

Tablas de contingencia

p. ①

útiles para registrar los datos de un problema en el que se contrastan 2 variables para ver si existe relación o dependencia entre ellas.

los datos se organizan en filas y columnas. En cada celda se coloca el valor de la intersección de la fila y columna correspondiente.

Se añaden los valores totales en la última fila y columna para facilitar el cálculo de las probabilidades.

Se entiende mejor con ejemplos:
Necesitaremos siempre los totales y la prob. de una intersección

① Tenemos Coches eléctricos e híbridos y un software que puede o no tener errores, la idea es comprobar si hay relación entre los errores detectados y el tipo de motor. Apuntamos los datos del problema:

	E	H	Tot
D	12		43
$\bar{D}$			
Tot		145	

E = "Coche eléctrico"

H = "Coche híbrido"

D = "errores en software"

$\bar{D}$ = "sin errores de software"

Completamos la Tabla fácilmente:

	E	H	Tot
D	12	31	43
$\bar{D}$	73	114	187
Tot	85	145	230

31 lo obtenemos: $43 - 12$

73 lo obtenemos como $85 - 12$

114 lo sacamos de $145 - 31$

$187 = 73 + 114 = 230 - 43$

sumando 85 + 145

o también

$$12 = E \cap D$$

$$73 = E \cap \bar{D}$$

$$31 = H \cap D$$

$$114 = H \cap \bar{D}$$

Ahora será fácil calcular las probabilidades

Nos piden:

a) $P(H \cap \bar{D}) = \frac{114}{230}$ (mirando la tabla) = 0'4957

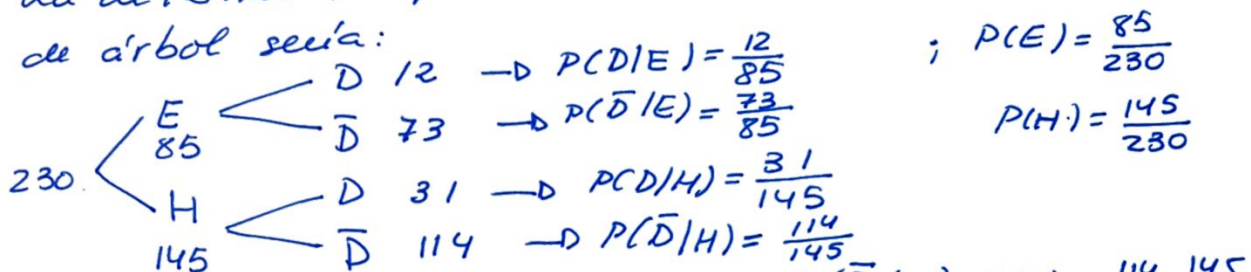
b) $P(D|H) = \frac{31}{145}$ (mirando la tabla en la columna H)

como está condicionado por H, miramos los datos en la columna H

y listo!

es muy rápido y fácil.

la alternativa para este problema con diagrama de árbol sería:



a) para calcular $P(H \cap \bar{D}) = P(\bar{D}|H) \cdot P(H) = \frac{114}{145} \cdot \frac{145}{230} = \frac{114}{230} \approx 0'4957 = 49'57\%$

Bayes

b) $P(D|H) = \frac{31}{145} \approx 0'2138$

mirando simplemente el árbol

[2]

	A	B	C	Total
S	9	8	0	17
$\bar{S}$	27	32	30	89
Total	36	40	30	106

2º Bach A = A

2º Bach B = B

2º Bach C = C

S = suspender

$P(A \cap S) = 0'25$

$n^{\circ} \text{alun}(A \cap S) = 25\% \cdot 36 = 9$

(Completamos los datos de la tabla en rojo)

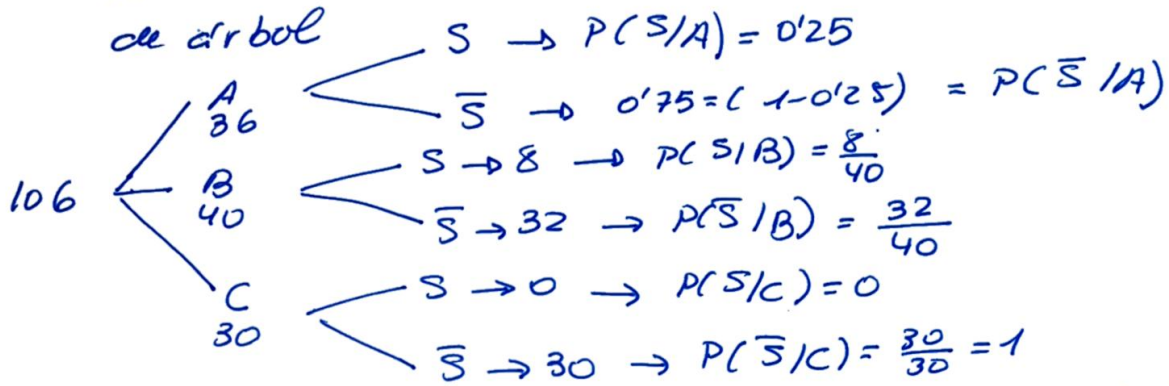
a) $P(\bar{S} \cap A) = \frac{27}{106} \approx 0'2547 = 25'47\%$

