

RADICALES

1 Calcula aplicando la definición de raíz:

a) $\sqrt[3]{-8}$

e) $\sqrt{-8}$

i) $\sqrt[6]{-1}$

m) $\sqrt[5]{-32}$

b) $\sqrt[4]{81}$

f) $\sqrt{5^2}$

j) $\sqrt[6]{2^6}$

n) $\sqrt{\frac{625}{81}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} =$

g) $\sqrt[4]{\frac{-81}{16}}$

k) $\sqrt[5]{3^{15}}$

ñ) $\sqrt[3]{0,064}$

d) $\sqrt{0,1}$

h) $\sqrt{2,25}$

l) $\sqrt{2,7}$

Solución.

2 Escribe las siguientes potencias en forma de raíz y calcula:

a) $4^{\frac{1}{2}} =$

d) $125^{\frac{1}{3}}$

g) $625^{\frac{1}{4}}$

b) $8^{\frac{2}{3}} =$

e) $64^{\frac{5}{6}}$

h) $81^{\frac{3}{4}}$

c) $8^{\frac{-2}{3}}$

f) $27^{\frac{-1}{3}}$

Solución.

3 Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[4]{3^2}$

d) $\sqrt[8]{5^4}$

g) $\sqrt[9]{2^7}$

j) $\sqrt[5]{1024}$

b) $\sqrt[6]{8}$

e) $\sqrt[9]{64}$

h) $\sqrt[8]{81}$

k) $\sqrt[12]{x^9}$

c) $\sqrt[12]{x^8}$

f) $\sqrt[5]{x^{10}}$

i) $\sqrt[6]{a^2b^4}$

l) $\sqrt[10]{a^4b^6}$

Solución.

4 Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt{5}, \sqrt[5]{2^3}, \sqrt[15]{7^2}$

c) $\sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{16}, \sqrt[15]{9}$

e) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$

b) $\sqrt[3]{5}, \sqrt[5]{7^3}, \sqrt[15]{3^2}$

d) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{32}, \sqrt[5]{27}$

f) $\sqrt[3]{16}, \sqrt[4]{125}, \sqrt[6]{243}$

Solución.

5 Extrae fuera de la raíz todos los factores posibles:

a) $\sqrt[5]{\frac{2^6 \cdot 3^{12}}{5^{20}}}$

c) $\sqrt[5]{\frac{x^{12} \cdot y^{54}}{z^{100}}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{4^5 \cdot 6^4 \cdot 3}{18^2}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 4^5}{8^3}}$

d) $\frac{2^3}{3^4} \sqrt[6]{\frac{3^{20} \cdot 2^{10}}{5^6}}$

Solución.

6 Introduce factores en la raíz y simplifica:

a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7}$

c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}}$

b) $3^5 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 7^2}$

d) $\frac{ab^3}{c^{-2}} \cdot \sqrt{\frac{a^3}{b^3 c^3}}$

Solución.

7 Realiza las siguientes sumas y restas y simplifica todo lo que puedas el resultado:

a) $\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + \sqrt{200}$

c) $\sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt{3} + \sqrt{32}$

b) $2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{25} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

d) $\sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}}$

Solución.

8 Calcula y simplifica:

a) $\sqrt[8]{2^5 \cdot 3^6} \cdot \sqrt[6]{2^9 \cdot 3^5}$

d) $\frac{(\sqrt[4]{3})^5}{(\sqrt{3})^2 \cdot (\sqrt[3]{3})^4}$

g) $\frac{(\sqrt[3]{2})^4 \cdot (\sqrt[4]{8})^3}{\sqrt{(\sqrt[3]{4})^2}}$

j) $\frac{(\sqrt{x})^3}{(\sqrt[3]{\sqrt{x}})^6}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt{xy}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}}$

e) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2})^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2$

h) $\frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3}$

c) $\left(\sqrt{3 \cdot \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{3}}\right)^4$

f) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{4})^3$

i) $\sqrt[4]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}}$

Solución.

