

- 1 Calcula las derivadas (usando la definición) de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = 3x - 4$ en $x = 1$

c) $j(x) = 5 - x$ en $x = -1$

b) $q(x) = x^2 - x + 1$ en $x = 0$

d) $i(x) = 1 - 2x^2$ en $x = 2$

Solución.

- 2 Calcula las derivadas (usando la definición) de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = \frac{3}{x}$ en $x = -1$

c) $j(x) = \frac{x}{x+1}$ en $x = 3$

b) $q(x) = \frac{2}{x-1}$ en $x = 0$

d) $i(x) = \frac{2x-3}{4}$ en $x = 2$

Solución.

- 3 Calcula las derivadas (usando la definición) de las siguientes funciones en un punto cualquiera:

a) $f(x) = 3x - 5$

c) $j(x) = x^2 - 4$

b) $q(x) = \frac{4-3x}{2}$

d) $i(x) = -2x^2 + x$

Calcula, usando los resultados obtenidos, $f'(2)$, $q'(-1)$, $j'(0)$, $i'(3)$.

Solución.

4 Calcula las derivadas de las siguientes funciones usando reglas de derivación:

a) $y = 5x^4 - 2x^2 + 4x - 3$

q) $y = 2^x \cdot \tan x$

m) $y = 3 + \frac{x-1}{x^2+1}$

b) $y = \frac{3x^5 - 2x^3 + x + 9}{2}$

h) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}$

n) $y = \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$

c) $y = \frac{3}{x^2}$

i) $y = \frac{5 \cos x}{3^x}$

ñ) $y = \frac{2^x - 5^x}{-3}$

d) $y = \frac{-4}{3x}$

j) $y = \tan\left(\frac{x^2 + 2x}{3}\right)$

o) $y = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x} + \sqrt{x}\right)$

e) $y = \frac{5}{x^2} + 3x^3 - 5$

k) $y = -5 \operatorname{sen}(\sqrt[3]{x^2}) + \cos(e^x)$

p) $y = \frac{3x - x^2}{e^x}$

f) $y = -5\sqrt[4]{x^3} + \log_3 x$

l) $y = -\frac{2}{\cos x} + \frac{1}{\operatorname{sen} x}$

q) $y = \frac{\ln x}{4} \cdot \frac{\operatorname{sen} x}{5}$

Solución.

- 1 Calcula las derivadas (usando la definición) de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = 3x - 4$ en $x = 1$

c) $j(x) = 5 - x$ en $x = -1$

b) $q(x) = x^2 - x + 1$ en $x = 0$

d) $i(x) = 1 - 2x^2$ en $x = 2$

Solución.

a) $f(x) = 3x - 4$ en $x = 1$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3$$

$$f(1+h) = 3(1+h) - 4 = 3 + 3h - 4 = 3h - 1$$

$$f(1) = 3 - 4 = -1$$

$$f(1+h) - f(1) = 3h - 1 - (-1) = 3h - 1 + 1 = 3h$$

b) $q(x) = x^2 - x + 1$ en $x = 0$

$$q'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(0+h) - q(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 - h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h-1) = -1$$

$$q(0+h) = q(h) = h^2 - h + 1$$

$$q(0) = 0^2 - 0 + 1 = 1$$

$$q(0+h) - q(0) = h^2 - h + 1 - 1 = h^2 - h$$

c) $j(x) = 5 - x$ en $x = -1$

$$j'(-1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{j(-1+h) - j(-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h} = -1$$

$$j(-1+h) = 5 - (-1+h) = 5 + 1 - h = 6 - h$$

$$j(-1) = 5 - (-1) = 6$$

$$j(-1+h) - j(-1) = 6 - h - 6 = -h$$

d) $i(x) = 1 - 2x^2$ en $x = 2$

$$i'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i(2+h) - i(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h^2 - 8h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(-2h - 8)}{\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} (-2h - 8) = -8$$

$$\begin{aligned} i(2+h) &= 1 - 2(2+h)^2 = 1 - 2(4 + 4h + h^2) = 1 - 8 - 8h - 2h^2 = \\ &= -2h^2 - 8h - 7 \\ i(2) &= 1 - 2 \cdot 4 = 1 - 8 = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i(2+h) - i(2) &= -2h^2 - 8h - 7 - (-7) = \\ &= -2h^2 - 8h \end{aligned}$$

