

1. Calcula el dominio

a) $y = \frac{x^2-1}{\ln(1-x^2)}$

b) $y = 2x + e^{-x}$

c) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

d) $y = \frac{\ln(x-3)}{x^2-5}$

e) $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x-3}}$

f) $y = \begin{cases} \frac{(\cos x)^2-1}{\sin x} & \text{si } x < 0 \\ 2x - \frac{3}{x^2-1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

2. Calcula
- k
- para
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+kx+5} - \sqrt{x^2-3x}) = 4$

3. Calcula
- a
- para
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2+ax+1}) = 1$

4. Calcula el valor de los parámetros para que las funciones sean continuas:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{si } x \leq -2 \\ kx & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -2 \\ ax^2 + bx & \text{si } -2 \leq x \leq 4 \\ x - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + ax + a - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x-1) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

5. Halla los valores de
- a
- y
- b
- para que la gráfica tenga una asíntota vertical en
- $x = 2$
- y una asíntota oblicua de pendiente 2

$$f(x) = \frac{ax^2+3}{x+b}$$

6. Estudia la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x < 1 \\ x \cdot e^{1-x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

7. Calcula los valores de
- a
- y
- b
- para que la función
- $f(x)$
- sea derivable en
- $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{si } x \leq 2 \\ bx^2 + 7x - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

8. Calcula los valores de
- a
- y
- b
- para que la función
- $f(x)$
- sea derivable en
- $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2-b}{4} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

9. Calcula el valor de los parámetros para la función sea derivable

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 0 \\ 2a + b \sin x, & x > 0 \end{cases}$$

10. Hallar el área del triángulo determinado por los ejes coordenados y la tangente a la curva
- $xy = 1$
- en el punto
- $x = 1$
- .

11. Dibuja la región limitada por la curva
- $f(x) = (x-1)(x+2)$
- y las rectas
- $x = -3$
- ,
- $x = 2$
- y el eje de abscisas.

12. Determinar los valores del parámetro
- b
- , para qué las tangentes a la curva:
- $f(x) = b^2x^2 + 3x + 9$
- en los puntos de abscisas
- $x = 1$
- ,
- $x = 2$
- , sean paralelas.

13. Hallar los coeficientes de la ecuación
- $y = ax^2 + bx + c$
- , sabiendo que su gráfica pasa por
- $(0, 3)$
- y por
- $(2, 1)$
- , y en este último punto su tangente tiene de pendiente 3.

14. La gráfica de la función
- $y = ax^2 + bx + c$
- pasa por los puntos
- $(2, 3)$
- y
- $(3, 13)$
- , siendo la tangente a la misma, en el punto de abscisa 1, paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Hallar el valor numérico de
- a, b, c
- .

15. Dada $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, determina a, b, c, d sabiendo que la curva pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(2, 3)$, y que rectas tangentes en los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = -2$ son paralelas al eje OX.

16. Sabiendo que el límite existe y es finito calcula el valor del parámetro a y el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \cdot \sin x + x \cdot \cos(3x)}{x^2}$$

17. Halla a y b sabiendo que la siguiente función es continua en todo \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + \cos x - a \cdot e^x}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ b & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

18. Calcula a y c para que la función sea derivable y $f'(0)=5$, $f(0)=f(5)$ siendo

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2, & x < 0 \\ c + \sqrt{x-1}, & x \geq 0 \end{cases}$$

19. Estudia continuidad y derivabilidad de

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$$

20. Estudia monotonía, extremos y asíntotas de la función:

$$f(x) = \frac{4x^2 + 3x + 4}{x}$$

21. Calcula el valor de a para que la función $f(x) = xe^{-ax}$ tenga un extremo relativo en $x = 1$. En ese caso justifica si el extremo es un máximo o un mínimo.

22. En qué puntos de la gráfica de la función $f(x) = \frac{x-1}{2x+2}$ su recta tangente es paralela a la recta $y - x + 2 = 0$

23. Calcula los límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos 2x - \sin 2x}{x^3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 4x - 6}{3 - \sqrt{x+6}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x^2+x+2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2 + x}{\ln(x+1) + x}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\tan x - \sin x}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x^3 + 3x^2 + 2x}$$

24. Estudio completo y gráfica de las funciones:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4}$$