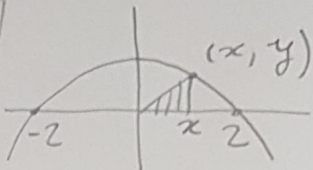


1

GALICIA
EXT
2019

Ficha Optimización 2022 ①

$$\text{Área} = \frac{xy}{2} \text{ FUNCIÓN}$$

$$y = 4 - x^2 \text{ CONDICIÓN}$$

paso 4 $\rightarrow y = 4 - x^2$

paso 5 $\rightarrow A(x) = \frac{x(4-x^2)}{2} = \frac{4x-x^3}{2} = 2x - \frac{x^3}{3}$

paso 6 $\rightarrow A'(x) = 2 - \frac{3}{2}x^2$

paso 7 $\rightarrow A'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$

Como es en el 1^{er} cuadrante sólo vale $+\frac{2}{\sqrt{3}}$

paso 8 $\rightarrow A''(x) = -3x$; $A''(\frac{2}{\sqrt{3}}) = -\frac{6}{\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow$ MÁXIMO

Solución

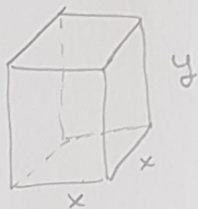
cateto $x = \frac{2}{\sqrt{3}} \mu \checkmark$

hipotenusa $\frac{\sqrt{76}}{3}$

cateto $y = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \mu \checkmark$

área máximo $= \frac{8}{3\sqrt{3}} \mu^2$

2

GALICIA
ORD
2017

$$V = x^2 y = 80 \text{ dm}^3 \rightarrow \text{CONDICIÓN}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Coste tapa} + \text{Coste sup. lateral} = \\ = 2(x^2 + 4xy) \\ \text{coste base} = x^2 \end{array} \right.$$

$$\text{Coste} = 2(x^2 + 4xy) + x^2 = 5x^2 + 8xy \text{ FUNCIÓN}$$

paso 4 y 5: $y = \frac{80}{x^2}$; $C(x) = 5x^2 + 8x \left(\frac{80}{x^2} \right) =$

$$= 5x^2 + \frac{640}{x}$$

obviamente $x > 0$
 $x > 0$

paso 6 y 7 $C'(x) = 10x - \frac{640}{x^2} = 0 \Rightarrow 10x = \frac{640}{x^2} \Rightarrow 10x^3 = 640 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^3 = \frac{640}{10} \Rightarrow x^3 = 64 \Rightarrow x = 4$

paso 8 : $C''(x) = 10 - \frac{640 \cdot 2x}{x^4} = 10 + \frac{1280}{x^3}$; $C''(4) > 0 \Rightarrow$ MÍNIMO

Solución $x = 4 \text{ dm}$
 $y = 5 \text{ dm}$

[3]

70 cm longitud

pág 2

GALICIA
EXT
2014

x

2x

y

$$3x + y = 70 \quad \text{CONDICIÓN}$$

$$A = \frac{x^2}{16} + \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \quad \text{FUNCIÓN}$$

x/4

x/2

y/4

x/2

y/4

$$y = 70 - 3x$$

$$A(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{x^2}{4} + \frac{(70 - 3x)^2}{16} = \frac{14x^2 - 420x + 4900}{16}$$

$$A'(x) = \frac{28x - 420}{16}$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 28x = 420 \Rightarrow x = 15$$

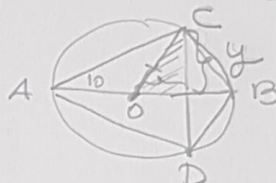
$$A''(x) = \frac{28}{16} > 0 \Rightarrow \text{Mínimo}$$

Solución: el hilo se divide en 3 trozos de $15, 30$ y 25 cm ✓

[4] radio circunf. grande es 10

$$100 = x^2 + y^2 \quad \text{CONDICIÓN}$$

$$x? \quad \text{Área}(A \triangle C) - \text{Área}(B \triangle D) = \text{sea Máxima}$$



triáng. rectángulo

$$10 \triangle y$$

GALICIA
ORD
2013

$$2 \left(\frac{(10+x)y}{2} \right) - 2 \left(\frac{(10-x)y}{2} \right) = 2xy \quad \text{FUNCIÓN}$$

$$y = \sqrt{100 - x^2}$$

$$F(x) = 2x \sqrt{100 - x^2}; \quad F'(x) = 2 \sqrt{100 - x^2} + 2x \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} =$$

