1 Clasifica los siguientes números en los conjuntos: Naturales, enteros, racionales, reales.

a) $12{,}577777\ldots$ d) $\sqrt[4]{12}$ g) 10^{-2} j) $12{,}343434348$

b) $\sqrt{5}$ e) -57 h) $\frac{2{,}3}{5{,}4}$ k) $-3{,}\widehat{14}$

c) $\frac{4}{3}$ f) $\frac{\pi-2}{3}$ i) $2{,}345355365\ldots$

Solución.

2 Representa los siguientes números en la recta numérica: $\sqrt{5}$, $\sqrt{17}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{-6}{5}$ y $\sqrt{13}$.

Solución.

3 En un triángulo rectángulo, la medida de sus catetos es $\sqrt{6}$ cm. y 7 cm. ¿Cuál es la medida de la hipotenusa? ¿Qué tipo de número es?

Solución.

4 Expresa los siguientes intervalos de otras dos maneras:

a) $\{x \in IR / 5 \leq x\}$ d) $[-2, \infty)$ g) $\{x \in IR / 0 > x \geq -4\}$

b) $(-2,1]$ e) $\left\{x \in IR / \frac{-3}{4} \leq x < 1\right\}$ h) $\left\{x \in IR / x < \frac{1}{2}\right\}$

c) $\left\{x \in IR / x \geq \frac{1}{3}\right\}$ f) $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ i) $(-4,2)$

Solución.

5 Calcula las siguientes uniones e intersecciones de intervalos:

a) $(-\infty,4)\cup[3,5)$
b) $(-1,2)\cup[-1,0]$
c) $[-5,2)\cap[-1,2]$
d) $(2,\infty)\cap(0,4]$
e) $(3,5)\cap[5,7)$
f) $(-\infty,1)\cup[1,\infty)$

Solución.

6 Escribe en forma de intervalo los valores de x que cumplen las siguientes desigualdades:

a) $0\leq x+1<3$
b) $-2<x-3\leq 5$
c) $-6\leq 3x\leq -2$
d) $-1\leq 2x-5$
e) $\dfrac{x+2}{3}<5$

Solución.

7 Calcula las siguientes raíces usando la definición:

a) $\sqrt[3]{0,008}$
b) $\sqrt[4]{-16}$
c) $\sqrt[5]{\dfrac{243}{32}}$
d) $\sqrt[4]{0,0625}$
e) $\sqrt[3]{\dfrac{-343}{729}}$
f) $\sqrt{1,\hat{7}}$

Solución.

8 Expresa usando potencias o raíces (según corresponda)

a) $4^{\frac{2}{5}}$
b) $3^{\frac{1}{6}}$
c) $\sqrt[5]{2^7}$
d) $\left(\sqrt[5]{x^{-2}}\right)^3$
e) $5^{\frac{-1}{2}}$
f) $\sqrt[5]{(-3)^3}$
g) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^5}}$

Solución.

9 Ordena las siguientes raíces de menor a mayor (reduce primero a índice común):

a) $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{30}$, $\sqrt[4]{40}$, $\sqrt[6]{81}$

b) $\sqrt[5]{2^7}$, $\sqrt[3]{3^4}$, $5^{\frac{1}{2}}$, $4^{\frac{1}{5}}$

Solución.

10 Saca factores:

a) $\sqrt[3]{x^5y^6}$

b) $\sqrt{\dfrac{16a^5}{8a}}$

c) $\sqrt[3]{-81a^5}$

d) $\sqrt[4]{81a^5b^3}$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{x^7\cdot y^4}{z^8}}$

f) $\sqrt[5]{1024}$

g) $\sqrt{\dfrac{162}{75}}$

h) $\sqrt[5]{\dfrac{32}{9}}$

Solución.

11 Introduce los factores dentro de la raíz y simplifica:

a) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

b) $\dfrac{\sqrt{12}}{2}$

c) $3\sqrt[3]{\dfrac{11}{9}}$

d) $2\sqrt[4]{\dfrac{5}{12}}$

e) $\dfrac{1}{3}\sqrt{45}$

f) $\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}$

Solución.

12 Simplifica las siguientes raíces:

a) $\sqrt[15]{8x^{12}y^9}$

b) $\sqrt[18]{\dfrac{x^{10}y^6}{4z^4}}$

c) $\sqrt[6]{2304}$

d) $\sqrt[6]{\dfrac{8x^3y^2}{9}}$

Solución.

13 Calcula y después simplifica o extrae factores (si es posible):

a) $\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{250}$

b) $\sqrt{27}-\frac{1}{4}\sqrt{12}+\frac{2}{5}\sqrt{75}$

c) $\sqrt{\frac{2}{9}}+\sqrt{8}-5\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt[3]{81}}{2}+\sqrt[3]{375}-\frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{3}}$

e) $\left(\frac{1}{5}\sqrt[3]{3^2}\right):\left(\frac{2}{3}\sqrt[4]{3^3}\right)$

f) $\sqrt{\frac{x^3y^2}{z^6}}:\sqrt[3]{\frac{x^2y^3}{z^4}}$

g) $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{x^4}}\cdot\sqrt{x^5}$

h) $\frac{1}{5}\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\frac{\sqrt{125}}{2}$

i) $\sqrt[3]{a^{-2}}:\sqrt[6]{a}$

j) $\sqrt[3]{\sqrt{x}}\cdot x^{\frac{1}{6}}$

k) $\left(\sqrt{2\sqrt{2}}\right)^3$

l) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^4$

m) $\left(\sqrt[4]{\frac{3^2}{2^3}}\right)^8$

n) $\left(\frac{\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt{32}}{\sqrt{2}}\right)^3$

o) $\left(\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}\right)^2:\sqrt[4]{27}$

p) $\left(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}\right)^2:\frac{1}{a^2}$

q) $\sqrt[3]{5^2\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{5}}$

r) $\left(2\sqrt{3}+1\right)^2$

s) $\left(\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$

t) $\sqrt[3]{\left(\sqrt{n}\right)^4}$

Solución.

14 Racionaliza y simplifica (si es posible):

a) $\frac{2}{3\sqrt{27}}$

b) $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

d) $\frac{4}{3\sqrt{12}}$

e) $\frac{1}{x\cdot\sqrt{x^3}}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{3\cdot\sqrt[5]{27}}$

g) $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$

h) $\frac{12}{2-3\sqrt{5}}$

i) $\frac{3}{\sqrt{2}+4\sqrt{3}}$

j) $\frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

k) $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

l) $\frac{1-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+1}$

m) $\frac{3}{1-3\sqrt{2}}-\frac{3}{1+3\sqrt{2}}$

n) $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Solución.