9 Racionaliza y simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{2\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}-2}$

g) $\frac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}}$

j) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}}$

m) $\frac{5\sqrt{15}}{\sqrt[3]{15}}$

b) $\frac{10}{3\sqrt[4]{125}}$

e) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{27}}$

k) $\frac{\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}}$

n) $\frac{\sqrt{2}+1}{3\sqrt{2}-2}$

c) $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

f) $\frac{10}{\sqrt[5]{128}}$

i) $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

l) $\frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

ñ) $\frac{\sqrt[5]{25}}{5\sqrt[3]{5}}$

Solución.

10 Racionaliza cada fracción y luego calcula:

a) $\frac{5-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{4\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$

b) $\frac{1-6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} + \frac{2}{5-\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{6}-1}$

d) $\frac{6\sqrt{6}}{2-2\sqrt{6}} - \frac{7-\sqrt{6}}{28}$

Solución.

1 Calcula aplicando la definición de raíz:

a) $\sqrt[3]{-8}$

e) $\sqrt{-8}$

i) $\sqrt[6]{-1}$

m) $\sqrt[5]{-32}$

b) $\sqrt[4]{81}$

f) $\sqrt{5^2}$

j) $\sqrt[6]{2^6}$

n) $\sqrt{\frac{625}{81}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} =$

g) $\sqrt[4]{\frac{-81}{16}}$

k) $\sqrt[5]{3^{15}}$

ñ) $\sqrt[3]{0,064}$

d) $\sqrt{0,1}$

h) $\sqrt{2,25}$

l) $\sqrt{2,7}$

Solución.

a) $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$

b) $\sqrt[4]{81} = \pm 3$ porque $3^4 = 81$ y $(-3)^4 = 81$

c) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$ porque $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

d) $\sqrt{0,1} = \sqrt{\frac{1-0}{9}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$ porque $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ y $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

e) $\sqrt{-8}$ no es un número real

f) $\sqrt{5^2} = \pm 5$

g) $\sqrt[4]{\frac{-81}{16}}$ no es un número real

h) $\sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$ porque $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ y $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

i) $\sqrt[6]{-1}$ no es un número real

j) $\sqrt[6]{2^6} = \pm 2$

k) $\sqrt[5]{3^{15}} = 3^3$ porque $(3^3)^5 = 3^{15}$

l) $\sqrt{2,7} = \sqrt{\frac{27-2}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \pm \frac{5}{3}$ porque $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ y $\left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

m) $\sqrt[5]{-32} = -2$ porque $(-2)^5 = -32$

$$n) \sqrt{\frac{625}{81}} = \pm \frac{25}{9} \text{ porque } \left(\frac{25}{9}\right)^2 = \frac{625}{81} \text{ y } \left(\frac{-25}{9}\right)^2 = \frac{625}{81}$$

$$\tilde{n}) \sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5} \text{ porque } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$$

[Volver a los enunciados](#)

2 Escribe las siguientes potencias en forma de raíz y calcula:

a) $4^{\frac{1}{2}} =$

d) $125^{\frac{1}{3}} =$

g) $625^{\frac{1}{4}} =$

b) $8^{\frac{2}{3}} =$

e) $64^{\frac{5}{6}} =$

h) $81^{\frac{3}{4}} =$

c) $8^{-\frac{2}{3}} =$

f) $27^{-\frac{1}{3}} =$

Solución.

a) $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \pm 2$ porque $2^2 = 4$ y $(-2)^2 = 4$

b) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$ porque $4^3 = 64$

c) $8^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$ porque $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

d) $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$ porque $5^3 = 125$

e) $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64^5} = \sqrt[6]{(2^6)^5} = \sqrt[6]{2^{30}} = 2^5$ porque $(2^5)^6 = 2^{30}$

f) $27^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$ porque $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

g) $625^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{625} = \pm 5$ porque $5^4 = 625$ y $(-5)^4 = 625$

h) $81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = \sqrt[4]{(3^4)^3} = \sqrt[4]{3^{12}} = \pm 3^3$ porque $(3^3)^4 = 3^{12}$ y $(-3^3)^4 = 3^{12}$

