

$$f) \sqrt{5x+1} + 2 = \sqrt{27+3x}$$

$$\sqrt{5x+1} = \sqrt{27+3x} - 2$$

$$(\sqrt{5x+1})^2 = (\sqrt{27+3x} - 2)^2$$

$$5x+1 = 3x - 4\sqrt{3x+27} + 31$$

$$4\sqrt{3x+27} = -(5x+1) + 3x + 31$$

$$(4\sqrt{3x+27})^2 = (-2x+30)^2$$

$$16(3x+27) = 4x^2 - 120x + 900$$

$$16(3x+27) - 4x^2 + 120x - 900 = 0 \rightarrow x = 39, x = 3$$

Comprobación:

$$x = 39 \rightarrow \sqrt{5 \cdot 39 + 1} + 2 = \sqrt{27 + 3 \cdot 39} \rightarrow 14 + 2 \neq 12 \rightarrow (\text{no vale})$$

$$x = 3 \rightarrow \sqrt{5 \cdot 3 + 1} + 2 = \sqrt{27 + 3 \cdot 3} \rightarrow 4 + 2 = 6$$

5 Resuelve:

$$a) 2^{3x} = 0,5^{3x+2}$$

$$b) 3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$$

$$c) \frac{4^{x+1}}{2^{x+2}} = 186$$

$$d) 7^{x+2} = 5764801$$

$$a) 2^{3x} = 2^{-3x-2}; 3x = -3x-2; 6x = -2; x = -\frac{1}{3}$$

$$b) 3^4 - x^2 = 3^{-2}; 4 - x^2 = -2; x^2 = 6; x = \pm\sqrt{6}$$

$$x_1 = \sqrt{6}; x_2 = -\sqrt{6}$$

$$c) \frac{2^{2x-2}}{2^{x+2}} = 186; 2^{2x-2-x-2} = 186; 2^{x-4} = 186$$

$$\log 2^{x-4} = \log 186; (x-4) \log 2 = \log 186$$

$$x = 4 + \frac{\log 186}{\log 2} = 11,54$$

$$d) 7^{x+2} = 7^8; x = 6$$

6 Resuelve las ecuaciones siguientes:

$$a) 3^x + 3^{x+2} = 30$$

$$b) 5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$$

$$c) 2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$$

$$d) 4 \log_2(x^2 + 1) = \log_2 625$$

$$a) 3^x + 3^x \cdot 9 = 30$$

$$3^x(10) = 30; 3^x = 3; x = 1$$

$$b) 5 \cdot 5^x + 5^x + \frac{5^x}{5} = \frac{31}{5}$$

$$5^x \cdot \frac{31}{5} = \frac{31}{5}; x = 0$$

$$c) \log \frac{x^2}{x+6} = \log 8$$

$$x^2 = 8x + 48; x^2 - 8x - 48 = 0; x = \frac{8 \pm 16}{2} = \begin{matrix} 12 \\ -4 \end{matrix} \rightarrow (\text{no vale})$$

$$x = 12$$

$$d) \log_2(x^2 + 1)4 = \log_2 5^4; x^2 + 1 = 5; x^2 = 4; x = \pm 2$$

$$x_1 = 2; x_2 = -2$$

4 Resolución de sistemas de ecuaciones

Página 82

1 ¿Verdadero o falso?

a) El sistema $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$ tiene dos soluciones: $x = 4, y = 1$

b) El sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$ tiene solo dos soluciones:

$$[x_1 = 2, y_1 = 1] \text{ y } [x_2 = -2, y_2 = -1]$$

c) El sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$ tiene cuatro soluciones:

$$[x_1 = 2, y_1 = 1]; [x_2 = 2, y_2 = -1]$$

$$[x_3 = -2, y_3 = 1]; [x_4 = -2, y_4 = -1]$$

a) Falso, $x = 4$ e $y = 1$ no son dos soluciones, sino una solución para cada incógnita, luego son una solución del sistema.

b) Falso, como las dos incógnitas están al cuadrado, también son soluciones $x_3 = -2, y_3 = 1$ y $x_4 = 2, y_4 = -1$.

c) Verdadero, por el razonamiento del apartado anterior.