[Volver a los enunciados](#)

- 2 Calcula las derivadas (usando la definición) de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = \frac{3}{x}$ en $x = -1$

c) $j(x) = \frac{x}{x+1}$ en $x = 3$

b) $q(x) = \frac{2}{x-1}$ en $x = 0$

d) $i(x) = \frac{2x-3}{4}$ en $x = 2$

Solución.

a) $f(x) = \frac{3}{x}$ en $x = -1$

$$f'(-1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{-1+h} - \frac{3}{-1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{-1+h} - \frac{3}{-1}}{\frac{h}{1}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3}{-1+h} = -3$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-1+h) = \frac{3}{-1+h} \\ f(-1) = -3 \end{array} \right\} \quad f(-1+h) - f(-1) = \frac{3}{-1+h} - (-3) = \frac{3}{-1+h} + \frac{-3+3h}{-1+h} = \frac{3h}{-1+h}$$

b) $q(x) = \frac{2}{x-1}$ en $x = 0$

$$q'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(0+h) - q(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{h-1} - \frac{2}{-1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{h-1} - \frac{2}{-1}}{\frac{h}{1}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{h-1} = -2$$

$$\left. \begin{array}{l} q(0+h) = q(h) = \frac{2}{h-1} \\ q(0) = -2 \end{array} \right\} \quad q(0+h) - q(0) = \frac{2}{h-1} - (-2) = \frac{2}{h-1} + \frac{2h-2}{h-1} = \frac{2h}{h-1}$$

c) $j(x) = \frac{x}{x+1}$ en $x = 3$

$$j'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{j(3+h) - j(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{h}{4(4+h)}}{\frac{h}{1}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}}{4(4+h)\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{4(4+h)} = \frac{1}{16}$$

$$\left. \begin{aligned} j(3+h) &= \frac{3+h}{3+h+1} = \frac{3+h}{4+h} \\ j(3) &= \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \quad j(3+h) - j(3) = \frac{3+h}{4+h} - \frac{3}{4} = \frac{12+4h}{4(4+h)} - \frac{12+3h}{4(4+h)} = \frac{h}{4(4+h)}$$

d) $i(x) = \frac{2x-3}{4}$ en $x = 2$

$$i'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i(2+h) - i(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{h}{2}}{\frac{h}{1}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}}{2\cancel{h}} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} i(2+h) &= \frac{2(2+h)-3}{4} = \frac{4+2h-3}{4} = \frac{2h+1}{4} \\ i(2) &= \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \quad i(2+h) - i(2) = \frac{2h+1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2h}{4} = \frac{h}{2}$$

Volver a los
enunciados

3 Calcula las derivadas (usando la definición) de las siguientes funciones en un punto cualquiera:

a) $f(x) = 3x - 5$

c) $j(x) = x^2 - 4$

b) $q(x) = \frac{4-3x}{2}$

d) $i(x) = -2x^2 + x$

Calcula, usando los resultados obtenidos, $f'(2)$ $q'(-1)$, $j'(0)$ $i'(3)$.

Solución.

a) $f(x) = 3x - 5$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3$$

$$f(x+h) = 3(x+h) - 5 = 3x + 3h - 5$$

$$f(x) = 3x - 5$$

$$f(x+h) - f(x) = 3x + 3h - 5 - (3x - 5) = 3h$$

NOTA:

El hecho de que $f'(x)=3$ significa que la derivada es 3 para cualquier valor de x .