Volver a los
enunciados

3 Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[4]{3^2}$

d) $\sqrt[8]{5^4}$

q) $\sqrt[9]{2^7}$

j) $\sqrt[5]{1024}$

b) $\sqrt[6]{8}$

e) $\sqrt[9]{64}$

h) $\sqrt[8]{81}$

k) $\sqrt[12]{x^9}$

c) $\sqrt[12]{x^8}$

f) $\sqrt[5]{x^{10}}$

i) $\sqrt[6]{a^2b^4}$

l) $\sqrt[10]{a^4b^6}$

Solución.

a) $\sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$

q) $\sqrt[9]{2^7} = \sqrt[9]{3^3} = \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$

h) $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

c) $\sqrt[12]{x^8} = \sqrt[3]{x^2}$

i) $\sqrt[6]{a^2b^4} = \sqrt[3]{ab^2}$

d) $\sqrt[8]{5^4} = \sqrt{5}$

j) $\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4$

e) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2}$

k) $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$

f) $\sqrt[5]{x^{10}} = x^2$

l) $\sqrt[10]{a^4b^6} = \sqrt[5]{a^2b^3}$

Volver a los
enunciados

4 Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt{5}, \sqrt[5]{2^3}, \sqrt[15]{7^2}$

c) $\sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{16}, \sqrt[15]{9}$

e) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$

b) $\sqrt[3]{5}, \sqrt[5]{7^3}, \sqrt[15]{3^2}$

d) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{32}, \sqrt[5]{27}$

f) $\sqrt[3]{16}, \sqrt[4]{125}, \sqrt[6]{243}$

Solución.

a) $\sqrt{5}, \sqrt[5]{2^3}, \sqrt[15]{7^2}$

$$\text{m.c.m}(2,5,15) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{5^{15}}, \sqrt[30]{2^{18}}, \sqrt[30]{7^4} \rightarrow \sqrt[30]{3,05 \cdot 10^{10}}, \sqrt[30]{262144}, \sqrt[30]{2401}$$

Por tanto: $\sqrt[15]{7^2} < \sqrt[5]{2^3} < \sqrt{5}$

b) $\sqrt[3]{5}, \sqrt[5]{7^3}, \sqrt[15]{3^2}$

$$\text{m.c.m}(3,5,15) = 15 \rightarrow \sqrt[15]{5^5}, \sqrt[15]{7^9}, \sqrt[15]{3^2} \rightarrow \sqrt[15]{3125}, \sqrt[15]{40353607}, \sqrt[15]{9}$$

Por tanto: $\sqrt[15]{3^2} < \sqrt[3]{5} < \sqrt[5]{7^3}$

c) $\sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{16}, \sqrt[15]{9} \rightarrow \sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{2^4}, \sqrt[15]{3^2} \rightarrow \sqrt[4]{3}, \sqrt[3]{2^2}, \sqrt[15]{3^2}$

$$\text{m.c.m}(4,3,15) = 60 \rightarrow \sqrt[60]{3^{15}}, \sqrt[60]{2^{40}}, \sqrt[60]{3^8} \rightarrow \sqrt[30]{14348907}, \sqrt[30]{1,1 \cdot 10^{12}}, \sqrt[30]{6561}$$

Por tanto: $\sqrt[15]{9} < \sqrt[4]{3} < \sqrt[6]{16}$

d) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{32}, \sqrt[5]{27} \rightarrow \sqrt{2}, \sqrt[3]{2^5}, \sqrt[5]{3^3}$

$$\text{m.c.m}(2,3,5) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{2^{15}}, \sqrt[30]{2^{50}}, \sqrt[30]{3^{18}} \rightarrow \sqrt[30]{32768}, \sqrt[30]{1,1 \cdot 10^{15}}, \sqrt[30]{387420489}$$

