Cuestiones teóricas ABAU y respuestas CIUGA

1. Definición de función continua en un punto

Una función $f(x)$ dise continua nun punto x_0 se:

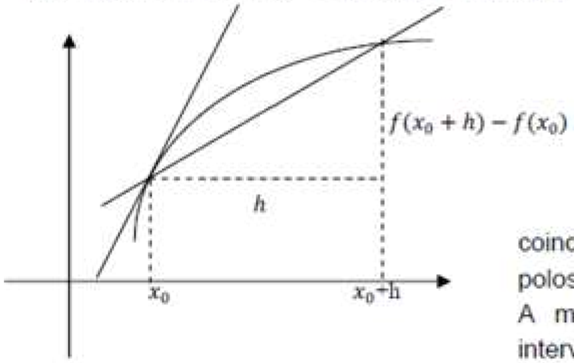
1) Existe e é finito $\lim_{x\to x_0} f(x)$
2) Existe $f(x_0)$
3) O valor da función no punto coincide co límite anterior: $f(x_0) = \lim_{x\to x_0} f(x)$

2. Definición e interpretación geométrica de derivada de una función en un punto.

Dise que $f(x)$ é derivable no punto x_0, se existe e é finito o seguinte límite:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

represéntase por $f'(x_0)$ e chámase derivada de $f(x)$ en x_0.



Interpretación xeométrica: O cociente

$$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

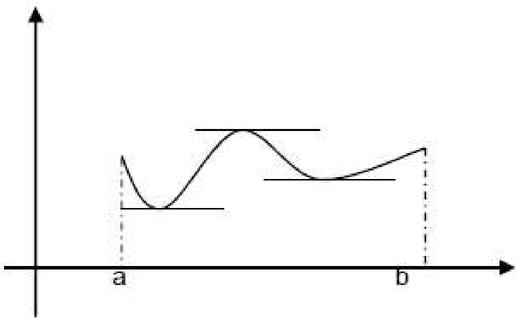
coincide coa pendente da recta secante que pasa polos puntos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_0+h, f(x_0+h))$. A medida que vai diminuindo a amplitude do intervalo $[x_0, x_0+h]$, os puntos de corte determinados polas distintas secantes fanse máis e máis próximos. No límite, a secante convírtese na tanxente.

Así, a derivada de $f(x)$, en $x = x_0$, coincide coa pendente da recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto $(x_0, f(x_0))$:

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = \text{Pendente da recta tanxente á gráfica de } f(x), \text{ en } x = x_0.$$

3. Teorema de Rolle e interpretación geométrica

Teorema de Rolle: Se $f(x)$ é continua en $[a,b]$ e derivable en (a,b) e ademais $f(a) = f(b)$, entón existe polo menos un punto $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = 0$.



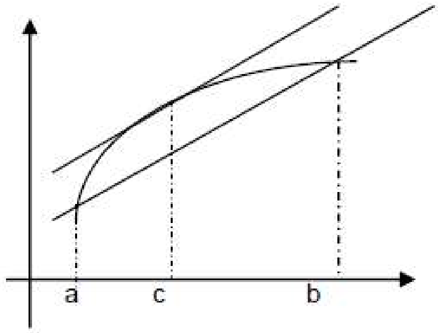
Interpretación xeométrica: Se se cumpren as hipóteses do teorema, existe polo menos un punto $c \in (a,b)$ no que a recta tanxente é paralela ao eixe de abscisas.

4. **Teorema de Bolzano**

Teorema de Bolzano: Se $f(x)$ é continua en $[a,b]$ e toma valores de distinto signo nos extremos do intervalo, é dicir $f(a) \cdot f(b) < 0$, entón existe polo menos un punto $c \in (a,b)$ tal que $f(c) = 0$.

5. **Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.**

Teorema do valor medio do cálculo diferencial: Se $f(x)$ é continua en [a,b] e derivable en (a,b), entón existe algún punto c∈(a,b) tal que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$



Interpretación xeométrica:
Nas hipótesis do teorema, existe algún punto intermedio no que a tanxente á gráfica de $f(x)$ é paralela á corda que une os puntos (a,f(a)) e (b,f(b)).

6. **Teorema fundamental del Cálculo integral**

Teorema fundamental do cálculo integral: Se $f(x)$ é una función continua en $[a,b]$, entón a función $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ é derivable e ademais $F'(x) = f(x), \forall x \in (a,b)$.

7. **Define primitiva de una función y enuncia la regra de Barrow.**

Dise que $F(x)$ é unha *primitiva* de $f(x)$ se $F'(x) = f(x)$.

Regra de Barrow: Se $f(x)$ é continua en $[a,b]$ e $F(x)$ é unha primitiva de $f(x)$, entón

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

8. **Producto vectorial**

O produto vectorial de dous vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é outro vector que se representa por $\vec{u} \times \vec{v}$ e que se obtén do seguinte modo:

1. Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son non nulos e non proporcionais, entón $\vec{u} \times \vec{v}$ e o vector de
   i. Módulo: $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot sen(\widehat{u,v})$
   ii. Dirección: perpendicular a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$
   iii. Sentido: cara arriba se $(\widehat{u,v}) < 180^0$ e cara abaixo se $(\widehat{u,v}) > 180^0$ (tomando o ángulo en sentido positivo, é dicir, contrario ao movemento das agullas do reloxo).
2. Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ son linearmente dependentes, é dicir, se algún deles é $\vec{0}$ ou se teñen a mesma dirección, entón $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$.

9. Definición de menor complementario y adjunto de una matriz cuadrada.

Dada unha matriz cadrada de orde n, chámase menor complementario do elemento a_{ij}, ao valor do determinante da matriz de orde n-1 que resulta de suprimir a fila i e a columna j. Represéntase por α_{ij}.
Chámase adxunto do elemento a_{ij} a: $A_{ij} = (-1)^{i+j}\alpha_{ij}$, é dicir é o menor complementario co seu signo ou con signo cambiado, segundo que $i + j$ sexa par ou impar.

10. Sistemas homogéneos. Justifica si tienen siempre solución.

Un sistema de ecuacións lineais dise homoxéneo cando os termos independentes son todos cero. Polo tanto, nun sistema lineal homoxéneo sempre o rango da matriz de coeficientes coincide co rango da matriz ampliada, xa que ao ser os termos independentes nulos a columna que se engade non inflúe a efectos do cálculo do rango. Polo tanto un sistema de ecuacións lineais homoxéneo é sempre compatible.