

94. Halla cuánto vale x en las siguientes expresiones.

- a) $\log_x 3 = -1$ c) $\log_x 3 = -2$
 b) $\log_x 5 = 2$ d) $\log_x 2 = 5$

$$a) \log_x 3 = -1 \rightarrow x^{-1} = 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$c) \log_x 3 = -2 \rightarrow x^{-2} = 3 \rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

La única solución válida es $x_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$b) \log_x 5 = 2 \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x_1 = \sqrt{5} \quad x_2 = -\sqrt{5}$$

$$d) \log_x 2 = 5 \rightarrow x^5 = 2 \rightarrow x = \sqrt[5]{2}$$

La única solución válida es $x_1 = \sqrt{5}$.

95. Calcula el valor de x en las siguientes expresiones.

- a) $\log_x 8 = 4$ c) $\log_x 3 = 5$ e) $\log_x 343 = 3$ g) $\log_x \left(-\frac{125}{8}\right) = -3$
 b) $\log_x \frac{1}{4} = -4$ d) $\log_x \frac{4}{9} = -2$ f) $\log_x 2 = 4$ h) $\log_x 49 = 6$

$$a) \log_x 8 = 4 \rightarrow x^4 = 8 \rightarrow x = \sqrt[4]{8}$$

$$e) \log_x 343 = 3 \rightarrow x^3 = 343 \rightarrow x = 7$$

$$b) \log_x \frac{1}{4} = -4 \rightarrow x^{-4} = \frac{1}{4} \rightarrow x = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$$

$$f) \log_x 2 = 4 \rightarrow x^4 = 2 \rightarrow x = \sqrt[4]{2}$$

$$c) \log_x 3 = 5 \rightarrow x^5 = 3 \rightarrow x = \sqrt[5]{3}$$

$$g) \log_x \left(-\frac{125}{8}\right) = -3 \rightarrow x^{-3} = -\frac{125}{8} \rightarrow x = -\frac{2}{5}$$

$$d) \log_x \frac{4}{9} = -2 \rightarrow x^{-2} = \frac{4}{9} \rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x_1 = \frac{3}{2} \quad x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$h) \log_x 49 = 6 \rightarrow x^6 = 49 \rightarrow x = \sqrt[6]{49} = \sqrt[3]{7}$$

La única solución válida es $x_1 = \frac{3}{2}$.

96. Calcula el valor de x en las expresiones que aparecen a continuación.

- a) $\log_3 9^x = 2$ e) $\log_3 9^{x+3} = 3$
 b) $\log 2^x = \frac{3}{2}$ f) $\log 2^{\frac{x}{2}} = \frac{3}{2}$
 c) $\ln 3^x = -1$ g) $\ln 3^{x+6} = 3$
 d) $\log_2 4^{x+4} = -2$ h) $\log_3 27^{3x+4} = -2$

$$a) \log_3 9^x = 2 \rightarrow 3^2 = 9^x \rightarrow x = 1$$

$$b) \log 2^x = \frac{3}{2} \rightarrow x \log 2 = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2 \log 2} \approx 4,983$$

$$c) \ln 3^x = -1 \rightarrow x \ln 3 = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{\ln 3} \approx -0,91$$

$$d) \log_2 4^{x+4} = -2 \rightarrow 2^{-2} = 4^{x+4} \rightarrow 4^{-1} = 4^{x+4} \rightarrow -1 = x+4 \rightarrow x = -5$$

$$e) \log_3 9^{x+3} = 3 \rightarrow 3^3 = 9^{x+3} \rightarrow 3^3 = 3^{2x+6} \rightarrow 3 = 2x+6 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$f) \log 2^{\frac{x}{2}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{x}{2} \log 2 = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{\log 2} \approx 9,966$$

$$g) \ln 3^{x+6} = 3 \rightarrow (x+6) \ln 3 = 3 \rightarrow x = \frac{3}{\ln 3} - 6 \approx -3,269$$

$$h) \log_3 27^{3x+4} = -2 \rightarrow (3x+4) \log_3 27 = -2 \rightarrow 3 \cdot (3x+4) = -2 \rightarrow x = -\frac{14}{9}$$

97. Resuelve estas ecuaciones logarítmicas.

a) $\log x = -1 + \log 5$

b) $\log_5 x = 2 + \log_5 7$

c) $\log_2 x = 3 + \log_2 9$

a) $\log x = -1 + \log 5 \rightarrow \log \frac{x}{5} = -1 \rightarrow \frac{x}{5} = \frac{1}{10} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $\log_5 x = 2 + \log_5 7 \rightarrow \log_5 \frac{x}{7} = 2 \rightarrow \frac{x}{7} = 25 \rightarrow x = 175$

c) $\log_2 x = 3 + \log_2 9 \rightarrow \log_2 \frac{x}{9} = 3 \rightarrow \frac{x}{9} = 8 \rightarrow x = 72$

