

Resumen Prob. y Estadística

Ejercicios competenciales

P. 1

$$\text{Laplace} = \frac{\text{n}^\circ \text{casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{casos posibles}} = P(A)$$

Ω = todo el espacio muestral, todos los sucesos posibles, incluyendo ϕ

cualq. suceso $0 \leq P(A) \leq 1$; $P(\Omega) = 1$; $P(\phi) = 0$

suceso IMPOSIBLE $P(A) = 0$; suceso seguro $P(A) = 1$

suceso COMPLEMENTARIO $\bar{A} = \text{no } A$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

diferencia de sucesos

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

probabilidad condicionada (a posteriori)

$$\text{fórmula} \rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\text{Bayes} \rightarrow P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A|B) \cdot P(B) \\ &= P(B|A) \cdot P(A) \end{aligned}$$

A y B Independientes $\Leftrightarrow$ un suceso No aporta información sobre el otro $P(A|B) = P(A)$ y $P(B|A) = P(B)$

propiedad suc. independientes: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Sucesos INCOMPATIBLES: $P(A \cap B) = 0$

propiedad, si A y B son posibles $\Rightarrow$ si son incompatibles NO pueden ser independientes

propiedades: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{si } A \cap B = \phi \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

disjuntos
o incompatibles

Leyes MORGAN

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}); P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$$

Partición de Ω : $A_1, A_2, \dots$ lo que sean, hasta A_n

es partición si $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$

"cubren" todo Ω y son disjuntos 2 a 2
EN ESE CASO: 1) puedo diagrama de árbol

$$2^\circ) P(A) = P(A|A_1) \cdot P(A_1) + \dots + P(A|A_n) \cdot P(A_n)$$

- 1° Tu tiempo es ORO, tienes 90' para 4 ejercicios
cada uno vale 2'5 y el más largo va a ser de
prob y estadística $\Rightarrow$ dejalo para el final y haz lo
q. te dé tiempo
- 2° Lectura RÁPIDA de TODO el enunciado, con PREGUNTAS
No anotes todavía
- 3° 2° lectura rápida : descarta la "paja" y subraya
lo q. de verdad importa. Anota los datos q. im-
portan
- 4° Si es posible haz un esquema visual y 3° lectura
para comprobar si todo ok
- 5° Si te queda tiempo, después de hacerlo $\Rightarrow$ anota
las prop. y theoremas usados, justificando si el
tiempo lo permite su uso
- 6° Anota y reflexiona sobre los resultados obteni-
dos $\rightarrow$ saca tus conclusiones

De los ejemplos utilizados por CIVOA, PAU2025
el 1, 7 y 8 NO son de Mate II (son de aplicadas)

Están ordenados de más fácil a más difícil (p.3)

Ejemplo 11

(NOTA: lo q. ponga entre paréntesis son indicaciones para mis alumnos, NO lo escribáis en vuestra respuesta)

Datos

llamo H = "tener contratado seguro de Hogar"

M = "tener contratado seguro de MASCOTA"

(NOTA: obviamente NO son incompatibles y NO forman partición $\rightarrow$ NO diagrama de árbol)

$$P(H) = 0.6$$

$$P(\text{tener mascota}) = 0.49$$

$$P(H \cap M) = 0.3$$

$$P(H|M) = \frac{3}{5} = 0.6$$

11.1 (Obvio, NO confundir "tener mascota" con "tener seguro de mascota")

$$\text{Por } P(H|M) \stackrel{\substack{\text{fórmula} \\ \text{Prob. Condic.}}}{=} \frac{P(H \cap M)}{P(M)} \Rightarrow P(M) = \frac{P(H \cap M)}{P(H)}$$

$$\Rightarrow P(M) = \frac{0.3}{0.6} = \underline{0.5}$$

$$11.2 \quad P(M \cup H) \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{prop. prob.}}}{=} P(M) + P(H) - P(M \cap H) = 0.5 + 0.6 - 0.3 = \underline{0.8}$$

$$11.3 \quad P(M \cap \bar{H}) \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{prop. prob.}}}{=} P(M) - P(M \cap H) = 0.5 - 0.3 = \underline{0.2}$$

$$11.4 \quad M \text{ y } H \text{ indep.} \Leftrightarrow P(M \cap H) = P(M) \cdot P(H) \quad \uparrow \text{prop. sucesos indep. siendo } M \text{ y } H \text{ posibles}$$

$$P(M \cap H) = 0.3; \quad P(M) \cdot P(H) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3$$

$\Rightarrow$ Sí, son indep.

conclusión: el hecho de que tenga un seguro de hogar no nos da información sobre si tiene mascota y la tiene asegurada, y viceversa.

