1 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x^2 = 2y + 10 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 3 \\ (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$

Solución.

2 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \\ xy = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} xy = -12 \\ x - 2y + 14 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 - y^2 - 4x + 6y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x^2 + xy = 6 \\ x^2 + 2xy = 0 \end{cases}$

Solución.

3 Resuelve:

a) $\begin{cases} \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = 7 \\ \dfrac{5}{x^2} - \dfrac{2}{y^2} = -3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -9x + y = 45 \\ y = x^3 + 5x^2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log x^2 = y + 3 \\ \log x = y - 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3^x - 2y = 7 \\ 3^{x-1} - y = -1 \end{cases}$

Solución.

CC BY NC SA

4 Resuelve:

a) $\begin{cases} 3-\dfrac{2x-1}{x+1}=\dfrac{y+3}{y+1} \\ 3x+1=2x^2-y^2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x^2-xy=2(x+y) \\ y-x=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \ln x+\ln y=0 \\ 3\ln x+4\ln y=2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{y\cdot(2x+6)}=x+3 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} e^x+2e^y=8 \\ 2e^x-e^y=1 \end{cases}$

Solución.

1 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x^2 = 2y + 10 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 3 \\ (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$

Solución.

a) $\begin{cases} x^2 = 2y + 10 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$

Por sustitución, despejamos "y" en la segunda ecuación:

$$3x - y = 9 \quad \rightarrow \quad y = 3x - 9$$

y sustituimos en la primera:

$$x^2 = 2y + 10 \quad \rightarrow \quad x^2 = 2(3x-9) + 10 \quad \rightarrow \quad x^2 = 6x - 18 + 10 \quad \rightarrow \quad x^2 - 6x + 8 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 8 \cdot 1}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} \dfrac{6+2}{2} = 4 \\ \dfrac{6-2}{2} = 2 \end{cases}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita:

$$x = 4 \quad \rightarrow \quad y = 3x - 9 = 3 \cdot 4 - 9 = 12 - 9 = 3 \quad \rightarrow \quad x_1 = 4 \;\; y_1 = 3$$

$$x = 2 \quad \rightarrow \quad y = 3x - 9 = 3 \cdot 2 - 9 = 6 - 9 = -3 \rightarrow \quad x_2 = 2 \;\; y_2 = -3$$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 3 \end{cases}$

Por sustitución, despejamos "x^2" en la segunda ecuación:

$$y = x^2 + 3 \quad \rightarrow \quad x^2 = y - 3$$

cc BY NC SA

y sustituimos en la primera:

$$x^2+y^2=9 \rightarrow y-3+y^2=9 \rightarrow y^2+y-12=0 \rightarrow y=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot(-12)}}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow y=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-1\pm 7}{2}=\begin{cases}\frac{-1+7}{2}=3\\ \frac{-1-7}{2}=-4\end{cases}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita:

$$y=3 \rightarrow x^2=y-3=3-3=0 \rightarrow x=0 \rightarrow x_1=0\ y_1=3$$

$$y=-4 \rightarrow x^2=y-3=-4-3=-7 \rightarrow x=\pm\sqrt{-7} \text{ no es real}$$

c) $\begin{cases}x-y=3\\ (x-2)^2+(y+3)^2=4\end{cases}$

Por sustitución, despejamos "x" en la primera ecuación:

$$x-y=3 \rightarrow x=y+3$$

y sustituimos en la segunda:

$$(x-2)^2+(y+3)^2=4 \rightarrow (y+3-2)^2+(y+3)^2=4 \rightarrow (y+1)^2+(y+3)^2=4 \rightarrow$$

$$y^2+2y+1+y^2+6y+9=4 \rightarrow 2y^2+8y+6=0 \xrightarrow{:2} y^2+4y+3=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow y=\frac{-4\pm\sqrt{16-4\cdot 3\cdot 1}}{2}=\frac{-4\pm 2}{2}=\begin{cases}\frac{-4+2}{2}=-1\\ \frac{-4-2}{2}=-3\end{cases}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita:

$$y=-1 \rightarrow x=y+3=-1+3=2 \rightarrow x_1=2\ y_1=-1$$

$$y=-3 \rightarrow x=y+3=-3+3=0 \rightarrow x_2=0\ y_2=-3$$

CC BY NC SA

d) $\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello basta con restar las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 4x^2 + y^2 = 13 \\ \underline{x^2 + y^2 = 10} \\ 3x^2 \quad\ \ = 3 \quad \rightarrow \quad x^2 = 1 \quad \rightarrow \quad x = \pm 1 \end{array}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en la segunda ecuación:

$$x = 1 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 10 \quad \rightarrow 1 + y^2 = 10 \quad \rightarrow \quad y^2 = 9 \quad \rightarrow \quad y = \pm 3$$

$$x = -1 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 10 \quad \rightarrow 1 + y^2 = 10 \quad \rightarrow \quad y^2 = 9 \quad \rightarrow \quad y = \pm 3$$

