

Refuerzo Álgebra I

1.

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3.

a) **[1 punto]** Halla los valores de m para que la matriz $A - mI$ no tenga inversa.

b) **[1,5 puntos]** Halla x , distinto de cero, para que $A - xI$ sea la inversa de la matriz $\frac{1}{x}(A - I)$.

2.

Sean las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = A \cdot B^T - 2I,$$

donde B^T es la matriz traspuesta de B , e I es la matriz identidad de orden 3.

a) (1 punto) Estudia si la matriz D tiene inversa y, en caso afirmativo, calcúlala.

b) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $CX = A^T \cdot B$, donde A^T es la matriz traspuesta de A .

3.

Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ a & b & c \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$, calcula razonadamente el determinante de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4a + 2 & 4b + 4 & 4c + 6 \\ 3a & 3b & 3c \\ a + 4 & b & c + 5 \end{pmatrix}^2.$$

4.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}.$$

(a) **(1.25 puntos)** Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tales que $A \cdot X = 2X$.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula todas las matrices M que cumplen $M(B + I) = 2I$. (I es la matriz identidad 2×2)

5. Calcular el valor de los parámetros para que el sistema tenga infinitas soluciones

$$\begin{cases} x + 2y + z = \mu \\ \lambda x + y = 1 \\ y + \lambda z = -1 \end{cases}$$

6.

- a) Dado el sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}$ obtener todas las soluciones
- b) Determinar todos los parámetros para que $x=5$, $y=-2$, $z=-2$ sea solución del sistema:
- $$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 3 \\ ax + 2ay + bz = b \end{cases} \quad \text{¿para cuáles de esos valores la solución es única?}$$

7. Sabiendo que la matriz cuadrada A es regular y que se cumple que $(A - 2I)^2 = 3I$ encontrar la matriz inversa de A en función de las matrices A e I

8. Sean A y B dos matrices cuadradas del mismo orden que satisfacen $AB=A$ y $BA=B$, demostrar que son IDEMPOTENTES (significa que la matriz es igual a su cuadrado)

9.

Calcula los valores de t para los que el rango de la matriz $A \cdot B$ es máximo, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & t-1 \\ 1 & t & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} t+1 & 1 & t \\ 0 & t & -2t+1 \\ t+1 & t+1 & -t-1 \end{pmatrix}$$

10.

Calcula el valor de a para que la siguiente matriz no sea regular

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & a+3 \\ -3 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

11.

Números y Álgebra:

- a) Calcule A si $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
- b) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ es invertible, obtenga los valores de x , y y z sabiendo que $\det(A - 3I) = 0$, que $y \neq 0$ y que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Entiéndase que I es la matriz identidad.