 48** del libro.

13. Obtener x en las siguientes expresiones:

a) $\log x = 1 + 2 \log a$ (Soluc : $x = 10 a^2$)
b) $\log x = 2 (\log a + 3 \log b) - \frac{1}{2} (2 \log c + \log d)$ (Soluc : $x = \frac{a^2 b^6}{c \sqrt{d}}$)
c) $\ln x = \frac{\ln a + 2 \ln b}{2} - 3 (2 \ln a - \ln b)$

☞ Se recomienda ver también el ejercicio resuelto 12 pág. 44 del libro, y realizar el **ejercicio 55 pág. 48** del libro.

14. Sabiendo que $x=7$ e $y=3$, utilizar la calculadora para hallar:

a) $\log x^2$ b) $\log (2x)$ c) $\log^2 x$ d) $\log (x+y)$ e) $\log x + y$ f) $\log \frac{x+y}{2}$ g) $\frac{\log (x+y)}{2}$

15. a) Hallar a sabiendo que $\log_7 \frac{a}{b} + \log_7 b = 2$ (Soluc: $a=49$)

b) Si $\log_4 N=3$, ¿cuánto vale $\log_4 \frac{\sqrt[3]{N}}{N^3}$? ¿Cuánto vale N ? (Soluc: -8 ; $N=64$)

☞ Se recomienda ver también los ejercicios resueltos 3 y 4 pág. 36, y realizar los ejercicios **4 y 5 pág. 36**, y **57 y 58 pág. 48** del libro.

16. ¿En qué base se cumple que $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$? (Soluc: $a=6$)

☞ Se recomienda realizar el **ejercicio 63 pág. 49** del libro.

17. ¿V o F? Razona la respuesta:

a) $\log (A+B) = \log A + \log B$	d) $\ln \frac{2x}{2} = \ln x$
b) $\log (A^2 + B^2) = 2 \log A + 2 \log B$	e) $\log \frac{AB}{C} = \frac{\log (AB)}{\log C}$
c) $\frac{\ln 2x}{2} = \ln x$	

- f) El logaritmo de un número siempre da como resultado un número irracional. | g) Los logaritmos decimales de números <1 son negativos; en caso contrario, son positivos.

☞ Se recomienda realizar también el **ejercicio 64 pág. 49** del libro.

18. CURIOSIDAD MATEMÁTICA: Comprobar la veracidad de la siguiente fórmula, debida al físico británico Paul Dirac (1902-1984), que permite escribir cualquier número N empleando solamente tres doses:

$$N = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{(N \text{ raíces})} \cdot \sqrt{\sqrt{2}}}$$

- 19.** ¿Cuáles son los números cuyos logaritmos decimales están comprendidos entre 0 y 2? ¿Y entre 0 y -2?
(Soluc: 1 y 100; 0,01 y 1)

Ecuaciones exponenciales:

20. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales por el método más apropiado, y comprobar el resultado en cada caso:

