

⑥

$$a) \begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y-z=3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x=1-y-z$$

$$x+2y-z=3$$

$$1-y-z+2y-z=3$$

$$y=3-1+2z=2+2z$$

$$\Rightarrow x=1-(2+2z)-z=-1-3z$$

$$\Rightarrow \text{sol} \begin{cases} x=-1-3\alpha \\ y=2+2\alpha \\ z=\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

b) Substituímos os valores de $x=5, y=-2, z=-2$ no sistema e así obtemos unha relación entre os 2 parámetros.

$$5-2-2=1 \quad \checkmark$$

$$5+2(-2)-(-2)=3 \quad \checkmark$$

$$5a-4a-2b=b \Rightarrow \underline{a=3b}$$

Se $a=3b \Rightarrow x=5, y=-2, z=-2$ é sol do sistema.
O sistema quedaría

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y-z=3 \\ 3bx+6by+bz=b \end{cases} \longrightarrow$$

$$\rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3b & 6b & b \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3b & 6b & b & b \end{pmatrix}$$

$$|A| = 2b + 6b - 3b - 6b + 6b - b = 4b$$

$$|A| = 0 \Leftrightarrow 4b = 0 \Leftrightarrow \underline{b = 0}$$

• Pelo th, se $b \neq 0 \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rg } A = 3 = \text{rg } A^* = \text{º de l. indep.}$
 $\Rightarrow$ 1) SC $\Rightarrow$ sol. única

• Se $b = 0 \Rightarrow \text{rg } A < 3$, a solução do sistema, se a hai, não vai ser única.

Resumindo, para que $x=5, y=-2, z=-2$ seja solução deve ser $a=3b$, e para que esta solução seja única, deve ser $b \neq 0$.

7

$$(A-2I)^2 = 3I \Rightarrow (A-2I) \cdot (A-2I) = 3I$$

$$A^2 - 2A - 2A + 4I = 3I$$

$$\cdot \quad A^2 - 4A + I = 0 \Rightarrow A^2 - 4A = -I$$

$$\Rightarrow A(A-4I) = -I \Rightarrow \underline{A^{-1} = -A + 4I}$$

$$* \quad A^2 - 4A = -I \Rightarrow A(A-4I) = -I$$

$$\Rightarrow A(4I-A) = I \Rightarrow \underline{\underline{A^{-1} = 4I - A}}$$

4

a

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$AX = 2X \Rightarrow (A-2I)X = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[A-2I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \right]$$

$$\begin{cases} -x + y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{SCJ}$$

Geometric Reduction

$$\Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$\begin{aligned} -x + z &= 0 \Rightarrow x = z \\ x - z &= 0 \end{aligned}$$

Lsl: ~~X~~ = $\begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix}$, Let

⑥

$$M(B+I) = 2I$$

$$\Rightarrow M(B+I)(B+I)^{-1} = 2I \cdot (B+I)^{-1}$$

$$M = 2(B+I)^{-1}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}, B+I = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$|B+I| = -20 + 18 = -2 \neq 0 \Rightarrow \exists (B+I)^{-1} \text{ Calculons:}$$

$$(Adx(B+I)) = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow Adx(B+I)^t = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(B+I)^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ +3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & +3 \\ -3/2 & -5/2 \end{pmatrix}$$

$$M = 2(B+I)^{-1}$$

$$\Rightarrow M = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$