11.5 Tener mascota y tener seguro de mascota

NO pueden ser independientes ya que una aporta información sobre la otra.

Ejemplo: si sabemos q. alguien tiene un seguro de mascota es muy probable q. tenga una mascota. Y al revés, si ~~se~~ tiene mascota, es muy probable q. tenga un seguro de mascota. Un suceso aporta información sobre el otro (se condicionan)

—————o—————

Ejemplo 10 Ofertas en la compañía de seguros

DATOS

Considero los sucesos:

P_{24} = "contratar póliza 24H" $\rightarrow P(P_{24}) = 0.45$

A = "contratar póliza AUTO" $\rightarrow P(A) = 0.4$

E = "contratar póliza ESTUDA" $\rightarrow P(E) = 0.15$
 $1 = 100\%$

Como viene planteado el enunciado

P_{24} , A y E es una partición disjunta

(si puedo diagrama de árbol)

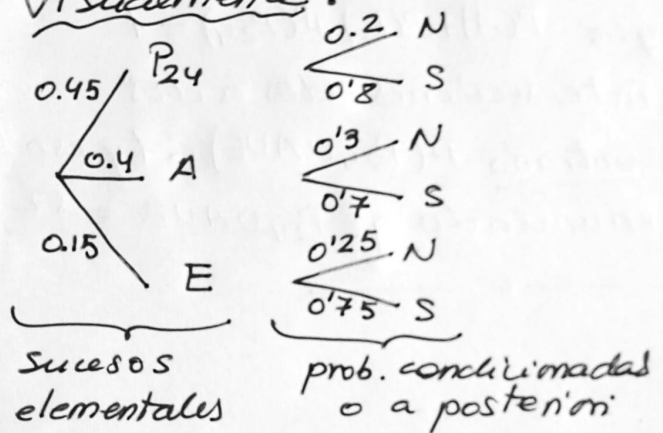
Además considero:

N = "No pagar seguro contratado"

S = "Si pagar seguro contratado"

obvio $N = \bar{S}$

Visualmente:



[10.1] Dado que P_{24} , A y E partición $\Rightarrow$ puedo usar el th. prob. TOTAL $\Rightarrow$

$$P(N) = P(N|P_{24}) \cdot P(P_{24}) + P(N|A) \cdot P(A) + P(N|E) \cdot P(E) =$$
$$= 0.2 \cdot 0.45 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.25 \cdot 0.15 = \boxed{0.2475}$$

[10.2] $P(A|N) = \frac{P(N|A) \cdot P(A)}{P(N)} =$

Bayes $\uparrow$
y fórm. prob. conclic.

$$= \frac{0.3 \cdot 0.4}{0.2475} = \boxed{0.4848}$$

10.3

$$P(E|S)$$

Bayes

y fórm. prob. condic.

$$= \frac{0.75 \cdot 0.15}{1 - 0.2475} = \boxed{0.1495}$$

$$= \frac{P(S|E) \cdot P(E)}{P(S)} =$$

(p. 5)

10.4 Ejemplo de 2 sucesos relacionados con el enunciado q. sean INCOMPATIBLES

(NOTA: a mí se me ocurrieron 2, elegir el que veáis con más claridad)

→ Sy N obvio ya que $N = \bar{S}$

→ cualq. de los sucesos elementales P_2, A y E
p. ejemplo A y E

$P(A \cap E) = 0$; ya que $P(A) + P(E) + P(P_2) = 1$

y por tanto sus intersecciones dos a dos

son vacías, de lo contrario $P(P_2 \cup A \cup E) > 1$ y eso es imposible por el enunciado q. $P_2 \cup A \cup E = \Omega$

Ejemplo 5

Considero la V. A. discreta $X =$ "n° incendios ≥ 1 Ha q. se apagaron en ≤ 2 días en ese mes concreto"

En ese mes $n=150 \rightarrow$ tamaño de la muestra

Considero:

"éxito" = "apagar en menos de 2 días, en ese mes, un incendio de mas de 1 Ha"

"fracaso" = lo contrario.

por el enunciado $p = P(\text{éxito}) = 80\% = 0.8$
 $q = P(\text{fracaso}) = 1 - p = 0.2$