2 Resuelve estos sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ \sqrt{x + y} - \sqrt{x - y} = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 16 \\ \sqrt{5 - 4y} - x = -(x + y) \end{cases}$

a) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 - 9 \end{cases}$

$$x^2 - 9 = 2x - 1; x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$$

$$x_1 = 4; y_1 = 7$$

$$x_2 = -2; y_2 = -5$$

b) $\begin{cases} y + x = xy - 1 \\ xy = 6 \end{cases}$

$$y = 5 - x$$

$$x(5 - x) = 6; 5x - x^2 = 6; x^2 - 5x + 6 = 0 \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; y_1 = 3$$

$$x_2 = 3; y_2 = 2$$

c) $x = 2y + 1$

$$\sqrt{3y+1} - \sqrt{y-1} = 2; \sqrt{3y+1} = 2 + \sqrt{y-1}$$

$$3y + 1 = 4 + y + 1 + 4\sqrt{y-1}; 2y - 4 = 4\sqrt{y-1}; y - 2 = 2\sqrt{y-1}$$

$$y^2 + 4 - 4y = 4y + 4; y^2 - 8y = 0$$

$$y = 8 \rightarrow x = 17$$

$$y = 0 \text{ (no vale)}$$

$$x = 17; y = 8$$

d) $\sqrt{5-4y} - x = -(x+y); \sqrt{5-4y} = -y$

$$(\sqrt{5-4y})^2 = y^2; 5-4y = y^2 \begin{cases} y=1 \rightarrow \text{(no vale)} \\ y=-5 \end{cases}$$

$$25 - x^2 = 16 \rightarrow x = -3, x = 3$$

$$x_1 = 3; y_1 = -5$$

$$x_2 = -3; y_2 = -5$$

3 Resuelve:

a) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \log(x^2 + y) - \log(x - 2y) = 1 \\ 5^{x+1} = 25^{y+1} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 27 \\ \log x - 1 = \log y \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log(2x - y^2) = \log(2 - y) + 1 \\ 3^{x-1} = 27^{y+3} \end{cases}$

a) $y = 1 - x; x^2 + x(1-x) + (1-x)^2 = 21$

$$x^2 + x - x^2 + 1 + x^2 - 2x = 21; x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow y = -4 \\ -4 \rightarrow y = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = -4; y_1 = 5$$

$$x_2 = 5; y_2 = -4$$

b) $\begin{cases} \log \frac{x^2 + y}{x - 2y} = 1 \\ 5^{x+1} = 5^{2y+2} \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 + y = 10x - 20y \\ x + 1 = 2y + 2 \end{cases}$$

$$x = 2y + 1$$

$$4y^2 + 1 + 4y + y = 20y + 10 - 20y$$

$$4y^2 + 5y - 9 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{25+144}}{8} = \frac{-5 \pm 13}{8} = \begin{cases} -9/4 \rightarrow x = -7/2 \\ 1 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; y_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{-7}{2}; y_2 = \frac{-9}{4}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = 27 + y \\ \log \frac{x}{y} = 1 \end{cases}$$

$$10y = 27 + y; \quad 9y = 27; \quad y = 3$$

$$\frac{x}{y} = 10; \quad x = 10y; \quad x = 30$$

$$x = 30; \quad y = 3$$

$$\text{d) } \begin{cases} \log(2x - y^2) = \log(2 - y) + 1 \\ 3^{x-1} = 27^{y+3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log(2x - y^2) = \log(2 - y) + \log 10 \\ 3^{x-1} = (3^3)^{y+3} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} \log(2x - y^2) = \log 10(2 - y) \\ 3^{x-1} = 3^{3y+9} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y^2 = 10(2 - y) \\ x - 1 = 3y + 9 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y^2 + 10y = 20 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$$

$$x = 10 - 3y$$

$$2(10 - 3y) - y^2 + 10y - 20 = 0; \quad y(y - 4) = 0; \quad y = 4, \quad y = 0$$

$y = 4$ no es válida porque aparecería $\log(-2)$ en la primera ecuación.

$$x = 10; \quad y = 0$$

Página 91

3. Ecuaciones exponenciales

Hazlo tú. Resuelve estas ecuaciones:

$$\text{a) } 3^{x^2+1} - 9^x = 0 \qquad \text{b) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1} = 5 \qquad \text{c) } 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$$

$$\text{a) } 3^{x^2+1} - 9^x = 0 \rightarrow 3^{x^2+1} - (3^2)^x = 0 \rightarrow 3^{x^2+1} - 3^{2x} = 0 \rightarrow 3^{x^2+1} = 3^{2x}$$

$$\text{Igualamos los exponentes: } x^2 + 1 = 2x \rightarrow x = 1$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1} = 5$$