15 Calcula x, usando la definición de logaritmo:

a) $x = \log \frac{1}{100}$ c) $\log x = -1$ e) $\log_x 81 = 4$

b) $x = \ln \sqrt[3]{e^4}$ d) $\log_4 x = 0$ f) $\log \frac{x}{3} = 2$

Solución.

16 Usa la calculadora y la propiedad de cambio de base para calcular los logaritmos:

a) $\log_2 52$ b) $\log_6 17{,}5$ c) $\log_3 253$ d) $\log_5 \sqrt{19}$

Solución.

17 Si sabemos que $\log A = 3{,}2$, $\log B = 1{,}4$ y $\log C = -2{,}3$, calcula usando las propiedades:

a) $\log\left(\frac{A}{B}\right)^2$ c) $\log \frac{\sqrt[3]{A^2B}}{100C^{-1}}$

b) $\log\left(100A^3B^2\right)$ d) $\log \frac{A^3}{0{,}1} \cdot B^{-1}$

Solución.

18 Escribe como un solo logaritmo usando las propiedades:

a) $2\log_2 A - 3\log_2 B$ b) $\ln A + 2\ln B - 1$ c) $\frac{1}{2}\log A - \frac{\log B}{3} + 2\log C$

Solución.

19 Calcula cada uno de los logaritmos (usando la definición) y luego opera:

a) $\log_2 \frac{1}{16} - \log\ 0{,}001 + \log_3 \sqrt[3]{3^2}$

b) $\log_3 243 - \log_5 \sqrt{125} - \log_3 1$

Solución.

1 Clasifica los siguientes números en los conjuntos: Naturales, enteros, racionales, reales.

a) $12{,}577777\ldots$

b) $\sqrt{5}$

c) $\dfrac{4}{3}$

d) $\sqrt[4]{12}$

e) -57

f) $\dfrac{\pi-2}{3}$

g) 10^{-2}

h) $\dfrac{2{,}3}{5{,}4}$

i) $2{,}345355365\ldots$

j) $12{,}343434348$

k) $-3{,}\widehat{14}$

Solución.

$\mathbb{N} \rightarrow$ No hay números naturales

$\mathbb{Z} \rightarrow -57$

$\mathbb{Q} \rightarrow -57,\ 12{,}577777\ldots,\ \dfrac{4}{3},\ 10^{-2},\ \dfrac{2{,}3}{5{,}4},\ 12{,}343434348,\ -3{,}\widehat{14}$

$\mathbb{R} \rightarrow$ Todos los números del ejercicio son reales

Volver a los enunciados

2 Representa los siguientes números en la recta numérica: $\sqrt{5}$, $\sqrt{17}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{-6}{5}$ and $\sqrt{13}$.

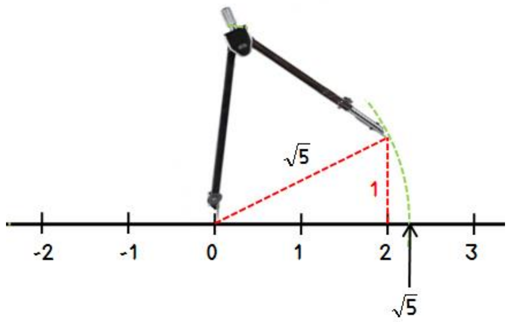
Solución.

- $\sqrt{5}$

  Primero dibujamos un triángulo rectángulo sobre la recta real (en rojo) cuyos catetos son 1 y 2. Si usamos el teorema de Pitágoras tenemos que:

  $$hip^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow hip^2 = 4 + 1$$

  $$hip^2 = 5 \rightarrow hip = \sqrt{5}$$

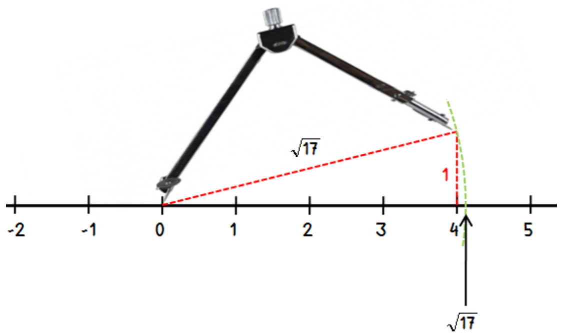
  Después tomamos el compás para medir la hipotenusa ($\sqrt{5}$) y llevar esa medida a la recta numérica (en verde). El punto donde corta el compás en la recta real es $\sqrt{5}$

- $\sqrt{17}$

  Primero dibujamos un triángulo rectángulo sobre la recta real (en rojo) cuyos catetos son 1 y 4. Si usamos el teorema de Pitágoras tenemos que:

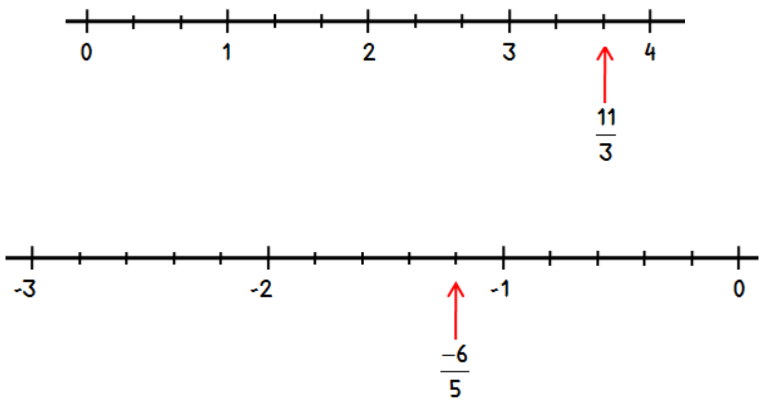
  $$hip^2 = 4^2 + 1^2 \rightarrow hip^2 = 16 + 1$$

  $$hip^2 = 17 \rightarrow hip = \sqrt{17}$$

  Después tomamos el compás para medir la hipotenusa ($\sqrt{17}$) y llevar esa medida a la recta numérica (en verde). El punto donde corta el compás en la recta real es $\sqrt{17}$