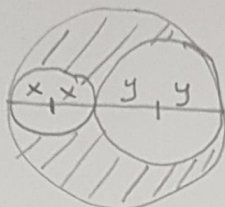
$$= \frac{2(100 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = \frac{2(100 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = \frac{200 - 2x^2 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}} =$$

$$= \frac{200 - 4x^2}{\sqrt{100 - x^2}}; \quad F'(x) = 0 \Rightarrow 200 - 4x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 200$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{200}{4} = 50 \Rightarrow x = +\sqrt{50} \quad \text{u. de medida}$$

$$\sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2} \quad \text{u. de medida}$$

5

GALICIA
ORD
2011

$$2x + 2y = 20$$

$$\cdot \begin{cases} x + y = 10 & \text{CONDICIÓN} \\ y = 10 - x \end{cases}$$

p.3

$$\text{Área rayada} = \text{Área de la unión} - \text{Área del círculo } x - \text{Área del círculo } y =$$

$$= \left[\pi 10^2 - \pi x^2 - \pi y^2 \right] \text{ FUNCIÓN}$$

$$\cdot A(x) = 100\pi - x^2\pi - (10-x)^2\pi = (100 - x^2 - 100 + 20x - x^2)\pi = (-2x^2 + 20x)\pi$$

$$\cdot A'(x) = -2\pi \cdot 2x + 20 \cdot \pi = -4\pi x + 20\pi$$

$$\cdot A'(x) = 0 \Rightarrow 20\pi = 4\pi x \Rightarrow x = \frac{20\pi}{4\pi} = \boxed{5} \text{ cm}$$

$$\cdot y = 10 - 5 = 5 \text{ cm}$$

Para ver si máx. ó mín.

$$A''(x) = -4\pi < 0 \Rightarrow \text{MÁX.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \Rightarrow d_1 = 10 \text{ cm} \\ y=5 \Rightarrow d_2 = 10 \text{ cm} \end{cases} \checkmark$$

Solu.

6

$$40 = x + y \text{ CONDICIÓN}$$

$$x^3 y^2 = F \text{ FUNCIÓN}$$

$$\rightarrow y = 40 - x$$

$$\rightarrow F(x) = x^3 (40-x)^2 = 1600x^3 - 80x^4 + x^5$$

$$F'(x) = 4800x^2 - 320x^3 + 5x^4$$

$$F''(x) = 9600x - 960x^2 + 20x^3$$

$$\rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=24 \\ x=40 \end{cases}$$

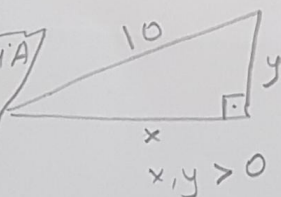
$$\boxed{F''(24) < 0 \rightarrow \text{Máx}}$$

$$F''(40) > 0 \rightarrow \text{Mínimo}$$

$$F''(0) = 0 \text{ (pto silla)}$$

$$\boxed{\text{Solución } x=24; y=40-24=16} \checkmark$$

7

GALICIA
ORD
2006

$$x, y > 0$$

$$\boxed{100 = x^2 + y^2} \text{ CONDICIÓN} \Rightarrow y = +\sqrt{100 - x^2}$$

$$\boxed{A = \frac{xy}{2}} \text{ FUNCIÓN}$$

$$A(x) = \frac{x\sqrt{100-x^2}}{2}; A'(x) = \frac{50-x^2}{\sqrt{100-x^2}}$$

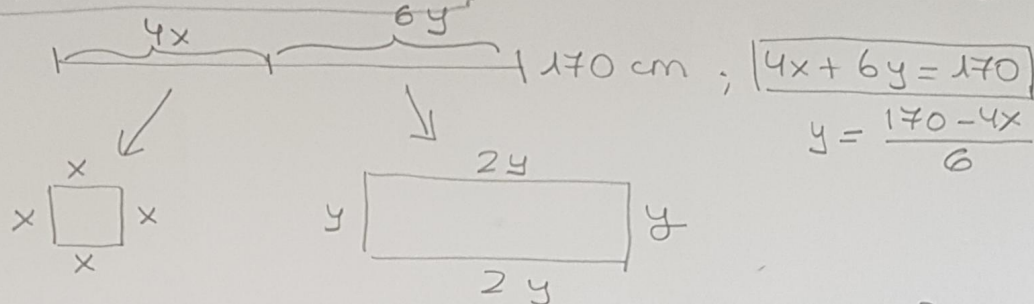
$$A'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{50}$$