Tomamos logaritmos en los dos miembros:

$$\log \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1} = \log 5 \rightarrow (-x-1) \log \left(\frac{1}{2}\right) = \log 5 \rightarrow (-x-1)(\log 1 - \log 2) = \log 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow -x-1 = \frac{\log 5}{-\log 2} \rightarrow -x = \frac{\log 5}{-\log 2} + 1 \rightarrow x = \frac{\log 5}{\log 2} - 1$$

$$\text{c) } 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$$

Cambiamos de variable: $2^x = y$

$$y^2 - 3y + 2 = 0 \rightarrow y_1 = 2, y_2 = 1$$

$$y_1 = 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x_1 = 1$$

$$y_2 = 1 \rightarrow 2^x = 2^0 \rightarrow x_2 = 0$$

4. Ecuaciones logarítmicas

Hazlo tú. Resuelve estas ecuaciones:

$$\text{a) } \log x + \log 4 = 2 \qquad \text{b) } 2 \log x - \log (x-1) = \log 4$$

$$\text{a) } \log x + \log 4 = 2 \rightarrow \log (4x) = \log 100 \rightarrow 4x = 100 \rightarrow x = 25 \text{ que es solución válida.}$$

$$\text{b) } 2 \log x - \log (x-1) = \log 4 \rightarrow \log \left(\frac{x^2}{x-1}\right) = \log 4 \rightarrow \frac{x^2}{x-1} = 4 \rightarrow x = 2 \text{ que es solución válida.}$$

Página 92

5. Ecuaciones tipo $ax^{2n} + bx^n + c = 0$

Hazlo tú. Resuelve esta ecuación:

$$x^8 - 15x^4 - 16 = 0$$

Hacemos el cambio de variable: $x^4 = y$

$$\text{La ecuación queda: } y^2 - 15y - 16 = 0 \rightarrow y_1 = 16, y_2 = -1$$

$$x = \pm \sqrt[4]{16} \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$x = \pm \sqrt[4]{-1} \text{ que no existe.}$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 2, x_2 = -2$$

6. Inecuaciones con fracciones algebraicas

Hazlo tú. Resuelve esta inecuación:

$$\frac{x-1}{x} \leq x$$

$$\frac{x-1}{x} - x = \frac{-x^2 + x - 1}{x} \leq 0$$

Resolvemos las dos ecuaciones asociadas:

$-x^2 + x - 1 = 0$ no tiene solución, luego siempre tiene el mismo signo

$x = 0$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$-x^2 + x - 1$	–	–
x	–	+
$\frac{-x^2 + x - 1}{x}$	+	–

El valor 0 no se puede incluir en la solución porque anula el denominador. La solución es $(0, +\infty)$.

Ejercicios y problemas guiados

Página 93

1. Sistemas de ecuaciones no lineales

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} 2^x + 3^y = 17 \\ 2^{2x} - 3^{y-1} = 61 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3 \ln x - \ln y = 1 \\ \ln x^3 + \ln y^2 = 7 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 3^{x-1} = \frac{3^{y^2+1}}{9} \end{cases}$$

a) Hacemos el cambio de variable $2^x = z$, $3^y = t$.

El sistema queda:

$$\begin{cases} z + t = 17 \\ z^2 - \frac{t}{3} = 61 \end{cases} \text{ cuyas soluciones son: } z = 8, t = 9; z = -\frac{25}{3}, t = \frac{76}{3}$$

$$z = 8, t = 9 \rightarrow 2^x = 2^3, 3^y = 3^2 \rightarrow x = 3, y = 2$$

$$z = -\frac{25}{3}, t = \frac{76}{3} \rightarrow 2^x = -\frac{25}{3} \text{ No es válida porque } 2^x > 0 \text{ siempre.}$$

Solución: $x = 3, y = 2$

$$b) \begin{cases} 3 \ln x - \ln y = 1 \\ \ln x^3 + \ln y^2 = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \ln x - \ln y = 1 \\ 3 \ln x + 2 \ln y = 7 \end{cases}$$

$$\text{Restamos 1.ª ecuación menos 2.ª ecuación: } -3 \ln y = -6 \rightarrow \ln y = 2 \rightarrow y = e^2$$

$$\text{Sumamos 2.ª ecuación más el doble de la 1.ª: } 9 \ln x = 9 \rightarrow \ln x = 1 \rightarrow x = e$$

Solución: $x = e, y = e^2$

$$c) \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 3^{x-1} = \frac{3^{y^2+1}}{9} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 3^{x-1} = \frac{3^{y^2+1}}{3^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 3^{x-1} = 3^{y^2+1-2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 3^{x-1} = 3^{y^2-1} \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ x-1 = y^2-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ x = y^2 \end{cases} \rightarrow x_1 = 0, y_1 = 0; x_2 = 1, y_2 = -1$$

2. Planteamiento y resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

Para fabricar una lata de conservas cilíndrica de capacidad $48\pi \text{ cm}^3$, se necesitan $56\pi \text{ cm}^2$ de chapa.