- $\frac{11}{3}$ y $\frac{-6}{5}$

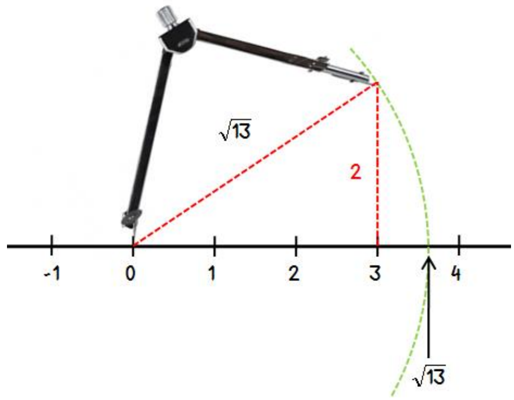


- $\sqrt{13}$

Observamos que $13 = 4 + 9 = 2^2 + 3^2$ Así que haremos algo similar a lo que hicimos en el primer y el segundo ejercicio: Dibujamos un triángulo rectángulo cuyos catetos son 2 y 3. La hipotenusa medirá $\sqrt{13}$

$hip^2 = 3^2 + 2^2 \rightarrow hip^2 = 9 + 4$

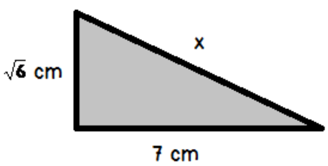
$hip^2 = 13 \rightarrow hip = \sqrt{13}$



Volver a los enunciados

3 En un triángulo rectángulo, la medida de sus catetos es $\sqrt{6}$ cm. y 7 cm. ¿Cuál es la medida de la hipotenusa? ¿Qué tipo de número es?

Solución.



$$x^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 + 7^2 \rightarrow x^2 = 6 + 49$$

$$x^2 = 55 \rightarrow x = \sqrt{55}$$ Es un número irracional

Volver a los enunciados

4 Expresa los siguientes intervalos de otras dos maneras:

a) $\{x \in IR / 5 \leq x\}$

b) $(-2,1]$

c) $\left\{x \in IR / x \geq \frac{1}{3}\right\}$

d) $[-2,\infty)$

e) $\left\{x \in IR / \frac{-3}{4} \leq x < 1\right\}$

f) $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$

g) $\{x \in IR / 0 > x \geq -4\}$

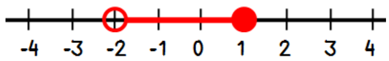
h) $\left\{x \in IR / x < \frac{1}{2}\right\}$

i) $(-4,2)$

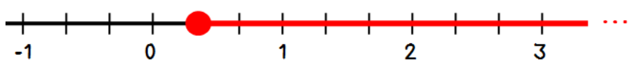
Solución.

a) $\{x \in IR / 5 \leq x\} = [5,\infty)$

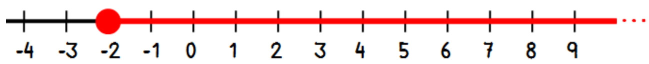
b) $(-2,1] = \{x \in IR / -2 < x \leq 1\}$



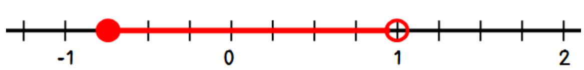
c) $\left\{x \in IR / x \geq \frac{1}{3}\right\} = \left[\frac{1}{3},\infty\right)$



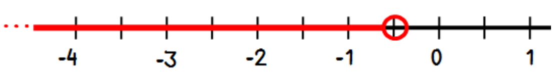
d) $[-2,\infty) = \{x \in IR / x \geq -2\}$



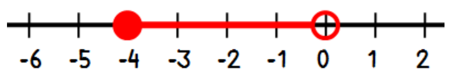
e) $\left\{x \in IR / \frac{-3}{4} \leq x < 1\right\} = \left[\frac{-3}{4},1\right)$



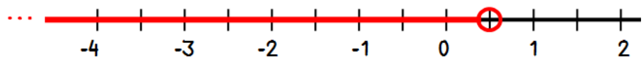
f) $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right) = \left\{x \in IR / x < \frac{-1}{2}\right\}$



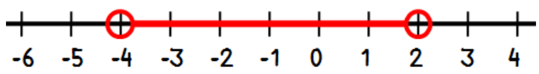
g) $\{x \in \mathbb{R} / 0 > x \geq -4\} = [-4,0)$



h) $\left\{x \in \mathbb{R} / x < \frac{1}{2}\right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$



i) $(-4,2) = \{x \in \mathbb{R} / -4 < x < 2\}$



Volver a los ejercicios

5 Calcula las siguientes uniones e intersecciones de intervalos:

a) $(-\infty,4)\cup[3,5)$ c) $[-5,2)\cap[-1,2]$ e) $(3,5)\cap[5,7)$

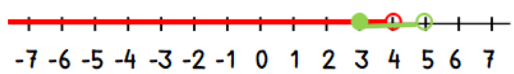
b) $(-1,2)\cup[-1,0]$ d) $(2,\infty)\cap(0,4]$ f) $(-\infty,1)\cup[1,\infty)$

Solución.

En todos los ejercicios dibujaremos en la recta real cada intervalo de un color.

La unión será la parte coloreada mientras que la intersección será la parte coloreada dos veces.

a) $(-\infty,4)\cup[3,5)$



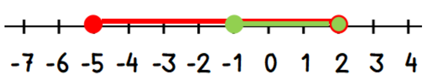
Por tanto $(-\infty,4)\cup[3,5)=(-\infty,5)$

b) $(-1,2)\cup[-1,0]$

Por tanto $(-1,2)\cup[-1,0]=[-1,2)$

El punto -1 está coloreado (de verde) y por eso está incluido en la unión.

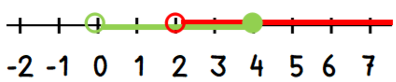
c) $[-5,2)\cap[-1,2]$



Por tanto $[-5,2)\cap[-1,2]=[-1,2)$

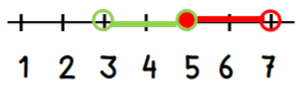
El punto 2 no está coloreado dos veces y por eso no está incluído en la intersección.

d) $(2,\infty)\cap(0,4]$



Por tanto $(2,\infty)\cap(0,4]=(2,4]$

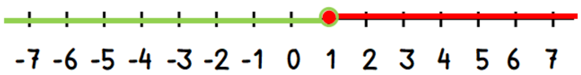
e) $(3,5)\cap[5,7)$



Por tanto $(3,5)\cap[5,7)=\varnothing$

No hay puntos en la intersección. Observa que el 5 no está coloreado dos veces.