b) $q(x) = \frac{4-3x}{2}$

$$q'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(x+h) - q(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-3h}{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3h}{2h} = \frac{-3}{2}$$

$$q(x+h) = \frac{4-3(x+h)}{2} = \frac{4-3x-3h}{2}$$

$$q(x) = \frac{4-3x}{2}$$

$$q(x+h) - q(x) = \frac{4-3x-3h}{2} - \frac{4-3x}{2} = \frac{-3h}{2}$$

NOTA:

El hecho de que $q'(x)=-3/2$ significa que la derivada es $-3/2$ para cualquier valor de x .

c) $j(x) = x^2 - 4$

$$j'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{j(x+h) - j(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(2x + h)}{\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x$$

$$\left. \begin{array}{l} j(x+h) = (x+h)^2 - 4 = x^2 + 2xh + h^2 - 4 \\ j(x) = x^2 - 4 \end{array} \right\} \quad j(x+h) - j(x) = x^2 + 2xh + h^2 - 4 - (x^2 - 4) = 2xh + h^2$$

d) $i(x) = -2x^2 + x$

$$i'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i(x+h) - i(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4xh - 2h^2 + h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(-4x - 2h + 1)}{\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} (-4x - 2h + 1) = -4x + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} i(x+h) = -2(x+h)^2 + (x+h) = -2(x^2 + 2xh + h^2) + x + h = \\ \quad = -2x^2 - 4xh - 2h^2 + x + h \\ i(x) = -2x^2 + x \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} i(x+h) - i(x) = \\ = -2x^2 - 4xh - 2h^2 + x + h - (-2x^2 + x) = \\ = -4xh - 2h^2 + h \end{array}$$

Por lo tanto:

$$f'(x) = 2 \rightarrow f'(2) = 3$$

$$g'(x) = \frac{-3}{2} \rightarrow g'(-1) = \frac{-3}{2}$$

$$j'(x) = 2x \rightarrow j'(0) = 0$$

$$i'(x) = -4x + 1 \rightarrow i'(3) = -11$$

Volver a los
enunciados

4 Calcula las derivadas de las siguientes funciones usando reglas de derivación:

a) $y = 5x^4 - 2x^2 + 4x - 3$

q) $y = 2^x \cdot \tan x$

m) $y = 3 + \frac{x-1}{x^2+1}$

b) $y = \frac{3x^5 - 2x^3 + x + 9}{2}$

h) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}$

n) $y = \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$

c) $y = \frac{3}{x^2}$

i) $y = \frac{5 \cos x}{3^x}$

ñ) $y = \frac{2^x - 5^x}{-3}$

d) $y = \frac{-4}{3x}$

j) $y = \tan\left(\frac{x^2 + 2x}{3}\right)$

o) $y = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x} + \sqrt{x}\right)$

e) $y = \frac{5}{x^2} + 3x^3 - 5$

k) $y = -5 \operatorname{sen}(\sqrt[3]{x^2}) + \cos(e^x)$

p) $y = \frac{3x - x^2}{e^x}$

f) $y = -5\sqrt[4]{x^3} + \log_3 x$

l) $y = -\frac{2}{\cos x} + \frac{1}{\operatorname{sen} x}$

q) $y = \frac{\ln x}{4} \cdot \frac{\operatorname{sen} x}{5}$

Solución.

a) $y = 5x^4 - 2x^2 + 4x - 3 \rightarrow y' = 20x^3 - 4x + 4$

b) $y = \frac{3x^5 - 2x^3 + x + 9}{2} \rightarrow y' = \frac{15x^4 - 6x^2 + 1}{2}$

c) $y = \frac{3}{x^2} = 3x^{-2} \rightarrow y' = -6x^{-3} = \frac{-6}{x^3}$

d) $y = \frac{-4}{3x} = \frac{-4}{3}x^{-1} \rightarrow y' = \frac{4}{3}x^{-2} = \frac{4}{3x^2}$

e) $y = \frac{5}{x^2} + 3x^3 - 5 = 5x^{-2} + 3x^3 - 5 \rightarrow y' = -10x^{-3} + 9x^2 = \frac{-10}{x^3} + 9x^2$