Calcular las dimensiones de la lata de conservas.

$$\begin{cases} \pi r^2 h = 48\pi \\ 2\pi r^2 + 2\pi r h = 56\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r^2 h = 48 \rightarrow h = \frac{48}{r^2} \\ 2r^2 + 2rh = 56 \end{cases}$$

$$2r^2 + 2r \frac{48}{r^2} = 56 \rightarrow 2r^2 + 2r \frac{48}{r^2} - 56 = 0 \rightarrow \frac{96}{r} + 2r^2 - 56 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2(r^3 - 28r + 48)}{r} = 0 \rightarrow (r^3 - 28r + 48) = 0 \rightarrow r = 4, r = 2, r = -6 \text{ (no es válida)}$$

$$\text{Soluciones: } r_1 = 4 \rightarrow h_1 = \frac{48}{16} = 3; r_2 = 2 \rightarrow h_2 = \frac{48}{4} = 12$$

c) $2 - 5x = 3x^2$; $0 = 3x^2 + 5x - 2$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 1/3 \text{ (no vale)} \\ -2 \end{cases}$$

$x = -2$

d) $2x + 3 = x - 5$; $x = -8$ (no vale)

No tiene solución.

13 Resuelve:

a) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} = 4$

b) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{x + 1} = 3$

c) $\sqrt{\frac{7x+1}{4}} = \frac{5x-7}{6}$

d) $\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{x}{8}$

a) $5x - 6 = 16 + 2x - 8\sqrt{2x}$

$$3x - 22 = -8\sqrt{2x}$$

$$9x^2 + 484 - 132x = 64 \cdot 2x; \quad 9x^2 - 260x + 484 = 0$$

$$x = \frac{260 \pm 224}{18} = \begin{cases} 484/18 = 242/9 \text{ (no vale)} \\ 2 \end{cases}$$

$x = 2$

b) Aislamos un radical: $\sqrt{x - 2} = 3 - \sqrt{x + 1}$

Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$x - 2 = 9 - 6\sqrt{x + 1} + x + 1 \rightarrow 6\sqrt{x + 1} = 12 \rightarrow \sqrt{x + 1} = 2$$

Repetimos el proceso: $x + 1 = 4 \rightarrow x = 3$

Comprobamos la solución, $\sqrt{3 - 2} + \sqrt{3 + 1} = 3$, vemos que es válida.

c) $\frac{7x+1}{4} = \frac{25x^2+49-70x}{36}$

$$63x + 9 = 25x^2 + 49 - 70x; \quad 0 = 25x^2 - 133x + 40$$

$$x = \frac{133 \pm 117}{50} = \begin{cases} 5 \\ 8/25 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$x = 5$

d) $\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{x}{8}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2 = \left(\frac{x}{8}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{64}x^2 \rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{64}x^2 = 0 \rightarrow -\frac{x^3 - 64}{64x} = 0 \rightarrow x^3 - 64 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt[3]{64} = 4, \text{ solución válida.}$$

14 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{3x} - \sqrt{x} - \sqrt{2} = 0$

b) $\sqrt{-5 - 7x} + \sqrt{4 + x} = \sqrt{7 - 6x}$

c) $\sqrt[3]{4x - 1} = x - 4$

d) $\sqrt[3]{4 - 2x} = \sqrt[6]{8x^2 - 16x}$

e) $\sqrt{2x + 2} - \sqrt[4]{6x + 10} = 0$

f) $\sqrt[4]{3x + 1} = 4 - \sqrt[4]{3x + 1}$

a) $\sqrt{3x} - \sqrt{x} - \sqrt{2} = 0$

$$\sqrt{3x} = \sqrt{x} + \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{3x})^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{2})^2$$

$$3x = x + 2\sqrt{2}\sqrt{x} + 2$$

$$2\sqrt{2}\sqrt{x} = 2x - 2$$

$$(2\sqrt{2}\sqrt{x})^2 = (2x - 2)^2$$

$$8x = 4x^2 - 8x + 4 \rightarrow x = \sqrt{3} + 2, x = 2 - \sqrt{3} \text{ no es válida.}$$