$$\text{Signo } A' \quad \oplus \quad \ominus$$

$$\nearrow \sqrt{50} \searrow \text{ es Máx.}$$

solución

$$\begin{cases} x = \sqrt{50} \\ y = \sqrt{50} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5\sqrt{2} \\ y = 5\sqrt{2} \end{cases} \checkmark$$



$$A = x^2 + 2y^2 \text{ FUNCIÓN ; } A(x) = x^2 + 2 \frac{(170 - 4x)^2}{36} =$$

$$= \frac{17x^2 + 141450 - 680x}{9} \quad (\text{FotoMath})$$

$$A'(x) = \frac{34}{9}x - \frac{680}{9} \Rightarrow A'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{34}{9}x = \frac{680}{9} \Leftrightarrow x = \frac{680}{34} = 20$$

$x = 20 \text{ cm}$

¿Mínimo? $A''(x) = \frac{34}{9} > 0 \Rightarrow \text{Mínimo, Sí}$

Los trozos son :

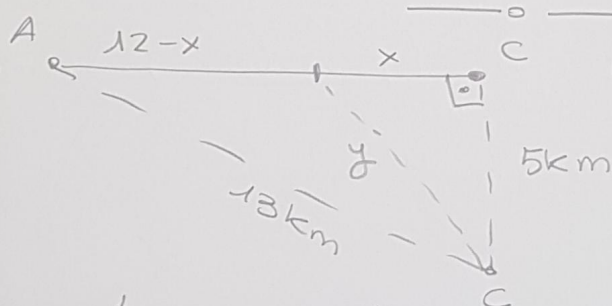
$$4x = 4 \cdot 20 = 80 \text{ cm}$$

$$\text{el otro } 170 - 80 = 90 \text{ cm}$$

Solución

9

GALICIA
ORD.
2004



$$d_{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ km}$$

$$y^2 = x^2 + 25 \text{ CONDICIÓN}$$

$x > 0$
 $y > 0$

Tiempo = $t_{\text{caminando}} + t_{\text{trazando}} = \frac{12-x}{5} + \frac{y}{3}$ FUNCIÓN

$v_{\text{cam}} = \frac{5 \text{ km}}{\text{h}} \quad v_{\text{traz}} = \frac{3 \text{ km}}{\text{h}}$

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v}$$

$$y = \sqrt{x^2 + 25} \Rightarrow T(x) = \frac{12-x}{5} + \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{3}$$

$$T'(x) = -\frac{1}{5} + \frac{x}{3\sqrt{x^2 + 25}} = -\frac{1}{5} + \frac{x}{x^2 + 25}$$

$$T'(x) = 0 \Rightarrow (5x)^2 = (3\sqrt{x^2 + 25})^2 \Rightarrow 25x^2 = 9(x^2 + 25) ;$$

$$16x^2 = 225 \Rightarrow x = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ km} \quad (\text{tiene q. ser } x > 0)$$

$$y = \sqrt{\left(\frac{15}{4}\right)^2 + 25} = 6'25 \text{ km (la distancia que nadó)}$$

Comprobar si mínimo

Signo T'

$$\begin{array}{c} \ominus \qquad \qquad \oplus \\ \hline \qquad \qquad 1 \\ \qquad \qquad \frac{15}{4} \end{array}$$

Si, es mínimo.

Piden $12 - x = 12 - 3'75$

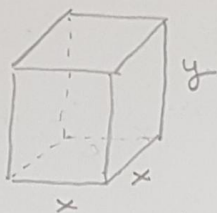
$T'(3) < 0$

$T'(4) > 0$

= 8'25 km distancia desde A al pto en el que se tiró al agua

10

ARAGON
EXT.
2021



$V = 64 \text{ m}^3 \Rightarrow \overline{x^2 y = 64} \text{ condición}$

Coste = Coste de la base + Coste laterales =

$$= 140x^2 + 4 \cdot 40xy = 140x^2 + 280xy$$

↑
son 4 laterales

$$C(x) = 140x^2 + 280x \left(\frac{64}{x^2} \right) = 140x^2 + \frac{17920}{x}$$

$x > 0$

$$C'(x) = 280x - \frac{17920}{x^2} = 0 \Rightarrow 280x^3 - 17920 = 0$$

↑
 $x > 0$
 $x \neq 0$

$$x^3 = \frac{17920}{280} = 64 \Rightarrow x = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = \boxed{4} \text{ m}$$

$$\Rightarrow y = \frac{64}{16} = 4 \text{ m}$$

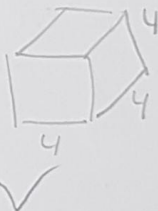
Sol: dimensiones son un cubo de 4m de lado

Comprobación si mínimo

Signo C'

$$\begin{array}{c} \ominus \qquad \qquad \oplus \\ \hline \qquad \qquad 4 \end{array}$$

Si, es mínimo.



