

1. Calcula el dominio

a) $y = \frac{x^2-1}{\ln(1-x^2)}$

b) $y = 2x + e^{-x}$

c) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

d) $y = \frac{\ln(x-3)}{x^2-5}$

e) $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x-3}}$

f) $y = \begin{cases} \frac{(\cos x)^2-1}{\sin x} & \text{si } x < 0 \\ 2x - \frac{3}{x^2-1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

2. Calcula k para $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + kx + 5} - \sqrt{x^2 - 3x}) = 4$

3. Calcula a para $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + ax + 1}) = 1$

4. Calcula el valor de los parámetros para que las funciones sean continuas:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ kx & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -2 \\ ax^2 + bx & \text{si } -2 \leq x \leq 4 \\ x - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + ax + a - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x-1) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

5. Halla los valores de a y b para que la gráfica tenga una asíntota vertical en $x = 2$ y una asíntota oblicua de pendiente 2

$$f(x) = \frac{ax^2 + 3}{x + b}$$

6. Estudia la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x < 1 \\ x \cdot e^{1-x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

7. Calcula los valores de a y b para que la función $f(x)$ sea derivable en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{si } x \leq 2 \\ bx^2 + 7x - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

8. Calcula los valores de a y b para que la función $f(x)$ sea derivable en $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2 - b}{4} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

9. Calcula el valor de los parámetros para la función sea derivable

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 0 \\ 2a + b \sin x, & x > 0 \end{cases}$$

10. Hallar el área del triángulo determinado por los ejes coordenados y la tangente a la curva $xy = 1$ en el punto $x = 1$.

11. Dibuja la región limitada por la curva $f(x) = (x-1)(x+2)$ y las rectas $x = -3, x = 2$ y el eje de abscisas.

12. Determinar los valores del parámetro b , para qué las tangentes a la curva: $f(x) = b^2x^2 + 3x + 9$ en los puntos de abscisas $x = 1, x = 2$, sean paralelas.

13. Hallar los coeficientes de la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, sabiendo que su gráfica pasa por $(0, 3)$ y por $(2, 1)$, y en este último punto su tangente tiene de pendiente 3.

14. La gráfica de la función $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos $(2, 3)$ y $(3, 13)$, siendo la tangente a la misma, en el punto de abscisa 1, paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Hallar el valor numérico de a, b, c .

15. Dada $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, determina a, b, c, d sabiendo que la curva pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(2, 3)$, y que rectas tangentes en los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = -2$ son paralelas al eje OX.

16. Sabiendo que el límite existe y es finito calcula el valor del parámetro a y el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \cdot \sin x + x \cdot \cos(3x)}{x^2}$$

17. Halla a y b sabiendo que la siguiente función es continua en todo \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + \cos x - a \cdot e^x}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ b & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

18. Calcula a y c para que la función sea derivable y $f'(0)=5$, $f(0)=f(5)$ siendo

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2, & x < 0 \\ c + \sqrt{x-1}, & x \geq 0 \end{cases}$$

19. Estudia continuidad y derivabilidad de

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$$

20. Estudia monotonía, extremos y asíntotas de la función:

$$f(x) = \frac{4x^2 + 3x + 4}{x}$$

21. Calcula el valor de a para que la función $f(x) = xe^{-ax}$ tenga un extremo relativo en $x = 1$. En ese caso justifica si el extremo es un máximo o un mínimo.

22. En qué puntos de la gráfica de la función $f(x) = \frac{x-1}{2x+2}$ su recta tangente es paralela a la recta $y - x + 2 = 0$

23. Calcula los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos 2x - \sin 2x}{x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 4x - 6}{3 - \sqrt{x+6}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x^2 + x + 2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2 + x}{\ln(x+1) + x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\tan x - \sin x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x^3 + 3x^2 + 2x}$

24. Estudio completo y gráfica de las funciones:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4}$$