

Dist. Binomial

V. A. DISCRETA

④

n = n° ensayos o intentos o el tamaño de la muestra

p = probabilidad éxito

q = " " fracaso

μ = MEDIA = np

σ = desviación típica = $\sqrt{npq}$, σ^2 varianza

¿Cómo distinguirla?

- 1 - SOLO se consideran 2 posibilidades $\left\{ \begin{array}{l} \text{éxito} \\ \text{o} \\ \text{fracaso} \end{array} \right.$
- 2 - Estas probabilidades (p, q) son CONSTANTES
- 3 - El resultado de cada prueba es INDEPENDIENTE de los intentos anteriores

$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ = prob. de tener k -éxitos en n pruebas

No se da tabla de Binomial en la ABAU

Ejemplo: $P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

hay que calcularlas una a una y sumárlas

$$\binom{n}{k} = n \boxed{\text{ncr}} k$$

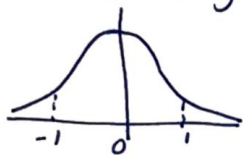
↑
tecla
calculadora

Distribución Normal Estándar $N(0,1)$

(2)

sus valores conocidos y recogidos en TABLA

Su gráfica



Campana de Gauss

$$F(k) = P(X \leq k) \quad \text{Función PAR} \\ \Rightarrow \text{simétrica eje } Y$$

* Se utiliza como modelo teórico para aproximar los valores de una Variable Aleatoria

* Su gráfica nos proporciona la densidad de probabilidades $F(k) = P(X \leq k)$

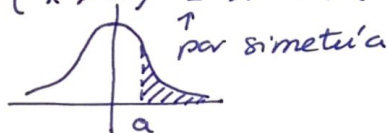
μ = media = el valor más esperado

σ = desviación típica (medida de dispersión)

* en el caso estándar $\mu = 0$ y $\sigma = 1$

* $P(X \leq a) = \text{TABLA}$ (se mira fácilmente en la TABLA)

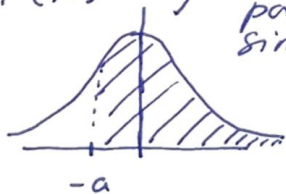
* $P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - \text{TABLA}$



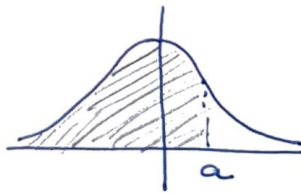
* $P(X \leq -a) = P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - \text{TABLA}$



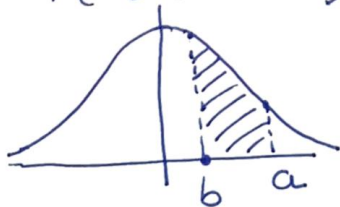
* $P(X > -a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - \text{TABLA}$



=

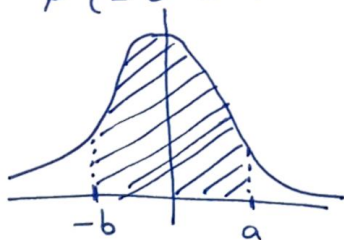


* $P(b < X < a) = P(X < a) - P(X < b) = \text{TABLA} - \text{TABLA}$



En cada caso conviene hacer el dibujo aprox.

* $P(-b < X < a) = P(X < a) - P(X < -b) =$
 $= P(X < a) - P(X > b) = P(X < a) - [1 - P(X < b)]$
 $= P(X < a) + P(X < b) - 1$



Tipificación transformamos una V.A. Normal $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ en una $X' \in \mathcal{N}(0, 1)$ para poder utilizar la TABLA

$$X' = \frac{X - \mu}{\sigma} \in \mathcal{N}(0, 1)$$

$$\text{Así } P(X < k) = P(X' < \frac{k' - \mu}{\sigma'}) = \text{TABLA}$$

NORMALIZACIÓN

En algunos casos se puede aproximar una V.A. discreta a una continua con dist. normal

$$X \in \text{Bi}(n, p) \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \text{puedo aproximar } X \sim X' \in \mathcal{N}(\mu, \sigma) \\ \text{t.q. } np > 5 \\ \quad nq > 5 \end{array} \right. \quad \text{donde } \mu = np \\ \sigma = \sqrt{npq}$$

YATES

Al normalizar siempre se comete error que debe ser corregido si pasamos V.A. DISCRETA $\Rightarrow$ V.A. CONTINUA

$$X \in \text{Bi}(n, p) \sim X' \in \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

los valores de X son ptos. aislados

15 16 17 18

al normalizarla pasamos a continua y tenemos que ver qué hacer con esos intervalos

15 16 17 18

si $P(X \leq 17) = \dots$

15 16 17 ... no hay duda

pero al pasar a continua:

15 16 17 18

~ con los que son < 17

no hay duda quedan dentro del intervalo

~ los que son mayores que 18, tampoco hay duda: quedan todos FUERA del int.

~ ¿pero qué hago con los que están entre 17 y 18?