$$\text{Solución: } x = \sqrt{3} + 2$$

$$\text{b) } \sqrt{-5-7x} + \sqrt{4+x} = \sqrt{7-6x}$$

$$(\sqrt{-5-7x} + \sqrt{4+x})^2 = (\sqrt{7-6x})^2 \rightarrow 2\sqrt{-7x-5}\sqrt{x+4} - 6x - 1 = 7 - 6x$$

$$2\sqrt{-7x-5}\sqrt{x+4} = 8 \rightarrow (\sqrt{-7x-5}\sqrt{x+4})^2 = 4^2 \rightarrow -7x^2 - 33x - 20 = 16$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -\frac{12}{7}, x_2 = -3. \text{ Las dos son válidas.}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{4x-1} = x-4$$

Elevamos al cubo ambos miembros:

$$(\sqrt[3]{4x-1})^3 = (x-4)^3 \rightarrow 4x-1 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64 \rightarrow x^3 - 12x^2 + 48x - 64 - 4x + 1 = 0$$

Factorizamos:

$$x^3 - 12x^2 + 44x - 63 = (x-7)(x^2 - 5x + 9)$$

$$\text{Solución: } x = 7 \text{ es válida.}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{4-2x} = \sqrt[6]{8x^2-16x}$$

Elevamos a la sexta ambos miembros:

$$(4-2x)^2 = 8x^2 - 16x \rightarrow 4x^2 - 16x + 16 = 8x^2 - 16x \rightarrow 4x^2 + 16 = 0$$

No tiene solución.

$$\text{e) } \sqrt{2x+2} - \sqrt[4]{6x+10} = 0$$

Aislamos las raíces.

$$\sqrt{2x+2} = \sqrt[4]{6x+10}$$

Elevamos a la cuarta ambos miembros:

$$(2x+2)^2 = 4x^2 + 8x + 4 = 6x+10 \rightarrow 4x^2 + 8x + 4 = 6x+10 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x^2 + 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 1, x = -\frac{3}{2} \text{ no es válida.}$$

$$\text{Solución: } x = 1$$

$$\text{f) } \sqrt[4]{3x+1} = 4 + \sqrt[4]{3x+1} \rightarrow 0 = 4 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

■ Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

15 Resuelve expresando ambos miembros de la ecuación como potencias de la misma base:

$$\text{a) } 3^{x^2+1} = \frac{1}{9}$$

$$\text{b) } \frac{9^{2x}}{3^x} = 27$$

$$\text{c) } 5 \cdot 2^{x+3} = \frac{5}{4}$$

$$\text{d) } 5^{x^2+3x} = 0,04$$

$$\text{e) } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{8}{27}$$

$$\text{f) } \left(\frac{1}{9}\right)^x = 81$$

$$\text{g) } (0,01)^x = 100$$

$$\text{h) } 3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 36$$

$$\text{i) } \sqrt{2^{3x-1}} = 0,125$$

$$\text{j) } 3^{\sqrt[3]{27x-1}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+5}$$

$$\text{k) } 3 \cdot 9^x \cdot 27^x = 1$$

$$\text{l) } 5^{x-5} \cdot 125^{2x} = 25$$

$$\text{a) } 3^{x^2+1} = \frac{1}{9} \rightarrow 3^{x^2+1} = 3^{-2} \rightarrow x^2+1 = -2 \rightarrow x^2 = -3 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\text{b) } \frac{9^{2x}}{3^x} = 27 \rightarrow \frac{3^{4x}}{3^x} = 3^3 \rightarrow 3^{4x-x} = 3^3 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow \text{Solución: } x = 1$$

$$c) 5 \cdot 2^{x+3} = \frac{5}{4} \rightarrow 5 \cdot 2^{x+3} = 5 \cdot 2^{-2} \rightarrow x+3 = -2 \rightarrow \text{Solución: } x = -5$$

$$d) 5^{x^2+3x} = 0,04 \rightarrow 5^{x^2+3x} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \rightarrow 5^{x^2+3x} = \frac{1}{25} \rightarrow 5^{x^2+3x} = 5^{-2} \rightarrow x^2+3x = -2$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -1, x_2 = -2$$

$$e) \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{8}{27} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \rightarrow \text{Solución: } x = 3$$

$$f) \left(\frac{1}{9}\right)^x = 81 \rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^x = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} \rightarrow \text{Solución: } x = -2$$

