CONCEPTO DE LOGARITMO

Sea **a** un número **real positivo**, **no nulo y distinto de 1,** y **P otro número positivo no nulo**. Se llama **logaritmo en base a del número P**, al **exponente x** a que debe elevarse la base a para obtener el número P.

Se representa por $\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$

Ejemplos

Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 16 = x$

Busco el exponente x tal que $2^x = 16$

Como $16 = 2^4$ *tenemos que* $2^x = 2^4$

Por lo tanto x =4, es decir, $\log_2 16 = 4$

b) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = x$

Busco el exponente x tal que $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$

Como $9 = 3^2$ *tenemos que* $3^{-x} = 3^2$

Por lo tanto, x = -2 ,es decir , $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$

Logaritmos decimales

Base 10: Los logaritmos de base a = 10, se llaman Logaritmos decimales, en lugar de designarse mediante $\log_{10} P$, se designan simplemente de la siguiente forma: $log\, P$.

Es decir $\log_{10} P = \log P$

Logaritmos neperianos

Se llaman así a los logaritmos cuya base es el número e, y se designan mediante la abreviatura ln x. Es decir, el logaritmo neperiano de un número x es:

$$\log_e P = \ln P$$

Su nombre proviene de John Napier, un matemático escocés, reconocido por ser el primero en definir los logaritmos.

Logaritmos decimales y neperianos en la calculadora

Los logaritmos decimales se pueden obtener directamente con la calculadora usando la **tecla log** . Por ejemplo, si deseamos calcular el valor de log 245, procederíamos escribiendo en la calculadora las teclas log + 245. El resultado es 2'389166084

Es decir, log 245 = 2'389166084

Para calcular logaritmos neperianos se usa la **tecla ln** de la calculadora.

Por ejemplo, si deseamos obtener el valor de ln 245, teclearíamos ln + 245. El resultado es 5'501258211. Es decir, ln 245 = 5'501258211

Propiedades de los logaritmos.

Las siguientes propiedades de los logaritmos son fundamentales para poder operar con los mismos. Las propiedades de los logaritmos derivan de las propiedades de las potencias.

1.- El logaritmo de la base es 1 $\log_a a = 1$

2.- El logaritmo de 1 es 0 $\log_a 1 = 0$

3.- El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base:

$$\log_a p^n = n \cdot \log_a p$$

4.- El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos:

$$\log_a (p \cdot q) = \log_a p + \log_a q$$

5.- El logaritmo de un cociente es igual a la resta de los logaritmos:

$$\log_a \frac{p}{q} = \log_a p - \log_a q$$

6.- El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice:

$$\log_a \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n} \cdot \log_a p$$

7.- **Cambio de base**: El logaritmo en **base a** de un número se puede obtener a partir de logaritmos en otra base conocida.

$$\log_a p = \frac{\log_b p}{\log_b b}$$

En la práctica, esta propiedad se utiliza para calcular el logaritmo en **base a** de cualquier número a partir de **logaritmos decimales (o logaritmos neperianos)**, que podemos calcular fácilmente con la calculadora.

$$\log_a p = \frac{\log p}{\log a}$$

Por ejemplo:

$$log_3 40 = \frac{log\ 40}{log\ 3} = \frac{1{,}6021}{0{,}4771} = 3580'3$$

8.- El logaritmo de base mayor que 1 es creciente

$$Si\ a > 1\ y\ \ b < c\ \ ,\ \log_a b < \log_a c$$

El logaritmo de base un número comprendido entre 0 y 1 es decreciente

$$Si\ 0 < a < 1\ \ y\ \ b < c,\ \ \log_a b > \log_a c$$