Por tanto: $\sqrt{2} < \sqrt[5]{27} < \sqrt[3]{32}$

$$e) \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6} \rightarrow \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{2^2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6} \rightarrow \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$$

$$\text{m.c.m}(2,3,5,6) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{2^{15}}, \sqrt[30]{3^{10}}, \sqrt[30]{2^{15}}, \sqrt[30]{5^6}, \sqrt[30]{6^5} \rightarrow \sqrt[30]{32768}, \sqrt[30]{59049}, \sqrt[30]{32768}, \sqrt[30]{15625}, \sqrt[30]{7776}$$

Por tanto: $\sqrt[6]{6} < \sqrt[5]{5} < \sqrt{2} = \sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{3}$

$$f) \sqrt[3]{16}, \sqrt[4]{125}, \sqrt[6]{243} \rightarrow \sqrt[3]{2^4}, \sqrt[4]{5^3}, \sqrt[6]{3^5}$$

$$\text{m.c.m}(3,4,6) = 12 \rightarrow \sqrt[12]{2^{16}}, \sqrt[12]{5^9}, \sqrt[12]{3^{10}} \rightarrow \sqrt[12]{65536}, \sqrt[12]{1953125}, \sqrt[12]{59049}$$

Por tanto: $\sqrt[6]{243} < \sqrt[3]{16} < \sqrt[4]{125}$

[Volver a los enunciados](#)

5 Extrae fuera de la raíz todos los factores posibles:

$$a) \sqrt[5]{\frac{2^6 \cdot 3^{12}}{5^{20}}}$$

$$c) \sqrt[5]{\frac{x^{12} \cdot y^{54}}{z^{100}}}$$

$$e) \sqrt[3]{\frac{4^5 \cdot 6^4 \cdot 3}{18^2}}$$

$$b) \sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 4^5}{8^3}}$$

$$d) \frac{2^3}{3^4} \sqrt[6]{\frac{3^{20} \cdot 2^{10}}{5^6}}$$

Solución.

$$a) \sqrt[5]{\frac{2^6 \cdot 3^{12}}{5^{20}}} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^4} \sqrt[5]{2 \cdot 3^2}$$

$$b) \sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 4^5}{8^3}} = \sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot (2^2)^5}{(2^3)^3}} = \sqrt[4]{\frac{2^8 \cdot 2^{10}}{2^9}} = \sqrt[4]{\frac{2^{18}}{2^9}} = \sqrt[4]{2^9} = 2^2 \cdot \sqrt[4]{2} = 4\sqrt[4]{2}$$

$$c) \sqrt[5]{\frac{x^{12} \cdot y^{54}}{z^{100}}} = \frac{x^2 \cdot y^{10}}{z^{20}} \sqrt[5]{x^2 \cdot y^4}$$

$$d) \frac{2^3}{3^4} \sqrt[6]{\frac{3^{20} \cdot 2^{10}}{5^6}} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2}{3^4 \cdot 5} \sqrt[6]{3^2 \cdot 2^4} = \frac{2^4}{3 \cdot 5} \sqrt[3]{3 \cdot 2^2}$$

$$e) \sqrt[3]{\frac{4^5 \cdot 6^4 \cdot 3}{18^2}} = \sqrt[3]{\frac{(2^2)^5 \cdot (3 \cdot 2)^4 \cdot 3}{(2 \cdot 3^2)^2}} = \sqrt[3]{\frac{2^{10} \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 3}{2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[3]{\frac{2^{14} \cdot 3^5}{2^2 \cdot 3^4}} = \sqrt[3]{2^{12} \cdot 3} = 2^4 \cdot \sqrt[3]{3}$$

Volver a los
enunciados

6 Introduce factores en la raíz y simplifica:

a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7}$

c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}}$

b) $3^5 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 7^2}$

d) $\frac{ab^3}{c^{-2}} \cdot \sqrt{\frac{a^3}{b^3 c^3}}$

Solución.