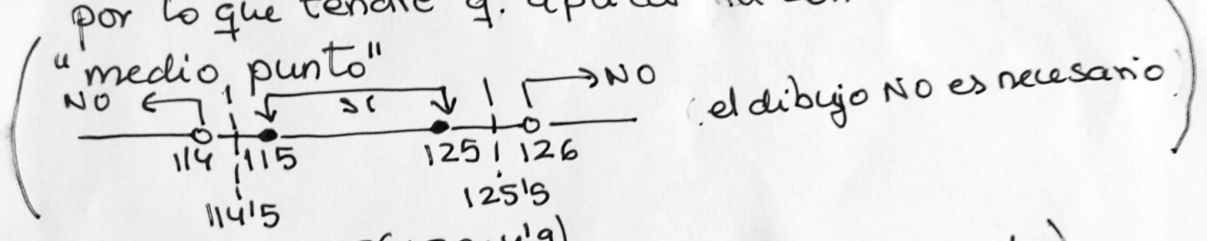
Por su construcción es obvio q. $X \in B_i(150; 0.8)$

[5.1] $\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0.8 = 120$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{150 \cdot 0.8 \cdot 0.2} \approx 4.9$ (con la cifra para T es suficiente)

[5.2] piden $P(115 \leq X \leq 125)$

por el tamaño de la muestra y muchas operaciones $\Rightarrow$ pienso aproximar la binomial a una $N(120; 4.9)$ por lo que tendré q. aplicar la corrección de YATES o



$\Rightarrow X \sim Z \in N(120; 4.9)$

$P(115 \leq X \leq 125) \approx P(114.5 < Z < 125.5)$

Ahora TIPIFICO $(Z') = \frac{Z - 120}{4.9} \in N(0, 1)$ para usar la tabla

$\Rightarrow P\left(\frac{114.5 - 120}{4.9} < Z' < \frac{125.5 - 120}{4.9}\right) = P(-1.12 < Z' < 1.12)$

$= 2 P(Z' < 1.12) - 1 \stackrel{\text{tabla}}{=} 2 \cdot 0.8686 - 1 = 0.7372$

NOTA: yo dibujo y hago los pasos, pero NO es necesario

$P(Z' < 1.12) - P(Z' < -1.12) = P(Z' < 1.12) - P(Z' > 1.12) =$
 $= P(Z' < 1.12) - [1 - P(Z' < 1.12)] =$
 $= 2 P(Z' < 1.12) - 1$

5.2 Considero: En un incendio en concreto:

A = "usar aviones T1 en un incendio"

B = "usar aviones T2 en un incendio"

C = "usar aviones T1 y T2 en el mismo incendio"

obviamente $C = A \cap B$ $P(C) = P(A \cap B)$

* Si A y B INDEPENDIENTES
 $\Rightarrow$ por prop. indep. $P(C) = P(A) \cdot P(B)$

* Si A y B INCOMPATIBLES $\Rightarrow P(A \cap B) = \emptyset \Rightarrow P(C) = 0$

5.3 * A y B INDEP. $\Rightarrow$ es indiferente usar aviones T1 y/o T2 ya que el tipo del avión NO aporta información a la resolución del incendio

* Si A y B INCOMPATIBLES $\Rightarrow$ NO podemos usar en el mismo incendio aviones de diferentes tipos.

— o —

Ejemplo 6 (los enunciados empiezan a ser cada vez más liosos)

En relación a los alumnos matriculados en la materia de Estadística Aplicada, llamo:

A = "piensa asistir a clase subiendo por las ESCALERAS"

B = "piensa asistir a clase subiendo en ASCENSOR"

C = "No piensa asistir a clase y se quiere quedar en la cafetería"

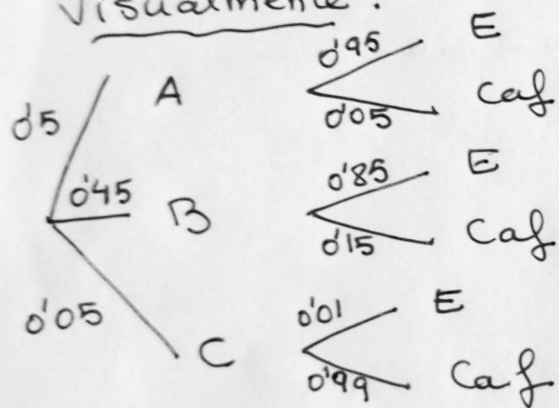
No se contemplan más opciones.