$$g) (0,01)^x = 100 \rightarrow (0,01)^x = 0,01^{-2} \rightarrow \text{Solución: } x = -2$$

$$h) 3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 36 \rightarrow 3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 6^2 \rightarrow 6^{x+1} = 6^2 \rightarrow x+1 = 2 \rightarrow \text{Solución: } x = 1$$

$$i) \sqrt{2^{3x-1}} = 0,125 \rightarrow \sqrt{2^{3x-1}} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{2^{3x-1}} = \frac{1}{8} \rightarrow 2^{\frac{3x-1}{2}} = 2^{-3} \rightarrow \frac{3x-1}{2} = -3 \rightarrow \text{Solución: } x = -\frac{5}{3}$$

$$j) 3^3 \sqrt[3]{27^{x-1}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+5} \rightarrow 3^3 \sqrt[3]{3^{3(x-1)}} = \left(\frac{1}{3^2}\right)^{2x+5} \rightarrow 3^{1+\frac{3(x-1)}{3}} = 3^{-2(2x+5)} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 + \frac{3(x-1)}{3} = -2(2x+5) \rightarrow x = -2(2x+5) \rightarrow \text{Solución: } x = -2$$

$$k) 3 \cdot 9^x \cdot 27^x = 1 \rightarrow 3 \cdot 3^{2x} \cdot 3^{3x} = 3^0 \rightarrow 3^{1+2x+3x} = 3^0 \rightarrow 1+5x = 0 \rightarrow \text{Solución: } x = -\frac{1}{5}$$

$$l) 5^{x-5} \cdot 125^{2x} = 25 \rightarrow 5^{x-5} \cdot 5^{3 \cdot 2x} = 5^2 \rightarrow 5^{x-5+6x} = 5^2 \rightarrow 7x-5 = 2 \rightarrow \text{Solución: } x = 1$$

16 Resuelve, tomando logaritmos, estas ecuaciones:

$$a) \frac{1}{e^x} = 27$$

$$b) e^{x-9} = \sqrt{73}$$

$$c) 2^x \cdot 3^x = 81$$

$$d) \frac{2^x}{3^{x+1}} = 1$$

$$e) 2^{x+1} \cdot 16^{2x+1} = 3$$

$$f) \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 125^{x+1} = 4$$

$$a) \frac{1}{e^x} = 27 \rightarrow \frac{1}{27} = e^x \rightarrow \ln \frac{1}{27} = \ln e^x \rightarrow x = \ln \frac{1}{27} = \ln 1 - \ln 27 = 0 - \ln 27 \rightarrow x \approx -3,296$$

$$b) e^{x-9} = \sqrt{73} \rightarrow \ln e^{x-9} = \ln \sqrt{73} \rightarrow x-9 = \frac{1}{2} \ln 73 \rightarrow x = 9 + \frac{\ln 73}{2} \rightarrow x \approx 11,145$$

$$c) 6^x = 81 \rightarrow x \log 6 = \log 81 \rightarrow x = \frac{\log 81}{\log 6} \approx 2,453$$

$$d) \frac{2^x}{3^x \cdot 3} = 1 \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = 3 \rightarrow x \log \frac{2}{3} = \log 3 \rightarrow x = \frac{\log 3}{\log 2 - \log 3} \approx -2,710$$

$$e) 2^{x+1} \cdot 16^{2x+1} = 3 \rightarrow 2^{x+1} \cdot 2^{4(2x+1)} = 3 \rightarrow 2^{9x+5} = 3 \rightarrow \log 2^{9x+5} = \log 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow (9x+5) \log 2 = \log 3 \rightarrow (9x+5) = \frac{\log 3}{\log 2} = 1,5850$$

$$\text{Solución: } x = \frac{1,5850-5}{9} = -0,3794$$

$$f) \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 125^{x+1} = 4 \rightarrow 5^{-x} \cdot 5^{3x+3} = 4 \rightarrow 5^{2x+3} = 4 \rightarrow \log 5^{2x+3} = \log 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow (2x+3) \log 5 = \log 4 \rightarrow (2x+3) = \frac{\log 4}{\log 5} = 0,8613$$

