FICHA REPASO ANÁLISIS MATEMÁTICO

1. (MUY COMPLETO) Dada la función $f(x) = (x-a)e^x$
   a. Determina a para que tenga un punto crítico en $x = 0$.
   b. Para $a = 1$, haz un estudio completo de la función (dominio, continuidad, derivabilidad, puntos de corte, asíntotas, monotonía y curvatura) y un esbozo de su gráfica.

2. (ASÍNTOTAS CON PARÁMETROS) Se sabe que la gráfica de la siguiente función tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto (1, 1) y tiene pendiente 2. Calcula a y b.

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x-1}$$

3. (CONTINUIDAD, PARÁMETROS, L´HOPITAL, COMPLICADO) Calcula el parámetro para que la siguiente función sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} (3x-6)e^x & si\ x \leq 0 \\ \dfrac{36(\sin x - ax)}{x^3} & si\ x > 0 \end{cases}$$

4. (PARÁMETROS CLÁSICO y fácil) Calcula el valor de los parámetros a y b sabiendo que son positivos y que la siguiente función tiene un punto crítico en (1,2) $f(x) = \dfrac{bx^2}{1+ax^4}$

5. (CLÁSICO PARÁMETROS) Calcula el valor de los parámetros a y b para que la siguiente función sea continua y tenga en x=-1 un extremo relativo, en dicho caso comprueba que tipo de extremo es.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + bx + 2 & x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{ax} & x > 0 \end{cases}$$

6. (LÍMITES LOGARÍTMICOS CON L´HOPITAL Y PARÁMETRO, INTERESANTE) Calcular el valor del parámetro a sabiendo que

$$\lim_{x \to 0} (1 - \sin^2 x)^{\frac{a}{x^2}} = 2$$

7. (PARÁMETROS, CONTINUIDAD) Calcule los valores de $a \in$ □ para que la función sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} 5 - ax^2 & si \quad x \leq 1 \\ \dfrac{6}{ax} & si \quad x > 1 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

8. (LÍMITES LOGARÍTMICOS Y L´HOPITAL) Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to 1} \left(sen\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^{\frac{1}{(1-x)^2}}$$

9. Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{e^x}{x^3 - x}$$

a. Estudie la existencia de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas. Calcúlelas cuando existan.
b. Calcule la recta tangente a la curva en el punto $x = 2$.

10. (PARÁMETROS, SENCILLO) Calcula los valores de a y b para que en el punto de abscisa x = 2 las dos parábolas tengan la misma recta tangente. Calcula dicha recta tangente.

$$y_1 = x^2 - 2x + 3 \quad \text{e} \quad y_2 = ax^2 + b$$

11. (PARÁMETROS, MUY FÁCIL) Determina razonadamente los valores de a y b para que la gráfica de la función pase $f(x) = ax^3 - 2x^2 - x + b$ con $a, b \in \mathbb{R}$. por el punto (1, 2) y la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en este punto sea 1.

12. Determina razonadamente los valores de a y b para que la siguiente función sea continua y derivable en x = 0

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & x < 0 \\ be^x & x \geq 0 \end{cases}$$

13. (LÍMITES LHOPITAL, FÁCIL) Calcula razonadamente:

$$\lim_{x \to 2} \frac{e^{x-2} - 1}{2x - 4}$$

14. CONTINUIDAD, DISCONTINUIDADES, FÁCIL Estudia continuidad y derivabilidad de la función siguiente, calcula dominio y si los tiene, puntos y tipos de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si} \quad x < 1 \\ \frac{2x-1}{x-2} & \text{si} \quad 1 \leq x \leq 3 \\ 2e^x & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

15. (ESTUDIO DE FUNCIONES, TÍPICO) Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x - 1$, con a, b ∈ R. Determina los valores de a y b para que la gráfica pase por el punto (1, 1) y tenga en él un punto de inflexión.

16. (ESTUDIO FUNCIONES, MONOTONÍA) Dada la función:
$f(x) = 3x^4 + x^3 - 1$ Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos

17. (LÍMITE L´HOPITAL) Calcular el límite $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - x - \cos(3x)}{sen^2(x)}$

18. (PARÁMETROS CLÁSICO) Halla los coeficientes de un polinomio de grado 2 de forma que el polinomio pasa por el (0,1), la recta tangente a la gráfica en dicho punto es paralela a la bisectriz del primer cuadrante y tenga un máximo en el punto de abscisa 1/2

19. (PARÁMETROS CON L´HOPITAL) sabiendo que m>0 calcúlalo para

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(mx)}{x^2} = 2$$

20. (CONTINUIDAD) Estudia la continuidad de la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x}, & si \;\; x\neq 0\\ 0 & , si \;\; x=0\end{cases}$$

21. (CONTINUIDAD, DERIVABILIDAD, INTERESANTE) Estudia continuidad y derivabilidad de la función a trozos:

$$f(x)=\begin{cases} senx & si \quad x<0\\ xe^{x} & si \quad x\geq 0\end{cases}$$

22. (LÍMITES CON L´HOPITAL) Calcule si es posible:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2(1-2x)}{x-2x^2-senx} \qquad\qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\left(\frac{3}{x}-\frac{2}{sen\dfrac{1}{x}}\right)$$

23. (ASÍNTOTAS FÁCIL) Calcula las asíntotas de:

$$f(x)=\frac{x^3-4x-1}{x^2-4}$$

24. (LÍMITES, L´HOPITAL, CONJUGADO, muy FÁCILES) Calcula los límites:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x^3+2x^2}-\sqrt{3x^3}} \qquad\qquad \lim_{x\to\infty} x\cdot\sin\frac{1}{x}$$