E = "asiste finalmente a clase"

Cal = "está en la cafetería a la hora de la clase de Estadística aplicada"
obvio $E = \text{Cal}$.

Según el enunciado A, B y C son una partición dis-
junta 2 a 2 $P(A) + P(B) + P(C) = 1$
(puedo hacer diagrama de árbol)

Visualmente:



sucesos
elementales,
de la partición
y probabilidades
a priori

sucesos
condicionados
y prob. a posteriori

[6.1] por A, B, C partición puedo utilizar th. Prob. TOTAL $\Rightarrow$

$$P(E) = P(E|A) \cdot P(A) + P(E|B) \cdot P(B) + P(E|C) \cdot P(C) =$$

$$= 0.95 \cdot 0.5 + 0.85 \cdot 0.45 + 0.01 \cdot 0.05 = \boxed{0.858}$$

$$[6.2] \quad P(\text{Caf.}) = 1 - P(E) = \underline{\underline{0.142}}$$

$$[6.3] \quad P(C|E) = \frac{P(E|C) \cdot P(C)}{P(E)} = \frac{0.01 \cdot 0.05}{0.252} = \underline{\underline{0.00058}}$$

Bayes
↑
form. prob.
condic.

$$\approx \underline{\underline{0.0006}}$$

[6.4] Es obvio q. el horario de Física es compatible con el horio de Est. Aplicada
asi q: la asistencia ó no asistencia a Est. Apl. es compatible con estar MATRICULADO de Física
(nadie habla de su asistencia a dicha materia)

demonstración

(por reducción al absurdo) Si fuesen incompatibles

$$\Rightarrow P(F \cap \text{Caf.}) = 0 \Rightarrow P(F \cup \text{Caf.}) = P(F) + P(\text{Caf.}) = 0.99 + 0.142 = \underline{\underline{1.132}} > 1 \text{ ¡IMPOSIBLE!} \Rightarrow \underline{\underline{\text{NO son incompatibles}}}$$

Ejemplo 9

llamo: $M_1 =$ contratan a la mujer (1)
 $M_2 =$ " " " " " (2)
 $H_1 =$ " " al hombre (1)
 $H_2 =$ " " " " " (2)
 $H_3 =$ " " " " " (3)

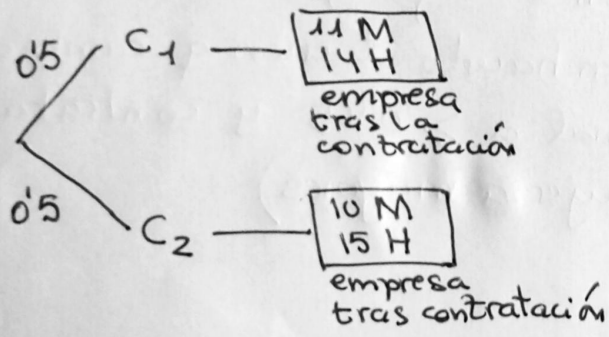
según la tabla del enunciado:

$$\left. \begin{aligned} P(M_1) &= \frac{1}{5} = 0.2 \\ P(M_2) &= \frac{3}{10} = 0.3 \end{aligned} \right\} C_1 = \text{"contratan a una mujer"}$$

$$\left. \begin{aligned} P(H_1) &= \frac{1}{10} = 0.1 \\ P(H_2) &= \frac{1}{5} = 0.2 \\ P(H_3) &= \frac{1}{5} = 0.2 \end{aligned} \right\} C_2 = \text{"contratan a un hombre"}$$

C_1 y C_2 son una partición disjunta $\Rightarrow$

visualmente:



$$P(C_1) = P(M_1 \cup M_2) = 0.2 + 0.3 = \text{disjunta} = 0.5$$

$$P(C_2) = P(H_1 \cup H_2 \cup H_3) = 0.1 + 0.2 + 0.2 = \text{disjunta} = 0.5$$

9.1 Como C_1 y C_2 partición puedo aplicar th. prob. TOTAL:

$M =$ "ser mujer contratada en esa empresa"

$$P(M) = P(M|C_1) \cdot P(C_1) + P(M|C_2) \cdot P(C_2) = \frac{11}{25} \cdot 0.5 + \frac{10}{25} \cdot 0.5 = \boxed{0.42}$$

Como $0.42 > 0.4 \rightarrow$ la empresa cumple su criterio fundacional tanto si contratan a una mujer como si contratan a un hombre