$$\text{Solución: } x = \frac{0,8613-3}{2} = -1,0693$$

17 Resuelve las siguientes ecuaciones mediante un cambio de variable:

a) $2^x + 2^{1-x} = 3$

b) $2^{x+1} + 2^{x-1} = \frac{5}{2}$

c) $8^{1+x} + 2^{3x-1} = \frac{17}{16}$

d) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

e) $9^x - 3^x - 6 = 0$

f) $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$

g) $2^{x/2} + 2^x = 6$

h) $\sqrt{3^{2x} + 7} = 3^x + 1$

i) $2^{3x} - 3 \cdot 2^{2x+1} + 3 \cdot 2^{x+2} = 8$

a) $2^x + \frac{2}{2^x} = 3$

$$z = 2^x \rightarrow x + \frac{2}{z} = 3; z^2 + 2 = 3z$$

$$z^2 - 3z + 2 = 0; z = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x_1 = 1 \\ 1 \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x_2 = 0 \end{cases}$$

b) $2 \cdot 2^x + \frac{2^x}{2} = \frac{5}{2}; 4 \cdot 2^x + 2^x = 5; 2^x = 1$

$$x = 0$$

c) $2^{3+3x} + 2^{3x-1} = \frac{17}{16}$

$$8 \cdot (2^x)^3 + \frac{(2^x)^3}{2} = \frac{17}{16} \rightarrow 2^x = z \rightarrow 128z^3 + 8z^3 = 17$$

$$(128+8)(z)^3 = 17; (z)^3 = \frac{17}{136} = \frac{1}{8} \rightarrow z = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} \rightarrow 2^x = \frac{1}{2}$$

$$x = -1$$

d) $(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

$$2^x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

e) $(3^x)^2 - 3^x - 6 = 0; 3^x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \text{ (no vale)} \end{cases}$

$$x = 1$$

f) $7 \cdot (7^x)^2 - 50 \cdot 7^x + 7 = 0; 7^x = \frac{50 \pm 48}{14} = \begin{cases} 7 \\ 1/7 \end{cases}$

$$x_1 = -1; x_2 = 1$$

g) $2^{x/2} - 3 \cdot 2^x = 6 \rightarrow \sqrt{2^x} - 3 \cdot 2^x = 6$

Hacemos el cambio de variable $2^x = y$:

$$\sqrt{y} - 3 \cdot y = 6 \rightarrow \sqrt{y} = 3 \cdot y + 6 \rightarrow (\sqrt{y})^2 = (3y+6)^2 \rightarrow y = 9y^2 + 36y + 36 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9y^2 + 35y + 36 = 0 \rightarrow y = \frac{-35 \pm \sqrt{-71}}{18}$$

No tiene solución.

h) $\sqrt{3^{2x} + 7} = 3^x + 1$

Hacemos el cambio de variable $3^x = y$:

$$\sqrt{y^2 + 7} = y + 1 \rightarrow (\sqrt{y^2 + 7})^2 = (y+1)^2 \rightarrow y^2 + 7 = y^2 + 2y + 1 \rightarrow 7 = 2y + 1 \rightarrow y = 3$$

Solución: $x = 1$

i) $2^{3x} - 3 \cdot 2^{2x+1} + 3 \cdot 2^{x+2} = 8$

Hacemos el cambio de variable $2^x = y$:

$$y^3 - 3 \cdot 2 \cdot y^2 + 3 \cdot 2^2 y = 8 \rightarrow y^3 - 6y^2 + 12y = 8 \rightarrow y^3 - 6y^2 + 12y - 8 = 0 \rightarrow (y-2)^3 = 0 \rightarrow y = 2$$

Solución: $x = 1$

18 Resuelve estas ecuaciones:

a) $\log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}$

c) $(x-1) \log(3^{x+1}) = 3 \log 3$

a) $\log \frac{x^2+1}{x^2-1} = \log \frac{13}{12}$

$$12x^2 + 12 = 13x^2 - 13; 25 = x^2$$

$$x_1 = -5; x_2 = 5$$

b) $\ln(x^2 - 2x - 3) = \ln(3x - 3)$

$$x^2 - 2x - 3 = 3x - 3; x^2 - 5x = 0$$

$$x = 5 \quad (x = 0 \text{ no vale})$$

c) $\log(3^{(x+1)(x-1)}) = \log 3^3$

$$3^{(x+1)(x-1)} = 3^3; (x+1)(x-1) = 3$$

$$x = 2 \quad (x = -2 \text{ no vale})$$

d) $\log \frac{x+3}{x-6} = 1$

$$x + 3 = 10x - 60; 63 = 9x$$

$$x = 7$$

b) $\ln(x-3) + \ln(x+1) = \ln 3 + \ln(x-1)$

d) $\log(x+3) - \log(x-6) = 1$

19 Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\log_5(x^2 - 2x + 5) = 1$