11
ASTURIAS
ORD
2021

$$\left. \begin{aligned} x+y+z &= 90 \\ z &= \frac{x+y}{2} \end{aligned} \right\} \underline{\text{2 condiciones}}$$

Función = $x y z$

$$\left. \begin{aligned} x+y+z &= 90 \\ z &= \frac{x+y}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x+y+\frac{x+y}{2} = 90 ; \frac{2x+2y+x+y}{2} = 90$$

$$\frac{3x+3y}{2} = 90 ; 3x+3y = 180 ; \boxed{x+y=60}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 60 - x} \text{ y } \boxed{z = \frac{x+y}{2}} \text{ sustituyendo en la}$$

Función: $F(x) = x \cdot (60-x) \cdot \frac{x+60-x}{2} = x(60-x)30$

$$F(x) = (-x^2 + 60x)30$$

$$F'(x) = 30(-2x + 60) = 0 \Leftrightarrow -2x = -60 \Leftrightarrow \boxed{x=30}$$

$$F''(x) = 30(-2) < 0 \Rightarrow \text{MÁXIMO}$$

$$y = 60 - x \Rightarrow y = 60 - 30 = 30$$

$$z = \frac{x+y}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

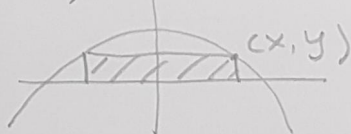
los n^{os} buscados son 30, 30 y 30 ✓

El producto se maximiza cuando los tres n^{os} son iguales a 30

12

ASTURIAS
EXT.
2021

Faltaba el dibujo (si lo daban)



$$3y = 36 - x^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{y = \frac{36 - x^2}{3}} \quad \begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

CONDICIÓN

en realidad piden el rectángulo de área máxima inscrito en la parábola y en 1^{er} y 2^o cuadrante

$$A = xy = x \frac{36 - x^2}{3} = \frac{36x - x^3}{3}$$

(como muestra el dibujo)

$$A'(x) = \frac{36}{3} - \frac{3x^2}{3} = 12 - x^2 ; A'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 12 \mid \Rightarrow x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$A''(x) = -2x ; A''(2\sqrt{3}) = -4\sqrt{3} < 0 \Rightarrow \text{MÁXIMO}$$

$$y = \frac{36 - x^2}{3} = \frac{36 - 12}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

sol. $\leftarrow \begin{matrix} \boxed{x = \sqrt{12} \text{ u. medida}} \\ \boxed{y = 8 \text{ u. medida}} \end{matrix}$

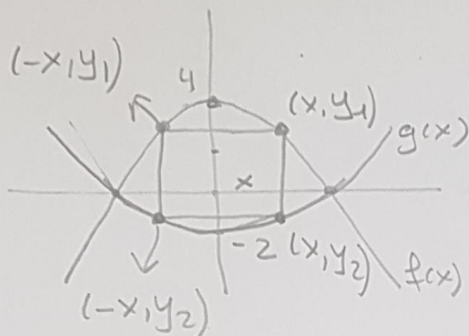
13

dibujamos gráficas $f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$; $g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$

P. 7

$f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$ parábola cóncava
vértice $x=0, y=4$
ptos de corte $\pm\sqrt{12}$

$g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$ parábola convexa
vértice $x=0, y=-2$
ptn corte $\pm\sqrt{12}$



calculamos vértices
y área

base $2x$

altura $y_1 + y_2 = y$

$$y_1 = f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$$

$$y_2 = g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$$

$$\text{Área} = 2 \times y = 2 \times \left(4 - \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{6} - 2\right) = 4x - \frac{x^3}{3}$$

$$A'(x) = 4 - \frac{3x^2}{3} = 4 - x^2 ; A'(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$x > 0 \rightarrow \text{¡ojo!}$

$$A''(x) = -2x ; A''(2) = -4 < 0 \Rightarrow \text{Máximo}$$

Vértices

$$\left(-2, \frac{8}{3}\right) \quad \left(2, \frac{8}{3}\right)$$

$$\left(-2, -\frac{4}{3}\right) \quad \left(2, -\frac{4}{3}\right)$$

$$y_1 = 4 - \frac{x^2}{3} = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$y_2 = \frac{x^2}{6} - 2 = \frac{4}{6} - 2 = -\frac{4}{3}$$