9.2 ya lo hice en 9.1 $PCM) = \underline{\underline{0'42}}$

9.3 para acceder a las rebajas fiscales $PCM) \geq 0'45$

M_1	M_2	H_1	H_2	H_3
x	x	y	y	y

$PCC_1) = 2x$; $PCC_2) = 3y$ y $2x + 3y = 1$
 $PCM) = P(M|C_1)PCC_1) + P(M|C_2) \cdot PC_2) = \frac{11}{25} 2x + \frac{10}{25} 3y$

... Independientemente de q. contraten a un hombre o a una mujer

(¡Esta pregunta y esa maldita tabla con x e y es para liar a la gente y despistarla!)

qué más da lo q. vulga x o y, pongámonos en el mejor de los casos : contratan a una mujer $\Rightarrow$ el % de mujeres en la empresa sería $\frac{11}{25} = \underline{\underline{0'44}}$ y obviamente $\underline{\underline{0'44 < 0'45}} \Rightarrow$ NO tendrían derecho a la subención o rebaja fiscal de ninguna forma (si quieren hacerlo tienen q. cambiar su principio fundacional a $\geq 0'45$ y contratar como mínimo a otra mujer a mayores)

Ejemplo 3

(p. 12)

(El enunciado es largo pero eso es todo)

Llamamos: C = "sustituir 2 o más contenedores CARTÓN" $\Rightarrow$

referido a un mes concreto $\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \bar{C} = \text{"sustituir menos de 2 de cartón"} \\ E = \text{"sustituir 2 o más contenedores de ENVASES"} \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{E} = \text{"sustituir menos de 2 contenedores de ENVASES"} \end{array} \right.$

Datos: $P(C) = 0.1$
 $P(E|C) = 0.04$
 $P(\bar{C} \cap \bar{E}) = 0.72$

[3.1] (No tengo partición $\rightarrow$ no procede diagrama árbol)

piden $P(E \cap C)$

como $0.04 = P(E|C) = \frac{P(E \cap C)}{P(C)} \Rightarrow$ despejando $P(E \cap C) = P(E|C) \cdot P(C)$

fórmula de prob. condicional

$$P(E \cap C) = 0.1 \cdot 0.04 = \underline{\underline{0.004}}$$

así q. la posibilidad de sustituir en un mes determinado más de 2 cont. cartón (y) más de 2 cont. de envases es del 4%

[3.2] piden $P(E|\bar{C}) = \frac{P(E \cap \bar{C})}{1 - P(C)} = \frac{P(E) - P(E \cap C)}{1 - P(C)} = \frac{P(E) - 0.004}{1 - 0.1} \quad (*)$

fórmula prob. condic. $\downarrow$ prop. prob.

$\rightarrow$ calculo antes $P(E) = P(E \cup C) + P(E \cap C) - P(C) \quad (**)$

$\rightarrow$ calculo antes $P(E \cup C)$; como sé q. $P(\bar{C} \cap \bar{E}) = 0.72 =$

$\Rightarrow P(\overline{C \cup E}) = 1 - P(C \cup E) \Rightarrow$ despejando:

$\uparrow$ Morgan
en $(**)$ $P(E \cup C) = 1 - 0.72 = 0.28 \rightarrow$ sustituyo
do en $(*)$ $P(E) = 0.28 + 0.004 - 0.1 = 0.184 \rightarrow$ sustituyo

$$P(E|\bar{C}) = \frac{0.184 - 0.004}{0.9} = \underline{\underline{0.2}}$$

3.3

Sabemos $P(E|C) = 0.4$ y q. $P(E) = 0.22$

(p.13)

$\Rightarrow P(E|C) \neq P(E)$ por tanto NO son independientes

$\Rightarrow$ son DEPENDIENTES

Haber cambiado 2 o más contenedores de cartón nos da información sobre la probabilidad de tenerlo q. hacer con los de los envases, ya q. , salvo por alguna peculiaridad o defecto en la fabricación, los motivos que llevan a reparación/sustitución de un contenedor, mal tiempo, desgaste de uso, vandalismo etc. son los mismos para los diferentes tipos de contenedores q. se ubican en la misma zona.