Las soluciones, por tanto, son:

$x_1 = 1 \quad y_1 = 3$ $\quad$ $x_2 = 1 \quad y_2 = -3$ $\quad$ $x_3 = -1 \quad y_3 = 3$ $\quad$ $x_4 = -1 \quad y_4 = -3$

Volver a los enunciados

cc BY NC SA

2 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \\ xy=6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2-y^2-4x+6y-4=0 \\ x^2+y^2-4x-6y+12=0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} xy=-12 \\ x-2y+14=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x^2+xy=6 \\ x^2+2xy=0 \end{cases}$

Solución.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \\ xy=6 \end{cases}$

Por sustitución, despejamos "x" en la segunda ecuación:

$$xy=6 \quad \rightarrow \quad x=\frac{6}{y}$$

y sustituimos en la primera:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\frac{6}{y}}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \quad \rightarrow \quad \frac{y}{6}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \quad \rightarrow \quad \frac{y^2}{6y}+\frac{6}{6y}=\frac{5y}{6y} \quad \rightarrow \quad y^2-5y+6=0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad y=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 6\cdot 1}}{2}=\frac{5\pm 1}{2}=\begin{cases} \dfrac{5+1}{2}=3 \\ \dfrac{5-1}{2}=2 \end{cases}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita:

$$y=3 \quad \rightarrow \quad x=\frac{6}{y}=\frac{6}{3}=2 \quad \rightarrow \quad x_1=2 \;\; y_1=3$$

$$y=2 \quad \rightarrow \quad x=\frac{6}{y}=\frac{6}{2}=3 \quad \rightarrow \quad x_2=3 \;\; y_2=2$$

CC BY NC SA

b) $\begin{cases} xy = -12 \\ x - 2y + 14 = 0 \end{cases}$

Por sustitución, despejamos "x" en la segunda ecuación:

$$x - 2y + 14 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2y - 14$$

y sustituimos en la primera

$$xy = -12 \quad \rightarrow \quad (2y-14)y = -12 \quad \rightarrow \quad 2y^2 - 14y + 12 = 0 \quad \xrightarrow{:2} \quad y^2 - 7y + 6 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad y = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} \dfrac{7+5}{2} = 6 \\ \dfrac{7-5}{2} = 1 \end{cases}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita:

$$y = 6 \quad \rightarrow \quad x = 2y - 14 \quad \rightarrow \quad x = 12 - 14 = -2 \quad \rightarrow \quad x_1 = -2 \;\; y_1 = 6$$

$$y = 1 \quad \rightarrow \quad x = 2y - 14 \quad \rightarrow \quad x = 2 - 14 = -12 \quad \rightarrow \quad x_2 = -12 \;\; y_2 = 1$$

c) $\begin{cases} x^2 - y^2 - 4x + 6y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello basta con sumar las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{l} x^2 - y^2 - 4x + 6y - 4 = 0 \\ \underline{x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0} \\ 2x^2 \quad - 8x \quad + 8 = 0 \end{array} \quad \xrightarrow{:2} \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en la segunda ecuación:

$$x = 2 \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0 \quad \rightarrow \quad 4 + y^2 - 8 - 6y + 12 = 0 \quad \rightarrow \quad y^2 - 6y + 8 = 0 \quad \rightarrow$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} \dfrac{6+2}{2} = 4 \\ \dfrac{6-2}{2} = 2 \end{cases}$$

Las soluciones, por tanto, son:

$x_1 = 2 \;\; y_1 = 4$ $\quad$ $x_2 = 2 \;\; y_2 = 2$

CC BY NC SA

d) $\begin{cases} 2x^2 + xy = 6 \\ x^2 + 2xy = 0 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello basta con multiplicar la primera ecuación por 2 y luego restarlas:

$$\begin{cases} 2x^2 + xy = 6 \xrightarrow{\cdot 2} 4x^2 + 2xy = 12 \\ x^2 + 2xy = 0 \longrightarrow \underline{x^2 + 2xy = 0} \end{cases}$$
$$3x^2 = 12 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en la segunda ecuación:

$$x = 2 \rightarrow x^2 + 2xy = 0 \rightarrow 4 + 4y = 0 \rightarrow 4y = -4 \rightarrow y = -1 \rightarrow x_1 = 2 \quad y_1 = -1$$

$$x = -2 \rightarrow x^2 + 2xy = 0 \rightarrow 4 - 4y = 0 \rightarrow -4y = -4 \rightarrow y = 1 \rightarrow x_2 = -2 \quad y_2 = 1$$