$\Rightarrow$ se reparten la mitad para cada lado (medio pto a cada lado)

$$\text{Así } P(X \leq 17) = P(X' < 17.5)$$

YATES

La idea siempre es AMPLIAR el intervalo MEDIO PTO.

Más ejemplos

$$P(12 \leq X < 15)$$

$X \in B_i(n, p) \sim X' \in N(\mu, \sigma)$ ⑨
DISCRETA CONTINUA

$$\mu = np$$

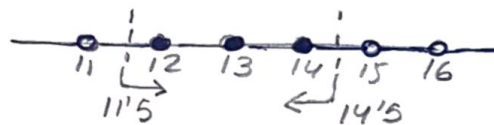
$$\sigma = \sqrt{npq}$$



claramente estos si están

al pasar a $X' \in N(\mu, \sigma)$

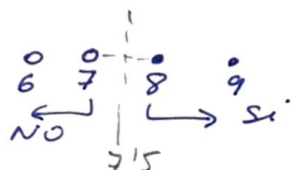
$$* P(11.5 < X' < 14.5)$$



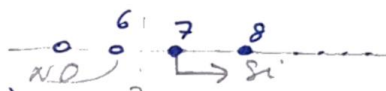
(Ver video del A.V.)

$$* P(X > 7)$$

" Yates

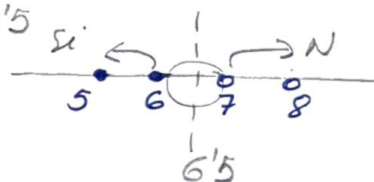


$$P(X' > 7.5)$$

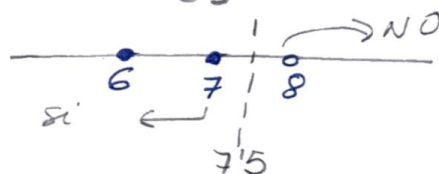


$$* P(X \geq 7) = P(X' > 6.5)$$

$$* P(X < 7) = P(X' < 6.5)$$



$$* P(X \leq 7) = P(X' < 7.5)$$



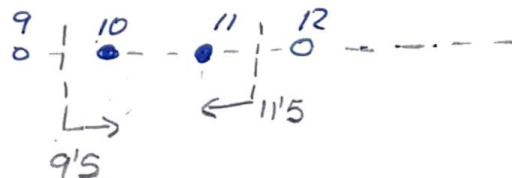
$$* P(X = 7) = P(7 \leq X \leq 7) =$$

$$= P(6.5 < X' < 7.5)$$



$$* P(9 < X \leq 11)$$

$$P(9.5 < X' < 11.5)$$



$$* P(17 \leq X \leq 19)$$

$$= P(16.5 < X' < 19.5)$$



Lo que es muy importante es el orden:

- 1º YATES
 - 2º TIPIFICAR
 - 3º TABLA
- (siempre ANTES de tipificar)

Resumen

$$X \in Bi(n, p)$$

(5)
 $n =$ "n° ensayos, intentos, tamaño de la muestra"
 $p =$ prob. éxito
 $q =$ prob. fracaso $= 1 - p$
 $\mu = n \cdot p$; $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$

Distinguirla

- 1° Sólo 2 posibilidades: ÉXITO o FRACASO
- 2° Las probabilidades p y q constantes
- 3° El resultado de cada prueba indep. de las anteriores

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$$

(NO) DAN TABLAS $Bi(n, p)$
EN LA ABAU

D. Normal $N(0, 1)$ SÓLO DAN LA TABLA $N(0, 1)$

$X \in N(\mu, \sigma)$ $\mu =$ media, $\sigma =$ desviación típica

$$\Rightarrow X' = \frac{X - \mu}{\sigma} \in N(0, 1) \quad (\text{TIPIFICACIÓN})$$

- 1° tipificar
- 2° TABLA

$$P(X < a) = \text{TABLA}$$

para los demás casos: dibujar

$$P(a < X < b) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tipificar}}}{P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} < X' < \frac{b - \mu}{\sigma}\right)}$$

Por ser V.A. continua $P(X=a) = 0$ siempre
no tiene sentido distinguir entre $< 0, \leq$
 $> 0, \geq$

Aproximación de $\overline{Bi(n, p)} \rightarrow \overline{N(np, \sqrt{npq})}$
discreta continua

~ al pasar de discreta $\rightarrow$ continua siempre 1° YATES

~ para poder pasar $\left. \begin{array}{l} n \cdot p > 5 \\ n \cdot q > 5 \end{array} \right\}$ corrección de
0.5 ptes. ampliando
el intervalo

El orden es

- 1° YATES
- 2° TIPIFICAR
- 3° TABLA

Ejemplo de YATES

$$\begin{aligned} P(10 < X \leq 15) &= P(10.5 < X' < 15.5) \\ P(12 \leq X < 15) &= P(11.5 < X' < 14.5) \\ P(X > 7) &= P(X' > 7.5) \\ P(X \geq 7) &= P(X' > 6.5) \\ P(X < 7) &= P(X' < 6.5) \\ P(X \leq 7) &= P(X' < 7.5) \\ P(X = 7) &= P(6.5 < X' < 7.5) \end{aligned}$$