→ calculo antes $P(\oplus)$

como E y S son una partición disjunta puedo aplicar el theorema de probabilidad TOTAL

$$P(\oplus) = P(\oplus|E) \cdot P(E) + P(\oplus|S) \cdot P(S) =$$

$$= \frac{98}{100} \cdot \frac{1}{10000} + \frac{1}{100} \cdot \frac{9999}{10000} = \frac{10097 \cdot 10^{-6}}{2}$$

→ ahora calculo $P(E \cap \oplus) = P(\oplus \cap E) = P(\oplus|E) \cdot P(E) =$

$$= \frac{98}{100} \cdot \frac{1}{10000} = 98 \cdot 10^{-6}$$

prop. prob. condic.

⇒ Sustituyo los datos en $(*)$ y obtengo:

$$P_1 = P(E|\oplus) = \frac{98 \cdot 10^{-6}}{10097 \cdot 10^{-6}} \approx \left[9'70585 \cdot 10^{-3} \right] \approx 0'01$$

demasiado baja

es decir q. si das positivo es poco prob. q. estés enfermo

fórm. prob. condic.

no servirá para detectar la enfermedad si la padeces

Cálculo de $P_2 = P(E|\ominus)$

$$= \frac{P(E \cap \ominus)}{P(\ominus)} = \frac{P(E|\ominus) \cdot P(\ominus)}{P(\ominus)} = **$$

→ calculo antes $P(\ominus) = 1 - P(\oplus) = 0'989903 \approx$

$\approx 0'9899 //$

→ calculo ahora $P(E \cap \ominus) = P(\ominus \cap E) = P(E|\ominus) \cdot P(\ominus) =$

$$= \frac{2}{100} \cdot \frac{1}{10000} = 2 \cdot 10^{-6} //$$

fórm. prob. condic.

Sustituyendo estos datos en $(**) \Rightarrow$

$$P_2 = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0'9899} \approx \left[2'0204 \cdot 10^{-6} \right] \approx 0'000002$$

Fijarse q. $P_2 \approx 0'000002$ casi NULA

⇒ la probabilidad de que habiendo dado $\ominus$ el

se padezca la enfermedad es MUY BAJA

lo que es buena si valdria para descartar lo $\ominus$

4.2 Calculo de P_3 , (esta es realmente la parte liosa)

pág. (16)

$P_3 = P(\text{"219 ríos o más, de entre los 2000 de la muestra, tengan una longitud en metros que empiece por el dígito 9"})$

Si llamo X v.a. discreta = "nº de ríos de entre los 2000 de la muestra, cuya longitud en metros empiece a por el dígito 9"

$\mathcal{E} \rightarrow$ experimento es elegir un río al azar de entre los 2000, ver su longitud en metros y comprobar si comienza por 9

en realidad $P_3 = P(X \geq 219)$

$n = 2000$ tamaño de la muestra

$p = p(\text{éxito})$

"éxito" = el río elegido al azar tiene una longitud en metros que empieza por 9

$q = P(\text{fracaso}) = 1 - p$

como la muestra es lo bastante grande (2000) puedo considerar que las elecciones son con reemplazo y por tanto p se mantiene constante

obviamente $X \in B_i(2000, p)$

calculamos P $\uparrow$ $= \log\left(1 + \frac{1}{9}\right) \approx \underline{\underline{0'0458}}$

según
la ley BENFORD
(del enunciado,
no hay q. saber)

por tanto $q = 1 - p = 0'9542$

$$\Rightarrow X \in B_i(2000; 0.0458)$$

(p.17)

debido al tamaño de la muestra, para calcular

$$P_3 = P(X \geq 219) \text{ aproximaremos } X \sim Z \in N(\mu, \sigma)$$

$$\text{donde } \mu = n \cdot p = 2000 \cdot 0.0458 = 91.6 > 5$$

$$\sigma = \sqrt{2000 \cdot 0.0458 \cdot 0.9542} \approx 9.4 \quad (\text{para } \sigma \text{ con 1 cifra decimal llega})$$

1º debo comprobar que la aproximación se

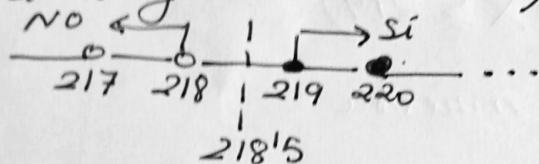
$$\text{puede hacer : } n \cdot p = 91.6 > 5 \text{ sí}$$

$$n \cdot q = 2000 \cdot 0.9542 \approx 1908.4 > 5 \text{ sí}$$

$\Rightarrow$ podemos hacer la aproximación de VA discreta $\approx$ normal binomial

pero debemos hacer la corrección de YATES o medio punto para reducir el error q. se produce en la aproximación