f) $(-\infty,1)\cup[1,\infty)$



Por tanto $(-\infty,1)\cup[1,\infty)=(-\infty,\infty)=\mathbb{R}$

Volver a los ejercicios

6 Escribe en forma de intervalo los valores de x que cumplen las siguientes desigualdades:

a) $0 \le x+1 < 3$

b) $-2 < x-3 \le 5$

c) $-6 \le 3x \le -2$

d) $-1 \le 2x-5$

e) $\dfrac{x+2}{3} < 5$

Solución.

a) $0 \le x+1 < 3 \xrightarrow{\text{Restamos 1 en los tres miembros}} -1 \le x < 2 \rightarrow [-1,2)$

b) $-2 < x-3 \le 5 \xrightarrow{\text{Sumamos 3 en los tres miembros}} 1 < x \le 8 \rightarrow (1,8]$

c) $-6 \le 3x \le -2 \xrightarrow{\text{Dividimos entre 3 los tres miembros}} \dfrac{-6}{3} \le x \le \dfrac{-2}{3} \rightarrow -2 \le x \le \dfrac{-2}{3} \rightarrow \left[-2,\dfrac{-2}{3}\right]$

d) $-1 \le 2x-5 \xrightarrow{\text{Sumamos 5 en los dos miembros}} 4 \le 2x \xrightarrow{\text{Dividimos entre 2 los dos miembros}} 2 \le x \rightarrow [2,\infty)$

e) $\dfrac{x+2}{3} < 5 \xrightarrow{\text{Multiplicamos por 3 los dos miembros}} x+2 < 15 \xrightarrow{\text{Restamos 2 en los dos miembros}} x < 13 \rightarrow (-\infty,13)$

Volver a los ejercicios

7 Calcula las siguientes raices usando la definición:

a) $\sqrt[3]{0{,}008}$

c) $\sqrt[5]{\dfrac{243}{32}}$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{-343}{729}}$

b) $\sqrt[4]{-16}$

d) $\sqrt[4]{0{,}0625}$

f) $\sqrt{1{,}\widehat{7}}$

Solución.

a) $\sqrt[3]{0{,}008}=\sqrt[3]{\dfrac{8}{1000}}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{125}}=\dfrac{1}{5}$ porque $\left(\dfrac{1}{5}\right)^3=\dfrac{1}{125}$

b) $\sqrt[4]{-16}$ no es un número real.

c) $\sqrt[5]{\dfrac{243}{32}}=\dfrac{3}{2}$ porque $\left(\dfrac{3}{2}\right)^5=\dfrac{243}{32}$

d) $\sqrt[4]{0{,}0625}=\sqrt[4]{\dfrac{625}{10000}}=\sqrt[4]{\dfrac{1}{16}}=\pm\dfrac{1}{2}$ porque $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$ y $\left(\dfrac{-1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{-343}{729}}=\dfrac{-7}{9}$ porque $\left(\dfrac{-7}{9}\right)^3=\dfrac{-343}{729}$

f) $\sqrt{1{,}\widehat{7}}=\sqrt{\dfrac{17-1}{9}}=\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\pm\dfrac{4}{3}$ porque $\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{16}{9}$ y $\left(\dfrac{-4}{3}\right)^2=\dfrac{16}{9}$

Volver a los ejercicios

8 Expresa usando potencias o raíces (según corresponda)

a) $4^{\frac{2}{5}}$

b) $3^{\frac{1}{6}}$

c) $\sqrt[5]{2^7}$

d) $\left(\sqrt[5]{x^{-2}}\right)^3$

e) $5^{\frac{-1}{2}}$

f) $\sqrt[5]{(-3)^3}$

g) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^5}}$

Solución.

a) $4^{\frac{2}{5}} = \boxed{\sqrt[5]{4^2}}$

b) $3^{\frac{1}{6}} = \boxed{\sqrt[6]{3}}$

c) $\sqrt[5]{2^7} = \boxed{2^{\frac{7}{5}}}$

d) $\left(\sqrt[5]{x^{-2}}\right)^3 = \left(x^{\frac{-2}{5}}\right)^3 = \boxed{x^{\frac{-6}{5}}}$

e) $5^{\frac{-1}{2}} = \dfrac{1}{5^{\frac{1}{2}}} = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{5}}}$

f) $\sqrt[5]{(-3)^3} = \boxed{(-3)^{\frac{3}{5}}}$

g) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^5}} = \dfrac{1}{7^{\frac{5}{3}}} = \boxed{7^{\frac{-5}{3}}}$

Volver a los ejercicios

9 Ordena las siguientes raíces de menor a mayor (reduce primero a índice común):

a) $\sqrt{7},\quad \sqrt[3]{30},\quad \sqrt[4]{40},\quad \sqrt[6]{81}$

b) $\sqrt[5]{2^7},\quad \sqrt[3]{3^4},\quad 5^{\frac{1}{2}},\quad 4^{\frac{1}{5}}$

Solución.

a) $\sqrt{7},\ \sqrt[3]{30},\ \sqrt[4]{40},\ \sqrt[6]{81} \rightarrow \sqrt{7},\ \sqrt[3]{30},\ \sqrt[4]{40},\ \sqrt[6]{3^4} \rightarrow \sqrt{7},\ \sqrt[3]{30},\ \sqrt[4]{40},\ \sqrt[3]{3^2}$

$\text{m.c.m}(2,3,4) = 12 \rightarrow \sqrt[12]{7^6}, \sqrt[12]{30^4}, \sqrt[12]{40^3}, \sqrt[12]{3^8} \rightarrow \sqrt[12]{117649}, \sqrt[12]{810000}, \sqrt[12]{64000}, \sqrt[12]{6561}$

Por tanto: $\sqrt[6]{81} < \sqrt[4]{40} < \sqrt{7} < \sqrt[3]{30}$

b) $\sqrt[5]{2^7},\ \sqrt[3]{3^4},\ 5^{\frac{1}{2}},\ 4^{\frac{1}{5}} \rightarrow \sqrt[5]{2^7},\ \sqrt[3]{3^4},\ \sqrt{5},\ \sqrt[5]{4}$

$\text{m.c.m}(5,3,2) = 30 \rightarrow \sqrt[30]{2^{42}}, \sqrt[30]{3^{40}}, \sqrt[30]{5^{15}}, \sqrt[30]{4^6} \rightarrow \sqrt[12]{4,4 \cdot 10^{12}}, \sqrt[12]{1,2 \cdot 10^{19}}, \sqrt[12]{3,1 \cdot 10^{10}}, \sqrt[12]{4096}$