- | | | | |
|---|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $3^x = 48$ | (Soluc: $x \approx 3,5237$) | w) $3^{2x} \cdot 2^{3x-1} = 6^{x+1}$ | (Soluc: $x=1$) |
| b) $2^x = \frac{8}{27}$ | (Soluc: $x \approx -1,7549$) | x) $e^{4x-x^2} = e^3$ | (Sol: $x_1=1, x_2=3$) |
| c) $2^{x+1} + 4 = 80$ | (Soluc: $x \approx 5,2479$) | y) $2^{x-3} = 3^{x+1}$ | (Soluc: $x \approx -7,8380$) |
| d) $2 \cdot 3^x - 3^{2x} + 3 = 0$ | (Soluc: $x=1$) | z) $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ | (Soluc: $x_1=1, x_2=2$) |
| e) $3^{x-1} + 3^{x+1} - 3^x = 63$ | (Soluc: $x=3$) | α) $3^{2x-4} = 729$ | (Soluc: $x=5$) |
| f) $2^{2x-3} = 8^{x+1}$ | (Soluc: $x=-6$) | β) $e^{x-9} = \sqrt{73}$ | (Soluc: $x \approx 11,1452$) |
| g) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$ | (Soluc: $x=2$) | γ) $2^{x+9} = 3^x$ | (Soluc: $x \approx 15,38$) |
| h) $2^{x-3} = -3$ | (Soluc: $\nexists$ soluc.) | δ) $2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$ | (Soluc: $x=\pm 2$) |
| i) $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$ | (Soluc: $x=2$) | ε) $10^{3-x} = 1$ | (Soluc: $x=3$) |
| j) $2e^{x-4} = 3$ | (Soluc: $x \approx 4,4055$) | ζ) $3^x + 3^{1-x} = 4$ | (Soluc: $x_1=0, x_2=1$) |
| k) $100 \cdot 10^x = \sqrt[3]{1000^5}$ | (Soluc: $x=3$) | η) $e^{x+2} + e^{x-1} = e^{2x} + e$ | (Soluc: $x_1=-1, x_2=2$) |
| l) $3^{x/2} = 768$ | (Soluc: $x \approx 12,0949$) | θ) $2^{x/2} = 768$ | |
| m) $4^{x^2+2} = 2^{-2}$ | (Soluc: $\nexists$ soluc.) | ι) $\sqrt[x]{a} = a^x$ | (Soluc: $x=1$) |
| n) $3^{2x+5} = 3^7$ | (Soluc: $x=1$) | κ) $e^{2x} - 2e^x + 2 = 0$ | (Soluc: $\nexists$ soluc.) |
| o) $\frac{1}{e^x} = 27$ | (Soluc: $x \approx -3,2958$) | λ) $4^x - 14 \cdot 2^{x-1} + 12 = 0$ | (Soluc: $x_1=2, x_2=\log 3/\log 2$) |
| p) $5^{x^2-5x+6} = 1$ | (Soluc: $x_1=2, x_2=3$) | μ) $2^{x-1} \cdot 3^{1-x} = 5^{2x-2}$ | (Soluc: $x=1$) |
| q) $3^x \cdot (3^2)^x = 9^3$ | (Soluc: $x=2$) | ν) $2^{2x} = 4^{x^2}$ | (Soluc: $x_1=0, x_2=1$) |
| r) $e^{2x} - 2e^{x+1} + e^2 = 0$ | (Soluc: $x=1$) | ξ) $2^{x+1} \cdot 3^{x-1} = 4^x$ | (Soluc: $x=1$) |
| s) $2^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$ | (Soluc: $x \approx 0,83$) | ο) $2^{x+1} = 3^{x-1} \cdot 4^x$ | (Soluc: $x=1$) |
| t) $2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} + 2^{x+5} + 2^{x+6} = 31$ | (Soluc: $x=-2$) | π) $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27$ | (Soluc: $x=1$) |
| u) $e^{4x} - 5e^{3x} + 5e^{2x} + 5e^x - 6 = 0$ | (Sol: $x_1=2, x_2=\ln 2; x_3=\ln 3$) | ρ) $4^x - 2 \cdot 2^{x-1} = 6$ | (Soluc: $x \approx 1,5850$) |
| v) $2^{x+1} = 4^{2x-4}$ | (Soluc: $x=3$) | σ) $11 \cdot 3^x - 9^x = 18$ | (Soluc: $x_1=2, x_2=\log 2/\log 3$) |

$$v) 3^{x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \quad (\text{Soluc: } x=-2)$$

$$u) 2^{2x-1} - 16 = 2^{x+1} \quad (\text{Soluc: } x=3)$$

☞ Se recomienda ver también los ejercicios resueltos 1 pág. 78 y 5 pág. 89, y realizar los siguientes ejercicios del libro: 52c,d y 59a,c pág. 48; **7 y 8a,b pág. 79; 15, 16 y 17 págs. 93 y 94**

21. Considérese la siguiente fórmula:

$$U = P(\rho + V)^{-1/D}$$

Despejar ρ (Ayuda: no es necesario utilizar logaritmos)

$$(\text{Soluc: } \rho = -V + P^D \cdot U^{-D})$$

22. Sin necesidad de operar, razonar que ecuaciones del tipo:

$$2^x + 3^x = 0$$

$$4^{x-2} + 2^{x^2+1} + 2 = 0$$

$$x^2 + 5^x = 0, \text{ etc.}$$

no pueden tener solución.