a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7} = \sqrt{2^6 \cdot 3^{10} \cdot 2^7} = \sqrt{2^{13} \cdot 3^{10}}$

b) $3^5 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 7^2} = \sqrt[4]{3^{20} \cdot 7^4 \cdot 3 \cdot 7^2} = \sqrt[4]{3^{21} \cdot 7^6}$

c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{2^9 \cdot 3^{12} \cdot 5^{11} \cdot 2}{5^3 \cdot 3^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{2^{10} \cdot 3^{12} \cdot 5^{11}}{5^3 \cdot 3^{10}}} = \sqrt[3]{2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^8}$

d) $\frac{ab^3}{c^{-2}} \cdot \sqrt{\frac{a^3}{b^3 c^3}} = \sqrt{\frac{a^2 \cdot b^6 \cdot a^3}{c^{-4} \cdot b^3 c^3}} = \sqrt{\frac{a^5 \cdot b^6}{c^{-4} \cdot b^3 \cdot c^3}} = \sqrt{\frac{a^5 \cdot b^6}{c^{-1} \cdot b^3}} = \sqrt{a^5 \cdot b^3 \cdot c}$

Volver a los
enunciados

7 Realiza las siguientes sumas y restas y simplifica todo lo que puedas el resultado:

a) $\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + \sqrt{200}$

c) $\sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + \sqrt{32}$

b) $2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{25} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

d) $\sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}}$

Solución.

a) $\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + \sqrt{200} = \sqrt{2^3} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2 \cdot 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

b) $2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{25} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}} = 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{5^2} + \sqrt[3]{\frac{5}{2^3}} = 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{5} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{5}$

c) $\sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + \sqrt{32} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + \sqrt{2^5} = 2\sqrt[3]{3} - \sqrt{2} - 6\sqrt[3]{3} + 4\sqrt{2} = -4\sqrt[3]{3} + 3\sqrt{2}$

d) $\sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}} = \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{2^2}} + \sqrt{\frac{2^3 \cdot 3^2}{5^2}} = 5\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{2 \cdot 3}{5}\sqrt{2} =$
 $= \left(5 - \frac{3}{2} + \frac{6}{5}\right)\sqrt{2} = \frac{47}{10}\sqrt{2}$

Volver a los
enunciados

8 Calcula y simplifica:

a) $\sqrt[8]{2^5 \cdot 3^6} \cdot \sqrt[6]{2^9 \cdot 3^5}$

d) $\frac{(\sqrt[4]{3})^5}{(\sqrt{3})^2 \cdot (\sqrt[3]{3})^4}$

g) $\frac{(\sqrt[3]{2})^4 \cdot (\sqrt[4]{8})^3}{\sqrt{(\sqrt[3]{4})^2}}$

j) $\frac{(\sqrt{x})^3}{(\sqrt[3]{\sqrt{x}})^6}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt{xy}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}}$

e) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2})^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2$

h) $\frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3}$

c) $\left(\sqrt{3 \cdot \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{3}}\right)^4$

f) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{4})^3$

i) $\sqrt[4]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}}$

Solución.

a) $\sqrt[8]{2^5 \cdot 3^6} \cdot \sqrt[6]{2^9 \cdot 3^5} = \sqrt[24]{2^{15} \cdot 3^{18}} \cdot \sqrt[24]{2^{36} \cdot 3^{20}} = \sqrt[24]{2^{51} \cdot 3^{38}} = 2^2 \cdot 3^{24} \sqrt[24]{2^3 \cdot 3^{14}} = 12^{24} \sqrt[24]{2^3 \cdot 3^{14}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2 y^7} \cdot \sqrt{xy}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}} = \frac{\sqrt[6]{x^4 y^{14}} \cdot \sqrt[6]{x^3 y^3}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}} = \frac{\sqrt[6]{x^7 y^{17}}}{\sqrt[6]{x^{11} y^8}} = \sqrt[6]{\frac{y^9}{x^4}} = \sqrt[6]{\frac{y^3}{x^4}}$