(el dibujo NO es necesario)

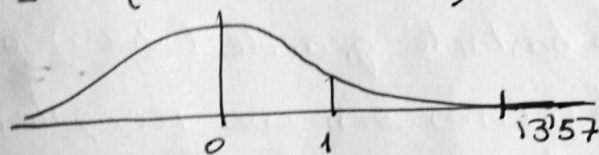


$$P(X \geq 219) \approx P(Z > 218.5)$$

$$\text{para su cálculo tipificamos } Z' = \frac{Z - \mu}{\sigma} \in N(0; 1)$$

$$P(X \geq 219) \approx P(Z > 218.5) \approx P\left(Z' > \frac{218.5 - 91.6}{9.4}\right) =$$

$$\approx P(Z' > 13.57) = 1 - P(Z' < 13.57) = 1 - 1 = 0$$



$\rightarrow$ es evidente que el peso de esta "cola" es NULO

$$\text{así q. } P(X \geq 219) \approx 0 ; \text{ obviamente } P(X = 219) = 0$$

es prácticamente IMPOSIBLE q. el equipo de la seguridad informática calculase bien el n° 219

4.3 Conclusiones:

$$P_1 = P(E|\oplus) \approx 0.01$$

es muy BAJA la probabilidad q. alguien q.

dió $\oplus$ esté enfermo $\Rightarrow$ no vale para si' de-
tectar los casos positivos (habría muchos falsos $\oplus$)

sin embargo $P_2 = P(E|\ominus) \approx 0.000002$ es

muy baja $\rightarrow$ el test si' podría utilizarse

para descartar a los negativos, es decir, para
comprobar que no se tiene la enfermedad

En cuanto a P_3 desconozco el algoritmo de seguri-
dad utilizado para preservar la fórmula del test
ni las consecuencias q. eso tendría, lo q. si'
se puede decir es q. la clave de encriptación 219
se obtuvo muy probablemente de un cálculo erróneo.
¿en q. puede eso afectar al nivel de seguridad
comercial de la empresa farmacéutica? Ni idea.
pero nadie debiera basar la seguridad en
cálculos erróneos.

Ejemplo 2

pdg. (19)

1ª Fase del concurso

llamo $G_1 =$ "gana el que empieza o juega de 1º"

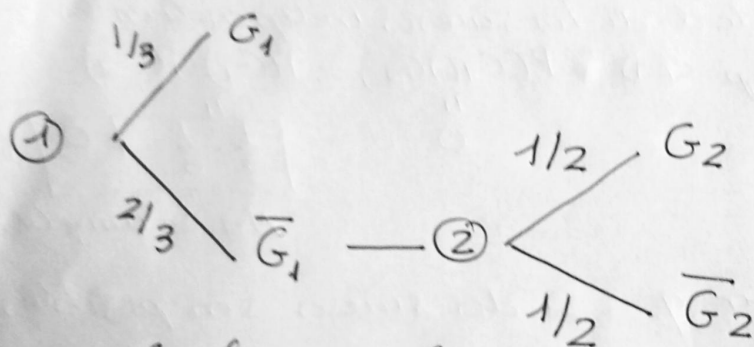
$G_2 =$ "gana el que juega de 2º"

obviamente el 1º jugador debe poder para q. el 2º pueda participar y para cuando lo hace, una puerita está descartada y él tiene q. elegir entre 2 mientras q. el 1º lo hizo entre 3. obviamente $G_1 \cap G_2 = \emptyset$

llamo ① → jugador 1º

② → jugador 2º

como G_1 y $\bar{G}_1$ es una partición (puedo hacer diagrama árbol con eso)



por la forma del

concurso $\boxed{P(G_1) = \frac{1}{3}}$ y $P(\bar{G}_1) = \frac{2}{3}$ (prob. a priori para ①)

y $P(G_2 | \bar{G}_1) = \frac{1}{2}$

$P(\bar{G}_2 | \bar{G}_1) = \frac{1}{2}$

(prob. a posteriori para el 2º jugador)

puedo utilizar el th. de prob. TOTAL con la partición $G_1, \bar{G}_1$ y así calcular $P(G_2)$

$$P(G_2) = \underbrace{P(G_2 | G_1)}_{\text{0 por las normas del concurso}} P(G_1) + P(G_2 | \bar{G}_1) \cdot P(\bar{G}_1) =$$

$$= 0 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

y por tanto $P(G_1) = P(G_2) = \frac{1}{3}$

así q. es indiferente quién empiece de 1º ya que los dos tienen $\frac{1}{3}$ de prob. de ganar.