Por tanto: $4^{\frac{1}{5}} < 5^{\frac{1}{2}} < \sqrt[5]{2^7} < \sqrt[3]{3^4}$

Volver a los enunciados

10 Saca factores:

a) $\sqrt[3]{x^5y^6}$

b) $\sqrt{\dfrac{16a^5}{8a}}$

c) $\sqrt[3]{-81a^5}$

d) $\sqrt[4]{81a^5b^3}$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{x^7\cdot y^4}{z^8}}$

f) $\sqrt[5]{1024}$

g) $\sqrt{\dfrac{162}{75}}$

h) $\sqrt[5]{\dfrac{32}{9}}$

Solución.

a) $\sqrt[3]{x^5y^6} = xy^2\cdot\sqrt[3]{x^2}$

b) $\sqrt{\dfrac{16a^5}{8a}} = \sqrt{2a^4} = a^2\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{-81a^5} = \sqrt[3]{-3^4a^5} = -3a\cdot\sqrt[3]{3a^2}$

d) $\sqrt[4]{81a^5b^3} = \sqrt[4]{3^4a^5b^3} = 3a\cdot\sqrt[4]{ab^3}$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{x^7\cdot y^4}{z^8}} = \dfrac{x^2\cdot y}{z^2}\sqrt[3]{\dfrac{x\cdot y}{z^2}}$

f) $\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2$

g) $\sqrt{\dfrac{162}{75}} = \sqrt{\dfrac{54}{25}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 3^3}{5^2}} = \dfrac{3}{5}\sqrt{2\cdot 3}$

h) $\sqrt[5]{\dfrac{32}{9}} = \sqrt[5]{\dfrac{2^5}{3^2}} = 2\cdot\sqrt[5]{\dfrac{1}{3^2}} = \dfrac{2}{\sqrt[5]{3^2}}$

Volver a los enunciados

11 Introduce los factores dentro de la raíz y simplifica:

a) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ c) $3\sqrt[3]{\dfrac{11}{9}}$ e) $\dfrac{1}{3}\sqrt{45}$

b) $\dfrac{\sqrt{12}}{2}$ d) $2\sqrt[4]{\dfrac{5}{12}}$ f) $\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}$

Solución.

a) $2\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\sqrt{\dfrac{2^2\cdot 3}{2}}=\sqrt{2\cdot 3}=\sqrt{6}$

b) $\dfrac{\sqrt{12}}{2}=\sqrt{\dfrac{2^2\cdot 3}{2^2}}=\sqrt{3}$

c) $3\sqrt[3]{\dfrac{11}{9}}=\sqrt[3]{\dfrac{3^3\cdot 11}{3^2}}=\sqrt[3]{3\cdot 11}=\sqrt[3]{33}$

d) $2\sqrt[4]{\dfrac{5}{12}}=\sqrt[4]{\dfrac{2^4\cdot 5}{2^2\cdot 3}}=\sqrt[4]{\dfrac{2^2\cdot 5}{3}}=\sqrt[4]{\dfrac{20}{3}}$

e) $\dfrac{1}{3}\sqrt{45}=\sqrt{\dfrac{3^2\cdot 5}{3^2}}=\sqrt{5}$

f) $\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}=\sqrt[3]{\dfrac{2^3\cdot 3^2}{3^3\cdot 2^2}}=\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}$

Volver a los enunciados

12 Simplifica las siguientes raíces:

a) $\sqrt[15]{8x^{12}y^9}$ b) $\sqrt[18]{\dfrac{x^{10}y^6}{4z^4}}$ c) $\sqrt[6]{2304}$ d) $\sqrt[6]{\dfrac{8x^3y^2}{9}}$

Solución.

a) $\sqrt[15]{8x^{12}y^9} = \sqrt[15]{2^3x^{12}y^9} = \sqrt[5]{2x^4y^3}$

b) $\sqrt[18]{\dfrac{x^{10}y^6}{4z^4}} = \sqrt[18]{\dfrac{x^{10}y^6}{2^2z^4}} = \sqrt[9]{\dfrac{x^5y^3}{2z^2}}$

c) $\sqrt[6]{2304} = \sqrt[6]{2^8\cdot 3^2} = \sqrt[3]{2^4\cdot 3}$

d) $\sqrt[6]{\dfrac{8x^3y^2}{9}} = \sqrt[6]{\dfrac{2^3x^3y^2}{3^2}}$ no es posible simplificar

Volver a los enunciados

13 Calcula y después simplifica o extrae factores (si es posible):

a) $\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{250}$

b) $\sqrt{27}-\frac{1}{4}\sqrt{12}+\frac{2}{5}\sqrt{75}$

c) $\sqrt{\frac{2}{9}}+\sqrt{8}-5\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt[3]{81}}{2}+\sqrt[3]{375}-\frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{3}}$

e) $\left(\frac{1}{5}\sqrt[3]{3^2}\right):\left(\frac{2}{3}\sqrt[4]{3^3}\right)$

f) $\sqrt{\frac{x^3y^2}{z^6}}:\sqrt[3]{\frac{x^2y^3}{z^4}}$

g) $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{x^4}}\cdot\sqrt{x^5}$

h) $\frac{1}{5}\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\frac{\sqrt{125}}{2}$

i) $\sqrt[3]{a^{-2}}:\sqrt[6]{a}$

j) $\sqrt[3]{\sqrt{x}}\cdot x^{\frac{1}{6}}$

k) $\left(\sqrt{2\sqrt{2}}\right)^3$

l) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^4$

m) $\left(\sqrt[4]{\frac{3^2}{2^3}}\right)^8$

n) $\left(\frac{\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt{32}}{\sqrt{2}}\right)^3$

o) $\left(\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}\right)^2:\sqrt[4]{27}$

p) $\left(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}\right)^2:\frac{1}{a^2}$

q) $\sqrt[3]{5^2\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{5}}$

r) $\left(2\sqrt{3}+1\right)^2$

s) $\left(\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$

t) $\sqrt[3]{\left(\sqrt{n}\right)^4}$

Solución.

a) $\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{250}=\sqrt[3]{2^4}+2\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{2\cdot5^3}=2\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-20\sqrt[3]{2}=-16\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{27}-\frac{1}{4}\sqrt{12}+\frac{2}{5}\sqrt{75}=\sqrt{3^3}-\frac{1}{4}\sqrt{2^2\cdot3}+\frac{2}{5}\sqrt{3\cdot5^2}=3\sqrt{3}-\frac{2}{4}\sqrt{3}+\frac{10}{5}\sqrt{3}=$