c) $\left(\sqrt{3 \cdot \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{3}}\right)^4 = \left(\sqrt[5]{3^6 \cdot \sqrt{3}}\right)^4 = \left(\sqrt[5]{\sqrt[5]{3^{13}}}\right)^4 = \left(\sqrt[25]{3^{13}}\right)^4 = \sqrt[25]{3^{52}} = 3^2 \cdot \sqrt[25]{3^{12}} = 9 \sqrt[25]{3^{12}}$

d) $\frac{(\sqrt[4]{3})^5}{(\sqrt{3})^2 \cdot (\sqrt[3]{3})^4} = \frac{\sqrt[4]{3^5}}{3 \cdot \sqrt[3]{3^4}} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{3}}{9 \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{3 \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[12]{3^3}}{3 \cdot \sqrt[12]{3^4}} = \frac{1}{3 \sqrt[12]{3}} = \frac{1}{3^{13/12}}$

e) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2})^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^9} \cdot \sqrt[12]{2^8} = \sqrt[12]{2^{23}} = 2^{12} \sqrt[12]{2^{11}}$

f) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{4})^3 = \sqrt{2} \cdot (\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2})^3 = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^9} \cdot \sqrt[12]{2^{24}} = \sqrt[12]{2^{39}} = 2^3 \cdot \sqrt[12]{2^3} = 8 \cdot \sqrt[12]{2^3}$

g) $\frac{(\sqrt[3]{2})^4 \cdot (\sqrt[4]{8})^3}{\sqrt{(\sqrt[3]{4})^2}} = \frac{(\sqrt[3]{2})^4 \cdot (\sqrt[4]{2^3})^3}{\sqrt{(\sqrt[3]{2^2})^2}} = \frac{\sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^9}}{\sqrt[6]{2^4}} = \frac{\sqrt[12]{2^{16}} \cdot \sqrt[12]{2^{27}}}{\sqrt[12]{2^8}} = \frac{\sqrt[12]{2^{43}}}{\sqrt[12]{2^8}} = \sqrt[12]{2^{35}} = 2^2 \cdot \sqrt[12]{2^{11}} = 4 \sqrt[12]{2^{11}}$

h) $\frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3} = \frac{(\sqrt[3]{3^3})^3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^4} \cdot (\sqrt{3})^3} = \frac{\sqrt[3]{3^9} \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt{3^3}} = \frac{\sqrt[6]{3^{27}} \cdot \sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[6]{3^8} \cdot \sqrt[6]{3^9}} = \frac{\sqrt[6]{3^{29}}}{\sqrt[6]{3^{17}}} = \sqrt[6]{3^{12}} = 3^2 = 9$

i) $\sqrt[4]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}} = \sqrt[4]{\sqrt[5]{3^{10}} \cdot 3^4} = \sqrt[20]{3^{14}} = \sqrt[10]{3^7}$

$$i) \frac{(\sqrt{x})^3}{(\sqrt[3]{4\sqrt{x}})^6} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[12]{x^6}} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} = \sqrt{x^2} = x$$

[Volver a los enunciados](#)

9 Racionaliza y simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{2\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}-2}$

g) $\frac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}}$

j) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}}$

m) $\frac{5\sqrt{15}}{\sqrt[3]{15}}$

b) $\frac{10}{3\sqrt[4]{125}}$

e) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{27}}$

k) $\frac{\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}}$

n) $\frac{\sqrt{2}+1}{3\sqrt{2}-2}$

c) $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

f) $\frac{10}{\sqrt[5]{128}}$

i) $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

l) $\frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

ñ) $\frac{\sqrt[5]{25}}{5\sqrt[3]{5}}$

Solución.

