

13

$$f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$$

Parábola $\cap$
V(0,4) côncava

$$g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$$

Parábola $\cup$
V(0,-2) convexa

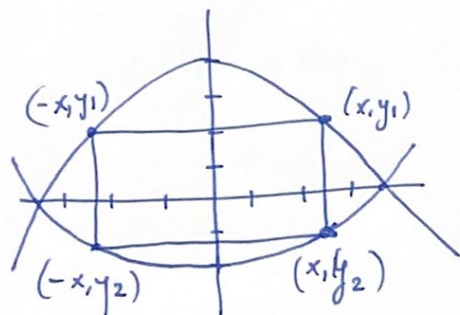
Para onde se cortam $f(x) = g(x)$

$$4 - \frac{x^2}{3} = \frac{x^2}{6} - 2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{x^2}{3} - 6 = 0$$

$$\frac{3x^2}{6} - 6 = 0; x^2 = 12 \rightarrow x = \pm\sqrt{12}$$

Ptos $(\sqrt{12}, 0)$ $(-\sqrt{12}, 0)$

Coincide as corte aos eixos



$$y_1 = 4 - \frac{x^2}{3}$$

$$y_2 < 0$$

$$y_2 = \frac{x^2}{6} - 2$$

{ O nosso rectângulo tem
de base $2x$
e de altura
 $y_1 - y_2$ (p'q' $y_2 < 0$)

Área do Rectângulo: $2x \cdot y$
ou $y = y_1 - y_2$

$$\text{Então } A(x) = 2x \cdot \left(4 - \frac{x^2}{3} - \left(\frac{x^2}{6} - 2 \right) \right) = 2x \cdot \left(6 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{6} \right)$$

$$A(x) = 2x \cdot \left(6 - \frac{3x^2}{6} \right) = 2x \cdot \left(6 - \frac{x^2}{2} \right) = 12x - x^3$$

$$\text{Derivadas: } A'(x) = 2 \cdot \left(6 - \frac{x^2}{2} \right) + 2x \cdot \left(-\frac{x}{1} \right) = 12 - x^2 - 2x^2 = 12 - 3x^2$$

$$A'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4; x = 2$$

$x > 0$

Bemo $A''(x) = -6x$

$A''(2) = -12 < 0 \Rightarrow$ em $x=2$ temos um
máximo.

As dimensões do retângulo serão

$$\begin{aligned} \underline{x=2} \rightarrow \underline{y} &= y_1 - y_2 = \left(4 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{4}{6} - 2\right) = \\ &= 6 - 2 = \underline{4\text{ u}} \end{aligned}$$

Logo, é um quadrado de lado $\underline{4\text{ u}}$.

e a área máxima é

$$A = 2 \times y = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32\text{ u}^2.$$