$=3\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{3}+2\sqrt{3}=\frac{9}{2}\sqrt{3}$

c) $\sqrt{\frac{2}{9}}+\sqrt{8}-5\sqrt{2}=\sqrt{\frac{2}{3^2}}+\sqrt{2^3}-5\sqrt{2}=\frac{1}{3}\sqrt{2}+2\sqrt{2}-5\sqrt{2}=\frac{-8}{3}\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt[3]{81}}{2}+\sqrt[3]{375}-\frac{\sqrt[3]{72}}{\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt[3]{81}}{2}+\sqrt[3]{375}-\sqrt[3]{24}=\frac{\sqrt[3]{3^4}}{2}+\sqrt[3]{3\cdot5^3}-\sqrt[3]{2^3\cdot3}=\frac{3}{2}\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{3}=$

$=\frac{9}{2}\sqrt[3]{3}$

e) $\left(\frac{1}{5}\sqrt[3]{3^2}\right):\left(\frac{2}{3}\sqrt[4]{3^3}\right)=\frac{3}{10}\left(\sqrt[12]{3^8}:\sqrt[12]{3^9}\right)=\frac{3}{10}\sqrt[12]{3^{-1}}=\frac{3}{10}\sqrt[12]{\frac{1}{3}}=\frac{3}{10\sqrt[12]{3}}$

f) $\sqrt{\frac{x^3y^2}{z^6}}:\sqrt[3]{\frac{x^2y^3}{z^4}}=\sqrt[6]{\frac{x^9y^6}{z^{18}}}:\sqrt[6]{\frac{x^4y^6}{z^8}}=\sqrt[6]{\frac{x^9y^6z^8}{z^{18}x^4y^6}}=\sqrt[6]{\frac{x^5}{z^{10}}}$

g) $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{x^4}}\cdot\sqrt{x^5}=\sqrt[6]{x^4}\cdot\sqrt[6]{\frac{1^2}{x^8}}\cdot\sqrt[6]{x^{15}}=\sqrt[6]{\frac{x^{19}}{x^8}}=\sqrt[6]{x^{11}}=x\cdot\sqrt[6]{x^5}$

h) $\frac{1}{5}\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\frac{\sqrt{125}}{2}=\frac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{5^3}}{10}=\frac{\sqrt[6]{5^2}\cdot\sqrt[6]{5^9}}{10}=\frac{\sqrt[6]{5^{11}}}{10}=\frac{5\sqrt[6]{5^5}}{10}=\frac{\sqrt[6]{5^5}}{2}$

i) $\sqrt[3]{a^{-2}}:\sqrt[6]{a}=\sqrt[6]{a^{-4}}:\sqrt[6]{a}=\sqrt[6]{a^{-4-1}}=\sqrt[6]{a^{-5}}$

j) $\sqrt[3]{\sqrt{x}}\cdot x^{\frac{1}{6}}=\sqrt[3]{\sqrt{x}}\cdot\sqrt[6]{x}=\sqrt[6]{x}\cdot\sqrt[6]{x}=\sqrt[6]{x^2}=\sqrt[3]{x}$

k) $\left(\sqrt{2\sqrt{2}}\right)^3=\left(\sqrt{\sqrt{2\cdot2^2}}\right)^3=\left(\sqrt{\sqrt{2^3}}\right)^3=\left(\sqrt[4]{2^3}\right)^3=\sqrt[4]{2^9}=\sqrt[4]{2^4\cdot2^4\cdot2}=4\sqrt[4]{2}$

l) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^4=\left(\sqrt[8]{2}\right)^4=\sqrt[8]{2^4}=\sqrt{2}$

m) $\left(\sqrt[4]{\frac{3^2}{2^3}}\right)^8=\sqrt[4]{\frac{3^{16}}{2^{24}}}=\frac{3^4}{2^6}$

n) $\left(\frac{\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt{32}}{\sqrt{2}}\right)^3=\left(\frac{\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt{2^5}}{\sqrt{2}}\right)^3=\left(\frac{\sqrt[6]{2^6}\cdot\sqrt[6]{2^{15}}}{\sqrt[6]{2^3}}\right)^3=\left(\sqrt[6]{2^{18}}\right)^3=\left(2^3\right)^3=2^9$

o) $\left(\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}\right)^2:\sqrt[4]{27}=\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{3\cdot3^2\cdot3^4}}}\right)^2:\sqrt[4]{3^3}=\left(\sqrt[8]{3^7}\right)^2:\sqrt[4]{3^3}=\sqrt[8]{3^{14}}:\sqrt[4]{3^3}=$

$=\sqrt[8]{3^{14}}:\sqrt[8]{3^6}=\sqrt[8]{3^8}=3$

p) $\left(\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}\right)^2 : \dfrac{1}{a^2} = \left(\dfrac{\sqrt[6]{a^4}}{\sqrt[6]{a^3}}\right)^2 : \dfrac{1}{a^2} = \left(\sqrt[6]{a^{4-3}}\right)^2 : \dfrac{1}{a^2} = \sqrt[6]{a^2} : \dfrac{1}{a^2} = a^2 \cdot \sqrt[6]{a^2} = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$

q) $\sqrt[3]{5^2 \cdot \sqrt[3]{5 \cdot \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{5^6 \cdot 5 \cdot \sqrt{5}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{5 \cdot 5^2 \cdot 5^{12}}}} = \sqrt[18]{5^{15}} = \sqrt[6]{5^5}$

r) $\left(2\sqrt{3}+1\right)^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 1^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 1 = 4 \cdot 3 + 1 + 4\sqrt{3} = 13 + 4\sqrt{3}$

s) $\left(\sqrt{3}+2\right) \cdot \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right) = \sqrt{15} + 3 + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

t) $\sqrt[3]{\left(\sqrt{n}\right)^4} = \sqrt[3]{\sqrt{n^4}} = \sqrt[6]{n^4} = \sqrt[3]{n^2}$

Volver a los enunciados

14 Racionaliza y simplifica (si es posible):

a) $\dfrac{2}{3\sqrt{27}}$

b) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{4}}$

d) $\dfrac{4}{3\sqrt{12}}$

e) $\dfrac{1}{x\cdot\sqrt{x^3}}$

f) $\dfrac{\sqrt{2}}{3\cdot\sqrt[5]{27}}$

g) $\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}$

h) $\dfrac{12}{2-3\sqrt{5}}$

i) $\dfrac{3}{\sqrt{2}+4\sqrt{3}}$

j) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

k) $\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

l) $\dfrac{1-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+1}$

m) $\dfrac{3}{1-3\sqrt{2}}-\dfrac{3}{1+3\sqrt{2}}$

n) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Solución.