Volver a los enunciados

CC BY NC SA

3 Resuelve:

a) $\begin{cases} \dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=7 \\ \dfrac{5}{x^2}-\dfrac{2}{y^2}=-3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log x^2 = y+3 \\ \log x = y-1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -9x+y=45 \\ y=x^3+5x^2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3^x-2y=7 \\ 3^{x-1}-y=-1 \end{cases}$

Solución.

a) $\begin{cases} \dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=7 \\ \dfrac{5}{x^2}-\dfrac{2}{y^2}=-3 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello basta con multiplicar la primera ecuación por 2 y luego sumarlas:

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=7 \xrightarrow{\cdot 2} \dfrac{6}{x^2}+\dfrac{2}{y^2}=14 \\ \dfrac{5}{x^2}-\dfrac{2}{y^2}=-3 \longrightarrow \dfrac{5}{x^2}-\dfrac{2}{y^2}=-3 \end{cases}$$

$$\dfrac{11}{x^2}=11 \rightarrow \dfrac{11}{11}=x^2 \rightarrow 1=x^2 \rightarrow x=\pm 1$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en la primera ecuación:

$$x=1 \rightarrow \dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=7 \rightarrow 3+\dfrac{1}{y^2}=7 \rightarrow \dfrac{1}{y^2}=4 \rightarrow y^2=\dfrac{1}{4} \rightarrow y=\pm\dfrac{1}{2}$$

$$x=-1 \rightarrow \dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=7 \rightarrow 3+\dfrac{1}{y^2}=7 \rightarrow \dfrac{1}{y^2}=4 \rightarrow y^2=\dfrac{1}{4} \rightarrow y=\pm\dfrac{1}{2}$$

Las soluciones, por tanto, son:

$x_1=1 \quad y_1=\dfrac{1}{2}$ | $x_2=1 \quad y_2=-\dfrac{1}{2}$ | $x_3=-1 \quad y_3=\dfrac{1}{2}$ | $x_4=-1 \quad y_4=-\dfrac{1}{2}$

cc BY NC SA

b) $\begin{cases} -9x + y = 45 \\ y = x^3 + 5x^2 \end{cases}$

Por sustitución, como "y" está despejada en la segunda ecuación, la sustituimos en la primera:

$$-9x + y = 45 \;\rightarrow\; -9x + \left(x^3 + 5x^2\right) = 45 \;\rightarrow\; x^3 + 5x^2 - 9x - 45 = 0$$

Resolvemos esta ecuación por Ruffini:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 5 & -9 & -45 \\ 3 & \downarrow & 3 & 24 & 45 \\ \hline & \underbrace{1 \quad 8 \quad 15} & & & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0 \;\rightarrow\; x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 15}}{2} = \frac{-8 \pm 2}{2} = \begin{cases} \dfrac{-8+2}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3 \\ \dfrac{-8-2}{2} = \dfrac{-10}{2} = -5 \end{cases}$$

Averiguamos el valor de la otra incógnita en la segunda ecuación:

$$x = 3 \;\rightarrow\; y = x^3 + 5x^2 = 27 + 5 \cdot 9 = 27 + 45 = 72 \;\rightarrow\; x_1 = 3 \;\; y_1 = 72$$

$$x = -3 \;\rightarrow\; y = x^3 + 5x^2 = -27 + 5 \cdot 9 = -27 + 45 = 18 \;\rightarrow\; x_2 = -3 \;\; y_2 = 18$$

$$x = -5 \;\rightarrow\; y = x^3 + 5x^2 = -125 + 5 \cdot 25 = -125 + 125 = 0 \;\rightarrow\; x_3 = -5 \;\; y_3 = 0$$

c) $\begin{cases} \log x^2 = y + 3 \\ \log x = y - 1 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello basta con restar las dos ecuaciones (para eliminar la incógnita "y").

$$\begin{array}{l} \log x^2 = y + 3 \\ \log x = y - 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\log x^2 - \log x = 4 \;\rightarrow\; \log \frac{x^2}{x} = 4 \;\rightarrow\; \log x = 4 \;\rightarrow\; 10^4 = x \;\rightarrow\; x = 10000$$

CC BY NC SA

Averiguamos el valor de "y" sustituyendo en la segunda ecuación:

$$x = 10000 \rightarrow \log x = y - 1 \rightarrow \log 10000 = y - 1 \rightarrow 4 = y - 1 \rightarrow y = 5$$