b) $P(B|\bar{S}) = \frac{32}{40} \approx 0'8 = 80\%$

y Listo!

P(3)

Si lo hubiésemos hecho con el diagrama de árbol



$$a) P(\bar{S} \cap A) = \underset{\uparrow}{P(\bar{S}/A)} \cdot P(A) = 0.75 \cdot \frac{36}{106} \approx 0.2577$$

$$b) P(B/\bar{S}) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(B \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(\bar{S} \cap B)}{P(\bar{S})} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \frac{P(\bar{S}/B) P(B)}{P(\bar{S})} =$$

$$= \frac{\frac{32}{40} \cdot \frac{40}{106}}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{\frac{89}{106}}} = \frac{32}{89} \approx \boxed{0.3596}$$

* para calcular $P(\bar{S})$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{P. Totales}}}{P(\bar{S})} = P(\bar{S}/A) P(A) + P(\bar{S}/B) P(B) + P(\bar{S}/C) P(C)$$

$$= 0.75 \cdot \frac{36}{106} + \frac{32}{40} \cdot \frac{40}{106} + 1 \cdot \frac{30}{106}$$

$$\approx \frac{89}{106}$$

[3]

	E	$\bar{E}$	Total
I	100	400	500
$\bar{I}$	200	300	500
Total	300	700	1000

E = "habla Español"
I = "habla Inglés"

(En rojo los complementos en azul los datos originales)

$$a) P(E \cup I) = \frac{100 + 400 + 200}{1000} \approx \boxed{0.7} = \boxed{70\%}$$

$$b) P(E/I) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{se mira en la 1ª Fila}}}{=} \frac{100}{500} = \boxed{0.2} = \boxed{20\%}$$

4) B = "son del Barrio"
C = "de comedor"

pág. 4

	B	$\bar{B}$	total
C	400	175	575
$\bar{C}$	100	25	125
Total	500	200	700

$$a) P(C|B) = \frac{400}{500} = 0.8 = 80\%$$

miramos en la tabla la 1ª columna, que se corresponde con los del Barrio

$$b) P(\bar{B}|C) = \frac{175}{575} = 0.3 = 30\%$$

miramos en la tabla la 1ª fila, que se corresponde con los que son de comedor

$$c) P(B \cup C) = \frac{400 + 175 + 100}{700} = \frac{675}{700} = 0.9643 \approx 96.43\%$$

toma las celdas con valores de B o C

$$d) P(\bar{B} \cap \bar{C}) = \frac{25}{700} = 0.0357 \approx 0.04 = 4\%$$

miramos directamente en la celda de $\bar{B} \cap \bar{C}$

5) Y = "practica Yoga"
M = "tiene mascota"

no dan $P(M \cap Y) = 3\%$
 $P(M) = 20\%$ $P(Y) = 8\%$

	M	$\bar{M}$	total
Y	3	5	8
$\bar{Y}$	17	75	92
Total	20	80	100

(en %)

a) Miro en la tabla la celda correspondiente a $\bar{Y} \cap M$

$$P(\bar{Y} \cap M) = 17\%$$

b) Miro en la tabla la 1ª fila, que es la que se corresponde con Yoga

$$P(M|Y) = \frac{3}{8} = 0.375 = 37.5\%$$

Si no se supriese sacar la tabla de contingencia, otra forma de hacer el problema:

$$a) P(\bar{Y} \cap M) = P(M - Y) = P(M) - P(M \cap Y) = 0.2 - 0.03 = 0.17$$

* demostración



$$M \cap \bar{Y} = M - Y$$

$$Y \cap M = (M - Y) \cup (M \cap Y)$$

disjunta

$$P(M) = P(M - Y) + P(M \cap Y)$$

despejando

$$P(M \cap \bar{Y}) = P(M - Y) = P(M) - P(M \cap Y)$$

$$b) P(M|Y) = \frac{P(M \cap Y)}{P(Y)} = \frac{0.03}{0.08} = 0.375$$

Bayes