a) $$\frac{2}{3\sqrt{27}}=\frac{2}{3\sqrt{3^3}}=\frac{2}{3\sqrt{3^2\cdot 3}}=\frac{2}{9\sqrt{3}}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{9\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{27}$$

b) $$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}=\frac{\left(2+\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}=\frac{2\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{2\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[6]{2^7}}{2}=\frac{2\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[6]{2^6\cdot 2}}{2}=$$

$$=\frac{2\sqrt[3]{2^2}+2\sqrt[6]{2}}{2}=\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[6]{2}$$

c) $$\frac{3}{\sqrt[3]{4}}=\frac{3}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{3\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[3]{2}}=\frac{3\cdot\sqrt[3]{2}}{2}$$

d) $$\frac{4}{3\sqrt{12}}=\frac{4}{3\sqrt{2^2\cdot 3}}=\frac{4}{6\sqrt{3}}=\frac{4\cdot\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{4\cdot\sqrt{3}}{18}=\frac{2\cdot\sqrt{3}}{9}$$

e) $$\frac{1}{x\cdot\sqrt{x^3}}=\frac{1}{x\cdot\sqrt{x^2\cdot x}}=\frac{1}{x^2\cdot\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}}{x^2\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}}{x^3}$$

f) $$\frac{\sqrt{2}}{3\cdot\sqrt[5]{27}}=\frac{\sqrt{2}}{3\cdot\sqrt[5]{3^3}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[5]{3^2}}{3\cdot\sqrt[5]{3^3}\cdot\sqrt[5]{3^2}}=\frac{\sqrt[10]{2^5}\cdot\sqrt[10]{3^4}}{9}=\frac{\sqrt[10]{2^5\cdot 3^4}}{9}$$

g) $\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{2\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{2\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{1^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{-2}=-1-\sqrt{3}$

h) $\dfrac{12}{2-3\sqrt{5}}=\dfrac{12\cdot\left(2+3\sqrt{5}\right)}{\left(2-3\sqrt{5}\right)\cdot\left(2+3\sqrt{5}\right)}=\dfrac{24+36\sqrt{5}}{2^2-\left(3\sqrt{5}\right)^2}=\dfrac{24+36\sqrt{5}}{4-45}=\dfrac{24+36\sqrt{5}}{-41}$

i) $\dfrac{3}{\sqrt{2}+4\sqrt{3}}=\dfrac{3\cdot\left(\sqrt{2}-4\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-4\sqrt{3}\right)}=\dfrac{3\sqrt{2}-12\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{2}-12\sqrt{3}}{2-48}=\dfrac{3\sqrt{2}-12\sqrt{3}}{-46}$

j) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{18-12}=$

$=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}$

k) $\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{5\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{\left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{\left(5\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{15\cdot2-3\sqrt{6}-5\sqrt{6}+3}{\left(5\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{33-8\sqrt{6}}{50-3}=$

$=\dfrac{33-8\sqrt{6}}{47}$

l) $\dfrac{1-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+1}=\dfrac{\left(1-\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}-1\right)}{\left(3\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(3\sqrt{2}-1\right)}=\dfrac{3\sqrt{2}-1-3\cdot2+\sqrt{2}}{\left(3\sqrt{2}\right)^2-1^2}=\dfrac{4\sqrt{2}-7}{18-1}=\dfrac{4\sqrt{2}-7}{17}$

m) $\dfrac{3}{1-3\sqrt{2}}-\dfrac{3}{1+3\sqrt{2}}$

$$\dfrac{3}{1-3\sqrt{2}}=\dfrac{3\cdot\left(1+3\sqrt{2}\right)}{\left(1-3\sqrt{2}\right)\cdot\left(1+3\sqrt{2}\right)}=\dfrac{3+9\sqrt{2}}{1^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{3+9\sqrt{2}}{1-18}=\dfrac{3+9\sqrt{2}}{-17}$$

$$\dfrac{3}{1+3\sqrt{2}}=\dfrac{3\cdot\left(1-3\sqrt{2}\right)}{\left(1+3\sqrt{2}\right)\cdot\left(1-3\sqrt{2}\right)}=\dfrac{3-9\sqrt{2}}{1^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{3-9\sqrt{2}}{1-18}=\dfrac{3-9\sqrt{2}}{-17}$$

Así que:

$$\dfrac{3}{1-3\sqrt{2}}-\dfrac{3}{1+3\sqrt{2}}=\dfrac{3+9\sqrt{2}}{-17}-\dfrac{3-9\sqrt{2}}{-17}=\dfrac{3+9\sqrt{2}-3+9\sqrt{2}}{-17}=\dfrac{18\sqrt{2}}{-17}$$

n) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\frac{\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{\sqrt{3}-1-3+\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\frac{\sqrt{3}-1-3+\sqrt{3}}{2}=\frac{-4+2\sqrt{3}}{2}=-2+\sqrt{3}$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)}=\frac{\sqrt{3}+1+3+\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$$

Así que:

$$\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=-2+\sqrt{3}-\left(2+\sqrt{3}\right)=-2+\sqrt{3}-2-\sqrt{3}=-4$$

Volver a los enunciados

15 Calcula x, usando la definición de logaritmo:

a) $x = \log \dfrac{1}{100}$

b) $x = \ln \sqrt[3]{e^4}$

c) $\log x = -1$

d) $\log_4 x = 0$

e) $\log_x 81 = 4$

f) $\log \dfrac{x}{3} = 2$

Solución.

a) $x = \log \dfrac{1}{100} \rightarrow 10^x = \dfrac{1}{100} = \dfrac{1}{10^2} = 10^{-2} \rightarrow x = -2$

b) $x = \ln \sqrt[3]{e^4} \rightarrow e^x = \sqrt[3]{e^4} = e^{\frac{4}{3}} \rightarrow x = \dfrac{4}{3}$

c) $\log x = -1 \rightarrow 10^{-1} = x \rightarrow x = \dfrac{1}{10}$

d) $\log_4 x = 0 \rightarrow 4^0 = x \rightarrow x = 1$

e) $\log_x 81 = 4 \rightarrow x^4 = 81 \rightarrow x = \sqrt[4]{81} = 3$

f) $\log \dfrac{x}{3} = 2 \rightarrow 10^2 = \dfrac{x}{3} \rightarrow 100 = \dfrac{x}{3} \rightarrow x = 300$

Volver a los enunciados

16 Usa la calculadora y la propiedad de cambio de base para calcular los logaritmos:

a) $\log_2 52$ b) $\log_6 17{,}5$ c) $\log_3 253$ d) $\log_5 \sqrt{19}$

Solución.

a) $\log_2 52 = \dfrac{\log 52}{\log 2} \approx 5{,}7004$

b) $\log_6 17{,}5 = \dfrac{\log 17{,}5}{\log 6} \approx 1{,}5974$

c) $\log_3 253 = \dfrac{\log 253}{\log 3} \approx 5{,}0367$

d) $\log_5 \sqrt{19} = \dfrac{\log \sqrt{19}}{\log 5} \approx 0{,}9147$

NOTA: En todos los casos se ha redondeado a cuatro cifras decimales.