La solución es, por tanto $x = 10000 \quad y = 5$

d) $\begin{cases} 3^x - 2y = 7 \\ 3^{x-1} - y = -1 \end{cases}$

Aplicaremos sustitución, despejamos "y" en la segunda ecuación:

$$3^{x-1} - y = -1 \rightarrow y = 3^{x-1} + 1$$

y sustituimos en la primera:

$$3^x - 2y = 7 \rightarrow 3^x - 2\left(3^{x-1} + 1\right) = 7 \rightarrow 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} - 2 = 7 \rightarrow 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} - 9 = 0 \rightarrow$$

$$3^x - 2 \cdot \frac{3^x}{3} - 9 = 0 \xrightarrow{t=3^x} t - \frac{2t}{3} - 9 = 0 \rightarrow \frac{3t}{3} - \frac{2t}{3} - \frac{27}{3} = \frac{0}{3} \rightarrow t - 27 = 0 \rightarrow t = 27 \rightarrow$$

$$\xrightarrow{t=3^x} 3^x = 27 \rightarrow x = 3$$

Averiguamos el valor de "y" :

$$x = 3 \rightarrow y = 3^{x-1} + 1 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

La solución es, por tanto $x = 3 \quad y = 10$

Volver a los enunciados

CC BY NC SA

4 Resuelve:

a) $\begin{cases} 3-\dfrac{2x-1}{x+1}=\dfrac{y+3}{y+1} \\ 3x+1=2x^2-y^2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{y\cdot(2x+6)}=x+3 \\ 2x-y=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x^2-xy=2(x+y) \\ y-x=1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} e^x+2e^y=8 \\ 2e^x-e^y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \ln x+\ln y=0 \\ 3\ln x+4\ln y=2 \end{cases}$

Solución.

a) $\begin{cases} 3-\dfrac{2x-1}{x+1}=\dfrac{y+3}{y+1} \\ 3x+1=2x^2-y^2 \end{cases}$

Trabajaremos la primera ecuación para obtener una expresión más manejable:

$$3-\frac{2x-1}{x+1}=\frac{y+3}{y+1} \rightarrow \frac{3(x+1)(y+1)}{(x+1)(y+1)}-\frac{(2x-1)(y+1)}{(x+1)(y+1)}=\frac{(y+3)(x+1)}{(x+1)(y+1)} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3xy+3x+3y+3-(2xy+2x-y-1)=xy+y+3x+3 \rightarrow xy+x+4y+4=xy+y+3x+3 \rightarrow$$

$$\rightarrow -2x+3y+1=0 \rightarrow y=\frac{2x-1}{3}$$

Sustituimos ahora en la segunda ecuación:

$$3x+1=2x^2-y^2 \rightarrow 3x+1=2x^2-\left(\frac{2x-1}{3}\right)^2 \rightarrow 3x+1=2x^2-\frac{4x^2-4x+1}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{27x+9}{9}=\frac{18x^2}{9}-\frac{4x^2-4x+1}{9} \rightarrow 27x+9=18x^2-4x^2+4x-1 \rightarrow 14x^2-23x-10=0 \rightarrow$$

cc BY NC SA

$$\rightarrow \quad x=\frac{23\pm\sqrt{529-4\cdot 14\cdot(-10)}}{28}=\frac{23\pm 33}{28}=\begin{cases}\dfrac{23+33}{28}=\dfrac{56}{28}=2\\[2mm] \dfrac{23-33}{28}=\dfrac{-10}{28}=\dfrac{-5}{14}\end{cases}$$

Averiguamos ahora el valor de "y" sustituyendo en la expresión que obtuvimos al trabajar la primera ecuación:

$$x=2 \quad\rightarrow\quad y=\frac{2x-1}{3}=\frac{4-1}{3}=1 \quad\rightarrow\quad x_1=2 \quad y_1=1$$

$$x=\frac{-5}{14} \quad\rightarrow\quad y=\frac{2x-1}{3}=\frac{\frac{-5}{7}-1}{3}=\frac{\frac{-12}{7}}{3}=\frac{-4}{3} \quad\rightarrow\quad x_2=\frac{-5}{14} \quad y_2=\frac{-4}{7}$$

b) $\begin{cases}4x^2-xy=2(x+y)\\ y-x=1\end{cases}$

Aplicaremos sustitución, para ello despejamos "y" en la segunda ecuación:

$$y-x=1 \quad\rightarrow\quad y=x+1$$

Y sustituimos en la primera:

$$4x^2-xy=2(x+y) \quad\rightarrow\quad 4x^2-x(x+1)=2(x+x+1) \quad\rightarrow\quad 4x^2-x^2-x=2x+2x+2 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 3x^2-5x-2=0 \quad\rightarrow\quad x=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 3\cdot(-2)}}{6}=\frac{5\pm 7}{6}=\begin{cases}\dfrac{5+7}{6}=2\\[2mm] \dfrac{5-7}{6}=\dfrac{-2}{6}=\dfrac{-1}{3}\end{cases}$$