98. Resuelve las ecuaciones logarítmicas que aparecen a continuación.

a) $\log_4 x = 2 + \log_4 \frac{1}{2}$

b) $\log (3x - 1) = -2 + \log 50$

c) $\log_2 \frac{3x-1}{4} = 2 + \log_2 \frac{1}{16}$

a) $\log_4 x = 2 + \log_4 \frac{1}{2} \rightarrow \log_4 2x = 2 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$

b) $\log (3x - 1) = -2 + \log 50 \rightarrow \log \frac{3x-1}{50} = -2 \rightarrow \frac{3x-1}{50} = \frac{1}{100} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $\log_2 \frac{3x-1}{4} = 2 + \log_2 \frac{1}{16} \rightarrow \log_2 \frac{16(3x-1)}{4} = 2 \rightarrow 12x - 4 = 4 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

99. Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $\log_x 9 + \frac{1}{2} \log_x 16 = 2$

b) $\log_{x+1} (6x + 1) = 2$

c) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 3) = 0$

d) $\log_2 x^3 - \log_2 x^2 = 4$

e) $\log_2 (x^2 + 4x - 1) = 2$

a) $\log_x 9 + \frac{1}{2} \log_x 16 = 2 \rightarrow \log_x (9 \cdot \sqrt{16}) = 2 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -6 \end{cases}$

La única solución válida es $x_1 = 6$.

b) $\log_{x+1} (6x + 1) = 2 \rightarrow (x + 1)^2 = 6x + 1 \rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

La única solución válida es $x_2 = 4$.

c) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 3) = 0 \rightarrow 1 = x^2 - 3x + 3 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

d) $\log_2 x^3 - \log_2 x^2 = 4 \rightarrow \log_2 x = 4 \rightarrow x = 16$

e) $\log_2 (x^2 + 4x - 1) = 2 \rightarrow 4 = x^2 + 4x - 1 \rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

100. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\log(x-3) + \log(x+1) = 1 - \log(x-5)$

c) $\log_5\left(x + \frac{1}{2}\right) + \log_5\left(x + \frac{3}{4}\right) = 1 - \log_5\left(x + \frac{1}{3}\right)$

b) $\log_3(x^2 + x + 1) = 27$

d) $\log\left(\frac{x-2}{2}\right) + \log\left(\frac{x-3}{2}\right) + \log\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 1$

a) $\log(x-3) + \log(x+1) = 1 - \log(x-5) \rightarrow \log[(x-3)(x+1)(x-5)] = 1 \rightarrow$

$$\rightarrow (x-3)(x+1)(x-5) = 10 \rightarrow x^3 - 7x^2 + 7x + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -0,47419 \\ x_2 = 1,8873 \\ x_3 = 5,5869 \end{cases}$$

La única solución válida es $x_3 = 5,5869$.

b) $\log_3(x^2 + x + 1) = 27 \rightarrow x^2 + x + 1 = 3^{27} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2,7614 \cdot 10^6 \\ x_2 = 2,7614 \cdot 10^6 \end{cases}$

c) $\log_5\left(x + \frac{1}{2}\right) + \log_5\left(x + \frac{3}{4}\right) = 1 - \log_5\left(x + \frac{1}{3}\right) \rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 5 \rightarrow x^3 + \frac{19}{12}x^2 + \frac{19}{24}x - \frac{39}{8} = 0 \rightarrow x = 1,1906$

d) $\log\left(\frac{x-2}{2}\right) + \log\left(\frac{x-3}{2}\right) + \log\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 1 \rightarrow \left(\frac{x-2}{2}\right)\left(\frac{x-3}{2}\right)\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 10 \rightarrow \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{12}x^2 + \frac{17}{12}x - \frac{21}{2} = 0 \rightarrow x = 5,8775$

101. Halla el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $\log_3\sqrt{x-5} + \log_3\sqrt{2x-3} = 1$

b) $\log_2\sqrt{x} - \log_2\sqrt[3]{x} = \frac{2}{3}$

a) $\log_3\sqrt{x-5} + \log_3\sqrt{2x-3} = 1 \rightarrow \frac{1}{2}\log_3[(x-5)(2x-3)] = 1 \rightarrow (x-5)(2x-3) = 9 \rightarrow 2x^2 - 13x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$

La única solución válida es $x_1 = 6$.

b) $\log_2\sqrt{x} - \log_2\sqrt[3]{x} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = 2^{\frac{2}{3}} \rightarrow x^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{2}{3}} \rightarrow x = \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^6 = 16$

102. Resuelve las ecuaciones logarítmicas que aparecen a continuación.

a) $\log_5(x-1) + \log_5(x+1) = \log_5 3x$

b) $\log_2(x-3) - \log_2(2x+21) = 1 - \log_2(x-2)$

a) $\log_5(x-1) + \log_5(x+1) = \log_5 3x \rightarrow x^2 - 1 = 3x \rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \approx 3,303 \\ x_2 = \frac{3-\sqrt{13}}{2} \approx -0,303 \end{cases}$

La única solución válida es $x_1 = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \approx 3,303$.

b) $\log_2(x-3) - \log_2(2x+21) = 1 - \log_2(x-2) \rightarrow \frac{(x-3)(x-2)}{2x+21} = 2 \rightarrow$

$$\rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 12 \end{cases}$$

La única solución válida es $x_2 = 12$.