Volver a los enunciados

17 Si sabemos que $\log A = 3{,}2$, $\log B = 1{,}4$ y $\log C = -2{,}3$, calcula usando las propiedades:

a) $\log\left(\frac{A}{B}\right)^2$

c) $\log\frac{\sqrt[3]{A^2B}}{100C^{-1}}$

b) $\log\left(100A^3B^2\right)$

d) $\log\frac{A^3}{0{,}1}\cdot B^{-1}$

Solución.

a) $\log\left(\frac{A}{B}\right)^2 = \log\frac{A^2}{B^2} = \log A^2 - \log B^2 = 2\log A - 2\log B = 2\cdot 3{,}2 - 2\cdot 1{,}4 = 3{,}6$

b) $\log\left(100A^3B^2\right) = \log 100 + \log A^3 + \log B^2 = \log 100 + 3\log A + 2\log B = 2 + 3\cdot 3{,}2 + 2\cdot 1{,}4 = 14{,}4$

c) $\log\frac{\sqrt[3]{A^2B}}{100C^{-1}} = \log\frac{A^{\frac{2}{3}}\cdot B^{\frac{1}{3}}\cdot C}{100} = \log A^{\frac{2}{3}}\cdot B^{\frac{1}{3}}\cdot C - \log 100 = \log A^{\frac{2}{3}} + \log B^{\frac{1}{3}} + \log C - \log 100 =$

$= \frac{2}{3}\log A + \frac{1}{3}\log B + \log C - \log 100 = \frac{2}{3}\cdot 3{,}2 + \frac{1}{3}\cdot 1{,}4 - 2{,}3 - 2 = \frac{-5{,}1}{3} = -1{,}7$

d) $\log\frac{A^3}{0{,}1}\cdot B^{-1} = \log\frac{A^3}{0{,}1\cdot B} = \log A^3 - \log 0{,}1\cdot B = \log A^3 - \left(\log 0{,}1 + \log B\right) = 3\log A - \left(\log 0{,}1 + \log B\right) =$

$= 3\cdot 3{,}2 - (-1 + 1{,}4) = 9{,}6 - 0{,}4 = 9{,}2$

Volver a los enunciados

18 Escribe como un solo logaritmo usando las propiedades:

a) $2\log_2 A - 3\log_2 B$ b) $\ln A + 2\ln B - 1$ c) $\frac{1}{2}\log A - \frac{\log B}{3} + 2\log C$

Solución.

a) $2\log_2 A - 3\log_2 B = \log_2 A^2 - \log_2 B^3 = \log_2 \frac{A^2}{B^3}$

Escribimos 1 como logaritmo neperiano

b) $\ln A + 2\ln B - 1 = \ln A + 2\ln B - \ln e = \ln A + \ln B^2 - \ln e = \ln A \cdot B^2 - \ln e = \ln \frac{A \cdot B^2}{e}$

Reescribimos el segundo sumando

c) $\frac{1}{2}\log A - \frac{\log B}{3} + 2\log C = \frac{1}{2}\log A - \frac{1}{3}\log B + 2\log C = \log A^{\frac{1}{2}} - \log B^{\frac{1}{3}} + \log C^2 =$

$= \log \frac{A^{\frac{1}{2}}}{B^{\frac{1}{3}}} + \log C^2 = \log \frac{A^{\frac{1}{2}}}{B^{\frac{1}{3}}} \cdot C^2 = \log \frac{\sqrt{A} \cdot C^2}{\sqrt[3]{B}}$

Volver a los enunciados

19 Calcula cada uno de los logaritmos (usando la definición) y luego opera:

a) $\log_2 \frac{1}{16} - \log\ 0{,}001 + \log_3 \sqrt[3]{3^2}$ b) $\log_3 243 - \log_5 \sqrt{125} - \log_3 1$

Solución.

a) Calcularemos los tres logaritmos de forma independiente y luego realizamos la operación:

- $\log_2 \frac{1}{16}$

  $2^x = \frac{1}{16} \rightarrow 2^x = \frac{1}{2^4} \rightarrow 2^x = 2^{-4} \rightarrow x = -4 \rightarrow \log_2 \frac{1}{16} = -4$

- $\log 0{,}001$

  $10^x = 0{,}001 \rightarrow 10^x = \frac{1}{1000} \rightarrow 10^x = 10^{-3} \rightarrow x = -3 \rightarrow \log 0{,}001 = -3$

- $\log_3 \sqrt[3]{3^2}$

  $3^x = \sqrt[3]{3^2} \rightarrow 3^x = 3^{\frac{2}{3}} \rightarrow x = \frac{2}{3} \rightarrow \log_3 \sqrt[3]{3^2} = \frac{2}{3}$

Entonces:

$$\log_2 \frac{1}{16} - \log\ 0{,}001 + \log_3 \sqrt[3]{3^2} = -4 - (-3) + \frac{2}{3} = \frac{-1}{3}$$

b) Calcularemos los tres logaritmos de forma independiente y luego realizamos la operación:

- $\log_3 243$

  $3^x = 243 \rightarrow 3^x = 3^5 \rightarrow x = 5 \rightarrow \log_3 243 = 5$

- $\log_5 \sqrt{125}$

  $5^x = \sqrt{125} \rightarrow 5^x = \sqrt{5^3} \rightarrow 5^x = 5^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow \log_5 \sqrt{125} = \frac{3}{2}$

- $\log_3 1$

  $3^x = 1 \rightarrow 3^x = 3^0 \rightarrow \quad x = 0 \quad \rightarrow \quad \log_3 1 = 0$

Entonces:

$$\log_3 243 - \log_5 \sqrt{125} - \log_3 1 = 5 - \frac{3}{2} - 0 = \frac{7}{2}$$

Volver a los enunciados