[2.2] * ¿son G_1 y G_2 INCOMPATIBLES? Si //
obvio, por la forma del concurso ② sólo puede participar si ① pierde

$$G_1 \cap G_2 = \emptyset$$

* ¿son G_1 y G_2 INDEPENDIENTES? NO //

por una propiedad de los sucesos independientes

$$G_1 \text{ y } G_2 \text{ indep} \Leftrightarrow P(G_1 \cap G_2) = P(G_1) \cdot P(G_2)$$

0

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \neq 0 \Rightarrow$$

No se cumple

podemos concluir q. Si dos sucesos son posibles

$P(A) \neq 0$ y $P(B) \neq 0$ y son INCOMPATIBLES, es decir

$$P(A \cap B) = 0 \Rightarrow \text{NO pueden ser independientes}$$

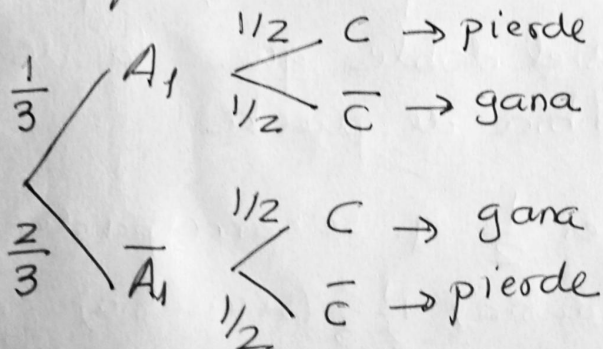
ya que en ese caso $0 = P(A \cap B) \neq P(A)P(B) \neq 0$

2ª Fase del concurso (esto sí que es para romperse la cabeza) pág. 61

ahora sólo hay 1 jugador y en principio tiene q. elegir entre 3 puertas, una vez q. elige el presentador le enseña una de las puertas que NO eligió y que NO tiene el premio, es decir le DESCARTA una puerta de las que seguro NO son la ganadora. Ahora tiene q. elegir entre 2 puertas, la 1ª en la q. pensó y la que queda (después de q. el presentador descarta una de las q. seguro no tenía el premio)

Si llamo A_1 = "acierta en la 1ª elección"
 $\overline{A_1}$ = "NO acierta en la 1ª elección"
 C = "cambia de puerta"
 $\overline{C}$ = "no cambia de puerta"

obviamente A_1 y $\overline{A_1}$ es una partición disjunta (hacemos un diagrama de árbol) y puedo calcular fácilmente las probabilidades a priori y las prob. condicionadas, o a posteriori



Puedo aplicar el th. de la prob. TOTAL con A_1 y $\overline{A_1}$ por su partición $\Rightarrow$

en la 2ª fase :

pag (22)

$$P(\text{Ganar}) = P(\text{Ganar} | A_1) P(A_1) + P(\text{Ganar} | \bar{A}_1) P(\bar{A}_1) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6}$$

mirar diagrama

$$P(\text{Ganar} | C) \stackrel{\text{fórm. prob. condic}}{=} \frac{P(\text{Ganar} \cap C)}{P(C)} = \frac{P(\bar{A}_1 \cap C)}{P(C)}$$

$$\stackrel{\text{prob condic}}{=} \frac{P(C | \bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_1)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$P(\text{Ganar} | \bar{C}) \stackrel{\text{fórmula prob. condic}}{=} \frac{P(\text{Ganar} \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} \stackrel{\text{mirando esquema}}{=} \frac{P(A_1 \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} =$$

$$\stackrel{\text{prob. condic.}}{=} \frac{P(\bar{C} | A_1) \cdot P(A_1)}{P(\bar{C})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

es evidente que $P(\text{Ganar} | C) = 2 P(\text{Ganar} | \bar{C})$

es decir Si cambias de puerta, la probabilidad de ganar es el doble que la de ganar si no cambias de puerta

piénsalo así:

$$\left(\begin{array}{l} \text{la prob. de ganar es } \frac{1}{2} \text{ q. se corresponde} \\ \text{con } \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \text{ (si no cambia)}}_{\frac{1}{6} \text{ la 3ª parte si no cambia}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \text{ (si cambia)}}_{\frac{2}{6} \text{ las 2ª partes si cambia}} = \frac{1}{2} \end{array} \right)$$