Ecuaciones logarítmicas:

23. Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas, comprobando la validez de las soluciones obtenidas:

a) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$ (Soluc: $x=12$)

b) $4 \log_2(x^2+1) = \log_2 625$ (Soluc: $x=\pm 2$)

c) $\log(x^2+1) - \log(x^2-1) = \log \frac{13}{12}$ (Soluc: $x=\pm 5$)

d) $\ln(x-3) + \ln(x+1) = \ln 3 + \ln(x-1)$ (Soluc: $x=5$)

e) $2 \log^2 x + 7 \log x - 9 = 0$ (Soluc: $x_1 = 10$; $x_2 = \sqrt{10} / 10^5$)

f) $2 \ln(x-3) = \ln x - \ln 4$ (Soluc: $x=4$)

g) $\log(x+3) - \log(x-6) = 1$ (Soluc: $x=7$)

h) $\log(x+9) = 2 + \log x$ (Soluc: $x=1/11$)

i) $\log(x+1) + \log(x-1) = 1/100$ (Soluc: $\nexists$ soluc.)

j) $\log \sqrt{3x+5} + \log \sqrt{x} = 1$ (Soluc: $x=5$)

k) $\log(x^2 - 7x + 110) = 2$ (Soluc: $x_1=2$; $x_2=5$)

l) $2 \ln x + 3 \ln(x+1) = 3 \ln 2$ (Soluc: $x=1$)

m) $\log(x^2 + 3x + 36) = 1 + \log(x+3)$ (Soluc: $x_1=1$; $x_2=6$)

n) $\ln x + \ln 2x + \ln 4x = 3$ (Soluc: $x=e/2$)

o) $4 \log x - 2 \log(x-1) = 2 \log 4$ (Soluc: $x=2$)

p) $\ln(x-1) + \ln(x+6) = \ln(3x+2)$ (Soluc: $x=2$)

q) $2 \log x + \log(x-1) = 2$ (Soluc: $x=5$)

r) $2 \log(x+9) - \log x = 2$ (Soluc: $x \approx 1,81$)

s) $\log(2x+6) - 1 = 2 \log(x-1)$ (Soluc: $x_1=2$; $x_2=1/5$)

t) $\log(x+11) - 2 \log x = 1$ (Soluc: $x=11/10$)

u) $\log(6x-1) - \log(x+4) = \log x$ (Soluc: $x=1$)

v) $\log x^2 + \log x^3 = 5$ (Soluc: $x=10$)

☞ Se recomienda ver también los ejercicios resueltos 1 pág. 79 y 4 pág. 89

Sistemas de ecuaciones exponenciales y/o logarítmicas:

☞ Se recomienda ver los ejemplos 1b pág. 80 y 4 pág. 81, y realizar los ejercicios 2b, c pág. 81 y 23 pág. 94 del libro.

Cambio de base:

$$\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$$

(fórmula del cambio de base)

24. Utilizando la fórmula del cambio de base se pide:

- a) Demostrar que $\log_a b \cdot \log_b a = 1$
- b) Hallar la relación entre el logaritmo neperiano y el logaritmo decimal.
- c) Expresar $\log_2 x$ en función de $\log x$ (Soluc: $\log_2 x = 3,3219 \log x$)

25. a) Nuestra calculadora sólo dispone de logaritmos decimales. Usando la fórmula del cambio de base, hallar $\log_4 5$
- b) Razonar que $\log_4 5$ es irracional.

26. Volver a hacer el ejercicio 2, pero utilizando esta vez la calculadora y la fórmula del cambio de base.

☞ Se recomienda además ver los ejercicios resueltos 5 pág. 36 y 9 pág. 44, y realizar el **ejercicio 3 pág. 36** del libro.