

Nombre: nº:

NOTAS:

- El examen se puntúa sobre 9.5
- El examen debe realizarse en 50 minutos. Los 3 alumnos con protocolos específicos cuentan con 30 minutos extra.
- No puede usarse lápiz o bolis de tinta borrrable
- No se admiten errores de cálculo.
- Si un ejercicio es coherente en su realización se pueden permitir hasta un máximo de 2 despistes por ejercicio, que se penalizarán con -0.25 pto cada despiste y hasta un máximo de 2 ejercicios en el examen.
- El lenguaje matemático debe ser coherente y riguroso.
- Prohibidos dispositivos con conexión a internet (móviles, relojes, pulseras, auriculares etc.) en caso de detectarse el alumno será expulsado del aula y tendrá un cero.
- Pelo recogido con oídos a la vista.
- Si un alumno es encontrado en actitud sospechosa de estar copiando, hablando etc. Se le retirará el examen y se pondrá un cero.

1. Resuelve la ecuación, indicando antes los valores que NO puede tener x para que la igualdad tenga sentido (1 punto)

$$\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{x - 1}{x + 2} = \frac{3}{x - 2} - 2$$

2. Resuelve las ecuaciones: (1.5 puntos los apartados a y b; y 1 punto el apartado c)

a) $\log_{13x^3 - 36x} 32 = \log_x 2$

b) $\log(x - 1) - \log \sqrt{5 + x} - \log \sqrt{5 - x} = 0$

c) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

3. Resuelve el sistema no lineal: (1.5 puntos)

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$$

4. POR EL MÉTODO DE GAUSS, resuelve los sistemas lineales. Indica de que tipo son y sus soluciones en función del tipo, expresa de forma matemática las soluciones cuando las tengan. Es importante el uso correcto del lenguaje matemático. (1.5 puntos cada apartado)

$$a) \begin{cases} x - 3y + 7z = 10 \\ x + 4y - 10z = -11 \\ 5x - y + z = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -3x + 2y - z = 0 \\ x - 2z = -1 \\ 2y - 7z = 3 \end{cases}$$

para $\exists$ los cuenteros $x \neq \pm 2$

$$mcm = x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$\text{si } x \neq \pm 2 \Rightarrow x(x-1)(x-2) = 3(x+2) - 2(x^2-4)$$

$$x + x^2 - 2x - x + 2 = 3x + 6 - 2x^2 + 8$$

$$3x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{6}$$

$$\boxed{3} \text{ vale, } \neq \pm 2$$

$$\boxed{-\frac{4}{3}} \text{ vale por } \neq \pm 2$$

[2a] para $\exists \log_x \Rightarrow \boxed{x > 0}$

$$(13x^3 - 36x)^t = 32 \quad (2^5)$$

$$t = \log_{13x^3-36x} 32 = \log_x 2 \Rightarrow$$

$$x^t = 2$$

$$(13x^3 - 36x)^t = 2^5 \Rightarrow (13x^3 - 36x)^t = (x^t)^5 \Leftrightarrow (13x^3 - 36x)^t = (x^5)^t$$

$$\Rightarrow \boxed{13x^3 - 36x = x^5} \Leftrightarrow x^5 - 13x^3 + 36x = 0 \Leftrightarrow$$

$$x(x^4 - 13x^2 + 36) = 0 \Leftrightarrow \boxed{x^4 - 13x^2 + 36 = 0} \text{ Bicuadrada } \begin{matrix} y = x^2 \\ y^2 = x^4 \end{matrix}$$

$$y^2 - 13y + 36 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x \neq 0} \Rightarrow y = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \begin{cases} 9 \rightarrow x = 3 \text{ o } x = -3 \\ 4 \rightarrow x = 2 \text{ o } x = -2 \end{cases}$$

Comprobación $x = 2 \Rightarrow 13 \cdot 2^3 - 36 \cdot 2 = 32$

$$\log_{32} 32 = 1 = \log_2 2$$

Si, vale

$x = 3 \quad 13 \cdot 3^3 - 36 \cdot 3 = 243 = 3^5$

$\log_{3^5} 2^5 = \log_3 2$?

si p. q. si $3^a = 2 \Rightarrow (3^a)^5 = 2^5$

$$(3^5)^a = 2^5$$

$$\Rightarrow a = \log_{3^5} 2^5$$

Soluciones: $\boxed{x = 3 \text{ y } x = 2}$

si, vale

[2b] $\log(x-1) - \log \sqrt{5+x} - \log \sqrt{5-x} = 0$ para que tenga

sentido la ecuación $\left. \begin{matrix} x \neq 1; x > 1 \\ x \neq -5; x > -5 \\ x \neq 5; x < 5 \end{matrix} \right\}$

$\Rightarrow$ EN ESE CASO:

$$t^2 + 21t - 100 = 0; t = \frac{-21 \pm \sqrt{441 + 400}}{2} = \frac{-21 \pm 29}{2} \text{ pág (3)}$$

$$t = \begin{cases} 4 \rightarrow y = \pm 2, \text{ como } y > 0 \Rightarrow y = 2 \\ (-2 \text{ No vale}) \\ -25 \rightarrow y = \pm \sqrt{25} \notin \mathbb{R} \text{ No vale} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (y=2) \rightarrow x = \frac{10}{2} = 5; \text{ posible solución } (5, 2)$$

Comprobación $\log 5 + \log 2 = 1?$

$$\begin{matrix} x=5 \\ y=2 \end{matrix}$$

$$\log(5 \cdot 2) = \log 10 = 1 \text{ Sí, vale}$$

Solución $(5, 2)$

4a

$r(A)$	$r(A^*)$	nº incóg.	Tipo	Sol
2	2	3	SCI	∞

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 1 & 4 & -10 & -11 \\ 5 & -1 & 1 & 8 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - 5F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 0 & 7 & -17 & -21 \\ 0 & 14 & -34 & -42 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 0 & 7 & -17 & -21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

llamo $z = \lambda \Rightarrow \begin{cases} x - 3y = 10 - 7\lambda \\ 7y = -21 + 17\lambda \end{cases}$

1 Fila de ceros en A
1 Fila de ceros en A*

$$\left[y = -3 + \frac{17}{7}\lambda \right] \rightarrow x = 10 - 7\lambda + 3\left(-3 + \frac{17}{7}\lambda\right) \Leftrightarrow x = 10 - 7\lambda - 9 + \frac{51}{7}\lambda$$

$$x = 1 + \frac{51 - 49}{7}\lambda \Leftrightarrow \left[x = 1 + \frac{2}{7}\lambda \right]; \text{ Sol} = \left\{ \left(1 + \frac{2}{7}\lambda, -3 + \frac{17}{7}\lambda \right) \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

es una recta en $\mathbb{R}^3$

4b

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & -7 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -7 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 + 3F_1 \\ F_3 - F_2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & -7 & -3 \\ 0 & 2 & -7 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{array} \right)$$

$\rightarrow r(A^*) = 3$
 $\hookrightarrow r(A) = 2$

$r(A)$	$r(A^*)$	nº inc.	Tipo	Sol
2	3	3	S.I	$\emptyset$