Averiguamos ahora el valor de "y" sustituyendo el la expresión que obtuvimos al principio:

$$x=2 \quad\rightarrow\quad y=x+1=3 \quad\rightarrow\quad x_1=2 \quad y_1=3$$

$$x=\frac{-1}{3} \quad\rightarrow\quad y=x+1=\frac{-1}{3}+1=\frac{2}{3}\rightarrow \quad x_2=\frac{-1}{3} \quad y_2=\frac{2}{3}$$

CC BY NC SA

c) $\begin{cases} \ln x + \ln y = 0 \\ 3\ln x + 4\ln y = 2 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello multiplicamos la primera ecuación por -3 y sumamos:

$$\begin{cases} \ln x + \ln y = 0 \xrightarrow{\cdot(-3)} & -3\ln x - 3\ln y = 0 \\ 3\ln x + 4\ln y = 2 \longrightarrow & \underline{3\ln x + 4\ln y = 2} \end{cases}$$

$$\ln y = 2 \ \rightarrow \ y = e^2$$

Sustituimos en la primera ecuación para obtener el valor de x:

$y = e^2 \ \rightarrow \ \ln x + \ln y = 0 \ \rightarrow \ \ln x + \ln e^2 = 0 \ \rightarrow \ \ln x + 2 = 0 \ \rightarrow \ \ln x = -2 \rightarrow \ x = e^{-2}$

La solución es, por tanto $x = e^{-2} \quad y = e^2$

d) $\begin{cases} \sqrt{y \cdot (2x+6)} = x + 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

Aplicaremos sustitución, para ello despejamos "y" en la segunda ecuación:

$2x - y = 3 \ \rightarrow \ y = 2x - 3$

Y sustituimos en la primera:

$\sqrt{y \cdot (2x+6)} = x + 3 \ \rightarrow \ \sqrt{(2x-3)\cdot(2x+6)} = x + 3 \ \rightarrow \ \sqrt{4x^2 + 6x - 18} = x + 3 \ \rightarrow$

$\rightarrow \ \left(\sqrt{4x^2 + 6x - 18}\right)^2 = (x+3)^2 \ \rightarrow \ 4x^2 + 6x - 18 = x^2 + 6x + 9 \ \rightarrow \ 3x^2 - 27 = 0 \ \rightarrow \ x^2 = 9 \ \rightarrow$

$\rightarrow \ x = \pm 3$

IMPORTANTE:

Como acabamos de resolver una ecuación con raíces debemos comprobar si las soluciones obtenidas son válidas (sustituyendo en dicha ecuación y comprobando que es correcto). En este caso son las dos válidas.

Averiguamos ahora el valor de "y" sustituyendo el la expresión que obtuvimos al principio:

$x = 3 \ \rightarrow \ y = 2x - 3 = 6 - 3 = 3 \ \rightarrow \ x_1 = 3 \quad y_1 = 3$

$x = -3 \ \rightarrow \ y = 2x - 3 = -6 - 3 = -9 \ \rightarrow \ x_2 = -3 \quad y_2 = -9$

CC BY NC SA

e) $\begin{cases} e^x + 2e^y = 8 \\ 2e^x - e^y = 1 \end{cases}$

Aplicaremos reducción, para ello multiplicamos la segunda ecuación por 2 y sumamos:

$$\begin{cases} e^x + 2e^y = 8 & \longrightarrow & e^x + 2e^y = 8 \\ 2e^x - e^y = 1 & \xrightarrow{\cdot 2} & \underline{4e^x - 2e^y = 2} \end{cases}$$

$$5e^x \qquad = 10 \rightarrow e^x = 2 \rightarrow x = \ln 2$$

Sustituimos en la primera ecuación para obtener el valor de y:

$$x = \ln 2 \rightarrow e^x + 2e^y = 8 \rightarrow e^{\ln 2} + 2e^y = 8 \rightarrow 2 + 2e^y = 8 \rightarrow e^y = 3 \rightarrow y = \ln 3$$

La solución es, por tanto $x = \ln 2 \quad y = \ln 3$

Volver a los enunciados

cc BY NC SA