La base mide $= 2 + 2 = 4$ unidades de medida

La altura mide $= \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$ unidades de medida

$$\text{Área} = 16 \text{ u}^2$$

(Es un cuadrado)

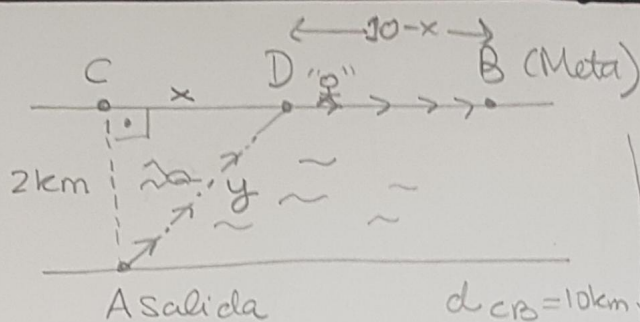
→ Solución ✓

$$f(x) = -x^2 + 12$$

16

99

a)



$$\left. \begin{aligned} t_{nadaando} &= \frac{y}{4} \\ t_{caminando} &= \frac{10-x}{12} \end{aligned} \right\}$$

Pitágoras: $y^2 = 4 + x^2 \Rightarrow y = \sqrt{4+x^2}$
 $y > 0$
 $x > 0$

$$T(x) = \frac{y}{4} + \frac{10-x}{12} = \left[\frac{\sqrt{4+x^2}}{4} + \frac{10-x}{12} \right] \text{ c.g.d.}$$

$$b) T'(x) = \frac{\cancel{2}x}{4 \cdot \cancel{2}\sqrt{4+x^2}} + \frac{-1}{12} = \frac{x}{4\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{12}$$

$$T'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x}{4\sqrt{4+x^2}} = \frac{1}{12} \Rightarrow 12x = 4\sqrt{4+x^2}$$

$$3x = \sqrt{4+x^2} \Rightarrow 9x^2 = 4+x^2 \Rightarrow 8x^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ comprobamos que vale } 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{4 + \frac{1}{2}} = 0?$$

ojo! $x > 0$

¿mínimo? miramos signo de T'

$$T'(x) = \frac{3x - \sqrt{4+x^2}}{12\sqrt{4+x^2}}$$

$$3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} \text{ sí Vale}$$

$12\sqrt{4+x^2} \rightarrow$ esto siempre es $\oplus$
 basta mirar el signo de $3x - \sqrt{4+x^2}$

$$\begin{array}{c} \ominus \qquad \oplus \\ \hline \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \text{ km} \end{array}$$

$\Rightarrow$ es Mínimo
Sí

Solución

$$T'(0) < 0$$

$$T'(1) > 0$$

Solución: Punto D es:

Tiempo que tarda $T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 1.3 \text{ h} \approx 1 \text{ h } 18'$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707 \text{ km}$$

17

(P.10)

$$4y + 3x = 240 \text{ m} \quad y = \frac{240 - 3x}{4}$$

$$4y + 3x = 240 \text{ COND.}$$

(Fija el enunciado
quién tiene
que ser x)

$$A(x) = y^2 + (x \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} x) \frac{1}{2} = y^2 + x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = y^2 + \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$A(x) = \left(\frac{240 - 3x}{4} \right)^2 + \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A'(x) = 2 \left(\frac{240 - 3x}{4} \right) \cdot \left(-\frac{3}{4} \right) + \frac{2\sqrt{3}}{4} x =$$

$$= -\frac{240 - 3x}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} x = -120 \cdot \frac{3}{4} + \frac{9x}{8} + \frac{\sqrt{3}}{2} x =$$

$$= -90 + \frac{9}{8}x + \frac{\sqrt{3}}{2}x = \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{8} \right) x - 90 \right]$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{90}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{8}} \approx \boxed{45'2}$$

$$A''(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{9}{8} \right) > 0 \Rightarrow \text{mínimo}$$

Áreas?
mínimas

$$x \approx 45'2 \Rightarrow y = \frac{240 - 3 \cdot 45'2}{4} \approx \boxed{26'1}$$

$$\text{El área mínima será } A(45'2) \approx \boxed{1.565'87 \text{ m}^2} \checkmark$$

b) Para construirlo hará falta dividir el cable
en un trozo de $3 \cdot x \approx 135'6085 \text{ m}$ (para el triáng.)
(para el cuadrado $240 - 135'6085$)