a) $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{10}{3\sqrt[4]{125}} = \frac{10}{3\sqrt[4]{5^3}} = \frac{10 \cdot \sqrt[4]{5}}{3\sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt[4]{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt[4]{5}}{3\sqrt[4]{5^4}} = \frac{10 \cdot \sqrt[4]{5}}{15} = \frac{2\sqrt[4]{5}}{3}$

c) $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{4\sqrt{3}-4\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{4\sqrt{3}-4\sqrt{2}}{1} = 4\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

d) $\frac{2\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}-2} = \frac{(2\sqrt{3}-5) \cdot (\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2) \cdot (\sqrt{3}+2)} = \frac{2 \cdot 3 + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 10}{(\sqrt{3})^2 - 2^2} = \frac{-4-\sqrt{3}}{-1} = 4+\sqrt{3}$

e) $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{33}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{33}}{6}$

f) $\frac{10}{\sqrt[5]{128}} = \frac{10}{\sqrt[5]{2^7}} = \frac{10}{2\sqrt[5]{2^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3}} = \frac{10 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2\sqrt[5]{2^5}} = \frac{10 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{4} = \frac{5\sqrt[5]{2^3}}{2}$

g) $\frac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+3) \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3+3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{3+3\sqrt{3}}{6} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{27}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[5]{3^2}}{5\sqrt[5]{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^2}} = \frac{\sqrt[10]{3^5} \cdot \sqrt[10]{3^4}}{5\sqrt[10]{3^5}} = \frac{\sqrt[10]{3^9}}{5}$

i) $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{3}) \cdot (1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3}) \cdot (1+\sqrt{3})} = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}+3}{1^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4+2\sqrt{3}}{1-3} = \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = \frac{2+\sqrt{3}}{-1} = -2-\sqrt{3}$

j) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt[10]{3^5} \cdot \sqrt[10]{3^6}}{\sqrt[10]{3^5}} = \frac{\sqrt[10]{3^{11}}}{3} = \frac{\sqrt[10]{3}}{3}$

$$k) \frac{\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-4) \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2-4\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{2-4\sqrt{2}}{6} = \frac{1-2\sqrt{2}}{3}$$

$$l) \frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{15}}{2 \cdot 5} = \frac{15\sqrt{15}}{10} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$m) \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt[3]{15}} = \frac{5\sqrt{15} \cdot \sqrt[3]{15^2}}{\sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{15^2}} = \frac{5\sqrt[6]{15^3} \cdot \sqrt[6]{15^4}}{\sqrt[6]{15^3}} = \frac{5\sqrt[6]{15^7}}{15} = \frac{5 \cdot \cancel{15} \sqrt[6]{15}}{\cancel{15}} = 5\sqrt[6]{15}$$

$$n) \frac{\sqrt{2}+1}{3\sqrt{2}-2} = \frac{(\sqrt{2}+1) \cdot (3\sqrt{2}+2)}{(3\sqrt{2}-2) \cdot (3\sqrt{2}+2)} = \frac{3 \cdot 2 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2}{(3\sqrt{2})^2 - 2^2} = \frac{6 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2}{9 \cdot 2 - 4} = \frac{8 + 5\sqrt{2}}{14}$$

$$\tilde{n}) \frac{\sqrt[5]{25}}{5\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[5]{25} \cdot \sqrt[3]{5^2}}{5\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[5]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5^2}}{5 \cdot \sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[15]{5^6} \cdot \sqrt[15]{5^{10}}}{25} = \frac{\sqrt[15]{5^{16}}}{25} = \frac{5\sqrt[15]{5}}{25} = \frac{\sqrt[15]{5}}{5}$$

Volver a los
enunciados

10 Racionaliza cada fracción y luego calcula:

$$a) \frac{5 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c) \frac{1}{\sqrt{3} + 2} - \frac{4\sqrt{3}}{5 - \sqrt{3}}$$

$$b) \frac{1 - 6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} + \frac{2}{5 - \sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{6} - 1}$$

$$d) \frac{6\sqrt{6}}{2 - 2\sqrt{6}} - \frac{7 - \sqrt{6}}{28}$$

Solución.