f) $y = -5\sqrt[4]{x^3} + \log_3 x = -5x^{\frac{3}{4}} + \log_3 x \rightarrow y' = \frac{-15}{4}x^{-\frac{1}{4}} + \frac{1}{x \cdot \ln 3} = \frac{-15}{4\sqrt[4]{x}} + \frac{1}{x \cdot \ln 3}$

g) $y = 2^x \cdot \tan x \rightarrow y' = 2^x \cdot \ln 2 \cdot \tan x + \frac{1}{\cos^2 x} \cdot 2^x = 2^x \cdot \left(\ln 2 \cdot \tan x + \frac{1}{\cos^2 x} \right)$

h) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{3}} - 2 \cdot x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow y' = \frac{-1}{3}x^{-\frac{4}{3}} - 2 \cdot \frac{-1}{2} \cdot x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}} + \frac{1}{\sqrt{x^3}}$

$$i) y = \frac{5 \cos x}{3^x} \rightarrow y' = \frac{-5 \sin x \cdot 3^x - 3^x \cdot \ln 3 \cdot 5 \cos x}{(3^x)^2} = \frac{5 \cdot \cancel{3^x} \cdot (-\sin x - \ln 3 \cdot \cos x)}{(3^x)^{\cancel{2}}} = \frac{5 \cdot (-\sin x - \ln 3 \cdot \cos x)}{3^x}$$

$$j) y = \tan\left(\frac{x^2 + 2x}{3}\right) \rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{x^2 + 2x}{3}\right)} \cdot \frac{2x + 2}{3} = \frac{2x + 2}{3 \cos^2\left(\frac{x^2 + 2x}{3}\right)}$$

$$k) y = -5 \sin(\sqrt[3]{x^2}) + \cos(e^x) = -5 \sin\left(x^{\frac{2}{3}}\right) + \cos(e^x)$$

$$y' = -5 \cos\left(x^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} - \sin(e^x) \cdot e^x = -\frac{10}{3\sqrt[3]{x}} \cos\left(\sqrt[3]{x^2}\right) - \sin(e^x) \cdot e^x$$

$$l) y = -\frac{2}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} \rightarrow y' = -\frac{0 \cdot \cos x + \sin x \cdot 2}{\cos^2 x} + \frac{0 \cdot \sin x - \cos x \cdot 1}{\sin^2 x} = -\frac{2 \sin x}{\cos^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

$$m) y = 3 + \frac{x-1}{x^2+1} \rightarrow y' = 0 + \frac{1 \cdot (x^2+1) - 2x \cdot (x-1)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2+2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+2x+1}{(x^2+1)^2}$$

$$n) y = \frac{\sin x}{1 - \cos x} \rightarrow y' = \frac{\cos x \cdot (1 - \cos x) - \sin x \cdot \sin x}{(1 - \cos x)^2} = \frac{\cos x - \cos^2 x - \sin^2 x}{(1 - \cos x)^2}$$

$$\tilde{n}) y = \frac{2^x - 5^x}{-3} \rightarrow y' = \frac{2^x \cdot \ln 2 - 5^x \cdot \ln 5}{-3}$$

$$o) y = \sin\left(\frac{1}{x} + \sqrt{x}\right) \rightarrow y' = \cos\left(\frac{1}{x} + \sqrt{x}\right) \cdot \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

$$p) y = \frac{3x - x^2}{e^x} \rightarrow y' = \frac{(3 - 2x) \cdot e^x - e^x \cdot (3x - x^2)}{(e^x)^2} = \frac{\cancel{e^x} \cdot (3 - 2x - 3x + x^2)}{(e^x)^{\cancel{2}}} = \frac{x^2 - 5x + 3}{e^x}$$

$$q) y = \frac{\ln x}{4} \cdot \frac{\sin x}{5} = \frac{\ln x \cdot \sin x}{20} \rightarrow y' = \frac{\frac{1}{x} \cdot \sin x + \cos x \cdot \ln x}{20} = \frac{\sin x}{20x} + \frac{\cos x \cdot \ln x}{20}$$

Volver a los enunciados