$$a) \frac{5 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Racionalizamos primero cada fracción por separado:

$$\frac{5 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{(5 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2})} = \frac{10 + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2}{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{8 + 3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Entonces, volviendo a la operación que nos da el ejercicio:

$$\frac{5 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8 + 3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{8 + 2\sqrt{2}}{2} = 4 + \sqrt{2}$$

$$b) \frac{1 - 6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} + \frac{2}{5 - \sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{6} - 1}$$

Racionalizamos primero cada fracción por separado:

$$\frac{1 - 6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{(1 - 6\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}}{4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} - 6 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5} - 30}{20}$$

$$\frac{2}{5 - \sqrt{5}} = \frac{2 \cdot (5 + \sqrt{5})}{(5 - \sqrt{5}) \cdot (5 + \sqrt{5})} = \frac{10 + 2\sqrt{5}}{5^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{10 + 2\sqrt{5}}{20}$$

$$\frac{3}{\sqrt{6} - 1} = \frac{3 \cdot (\sqrt{6} + 1)}{(\sqrt{6} - 1) \cdot (\sqrt{6} + 1)} = \frac{3\sqrt{6} + 3}{(\sqrt{6})^2 - 1^2} = \frac{3\sqrt{6} + 3}{5}$$

Entonces, volviendo a la operación que nos da el ejercicio:

$$\begin{aligned} \frac{1 - 6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} + \frac{2}{5 - \sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{6} - 1} &= \frac{\sqrt{5} - 30}{20} + \frac{10 + 2\sqrt{5}}{20} + \frac{3\sqrt{6} + 3}{5} = \frac{\sqrt{5} - 30}{20} + \frac{10 + 2\sqrt{5}}{20} + \frac{12\sqrt{6} + 12}{20} = \\ &= \frac{\sqrt{5} - 30 + 10 + 2\sqrt{5} + 12\sqrt{6} + 12}{20} = \frac{3\sqrt{5} + 12\sqrt{6} - 8}{20} \end{aligned}$$

$$c) \frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{4\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$$

Racionalizamos primero cada fracción por separado:

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{1 \cdot (\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2) \cdot (\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3})^2 - 2^2} = \frac{\sqrt{3}-2}{-1} = -\sqrt{3}+2$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} \cdot (5+\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3}) \cdot (5+\sqrt{3})} = \frac{20\sqrt{3}+4 \cdot 3}{5^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{20\sqrt{3}+12}{22} = \frac{10\sqrt{3}+6}{11}$$

Entonces, volviendo a la operación que nos da el ejercicio:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{4\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} &= -\sqrt{3}+2 - \frac{10\sqrt{3}+6}{11} = \frac{-11\sqrt{3}+22}{11} - \frac{10\sqrt{3}+6}{11} = \frac{-11\sqrt{3}+22-10\sqrt{3}-6}{11} = \\ &= \frac{-21\sqrt{3}+16}{11} \end{aligned}$$

$$d) \frac{6\sqrt{6}}{2-2\sqrt{6}} - \frac{7-\sqrt{6}}{28}$$

Racionalizamos la primera fracción:

$$\frac{6\sqrt{6}}{2-2\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6} \cdot (2+2\sqrt{6})}{(2-2\sqrt{6}) \cdot (2+2\sqrt{6})} = \frac{6\sqrt{6} \cdot (2+2\sqrt{6})}{2^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{12\sqrt{6}+12 \cdot 6}{4-4 \cdot 6} = \frac{12\sqrt{6}+72}{-20} = \frac{-3\sqrt{6}-18}{5}$$

Entonces, volviendo a la operación que nos da el ejercicio:

$$\begin{aligned} \frac{6\sqrt{6}}{2-2\sqrt{6}} - \frac{7-\sqrt{6}}{28} &= \frac{-3\sqrt{6}-18}{5} - \frac{7-\sqrt{6}}{28} = \frac{-84\sqrt{6}-504}{140} - \frac{35-5\sqrt{6}}{140} = \frac{-84\sqrt{6}-504-35+5\sqrt{6}}{140} = \\ &= \frac{-79\sqrt{6}-539}{140} \end{aligned}$$

Volver a los
enunciados