c) $2(\log x)^2 + 7 \log x - 9 = 0$

e) $\log(x^2 + 3x + 36) = 1 + \log(x+3)$

a) $\log_5(x^2 - 2x + 5) = \log_5 5$

$$x^2 - 2x + 5 = 5; x(x-2) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

b) $\frac{\log(x(3x+5))}{2} = 1; 3x^2 + 5x - 100 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm 35}{6} = \begin{cases} 5 \\ -40/6 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x = 5$$

c) $\log x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 72}}{4} = \frac{-7 \pm 11}{4} = \begin{cases} 1; x_1 = 10 \\ -18/4 = -9/2; x_2 = 10^{-9/2} \end{cases}$

d) $\log_{11}(x+5)^{1/2} = \log_{11} 11$

$$(x+5)^{1/2} = 11; (x+5) = 11^2$$

$$x = 116$$

e) $\log \frac{x^2 + 3x + 36}{x+3} = 1$

$$x^2 + 3x + 36 = 10x + 30; x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} 6 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 1; x_2 = 6$$

$$f) \ln x + \ln 2x + \ln 4x = 3$$

$$\ln(x \cdot 2x \cdot 4x) = 3$$

$$\ln(8x^3) = 3 \rightarrow 8x^3 = e^3 \rightarrow x^3 = \frac{e^3}{8}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{e^3}{8}} = \frac{e}{2} \rightarrow x = \frac{e}{2}$$

Sistemas de ecuaciones

20 Resuelve:

$$a) \begin{cases} x \cdot y = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2y - x = 7 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \quad e) \begin{cases} x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0 \\ x^2 - y^2 - 5x + 5y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$a) x = \frac{5y}{3}$$

$$\frac{5y^2}{3} = 15; y^2 = 9 \begin{cases} y = 3 \rightarrow x = 5 \\ y = -3 \rightarrow x = -5 \end{cases}$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = -3$$

$$b) \begin{cases} 6y + 6x = 5xy \\ y = \frac{2-2x}{3} \end{cases} \begin{cases} 4 - 4x + 6x = \frac{5x(2-2x)}{3} \\ 6x + 12 = 10x - 10x^2 \\ 10x^2 - 4x + 12 = 0 \\ 5x^2 - 2x + 6 = 0 \end{cases}$$

No tiene solución.

$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \rightarrow (2y-7)^2 + y^2 = 10 \rightarrow \\ 2y - x = 7 \rightarrow x = 2y - 7 \end{cases}$$

$$\rightarrow 4y^2 - 28y + 49 + y^2 = 10 \rightarrow 5y^2 - 28y + 49 = 10 \rightarrow y = 3, y = \frac{13}{5}$$

$$y_1 = 3, x_1 = 1; y_2 = \frac{13}{5}, x_2 = -\frac{9}{5}$$

$$d) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \rightarrow \left(\frac{6}{y}\right)^2 - y^2 = 5 \rightarrow -\frac{y^4 - 36}{y^2} - 5 = 0 \rightarrow -\frac{(y^4 + 5y^2 - 36)}{y^2} = 0 \rightarrow \\ xy = 6 \rightarrow x = \frac{6}{y} \end{cases}$$

$$\rightarrow y^4 + 5y^2 - 36 = 0 \rightarrow y = 2, y = -2$$

$$y_1 = 2, x_1 = 3; y_2 = -2, x_2 = -3$$

$$e) 2x^2 - 10x + 12 = 0; x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$$

$$\frac{-x^2 + y^2 + 5x - 5y - 2 = 0}{2y^2 - 10y + 8 = 0}$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0 \rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 3, y_1 = 4; x_2 = 3, y_2 = 1; x_3 = 2, y_3 = 4; x_4 = 2, y_4 = 1$$

21 Resuelve:

a) $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y+1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \sqrt{3(x+y)} + x = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x+1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

a) $x = (5 - y)^2$

$$y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y$$

$$8y = 24; y = 3; x = 4$$

$$x = 4; y = 3$$

b) $4x + 4 = y^2 + 1 + 2y; x = \frac{y^2 + 2y - 3}{4}$

$$x = \frac{1+3y}{2} = \frac{2+6y}{4}$$

$$y^2 + 2y - 3 = 2 + 6y$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow x=8 \\ -1 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$x_1 = -1, y_1 = -1; x_2 = 8, y_2 = 5$$

c) $y = 2x - 6$

$$\sqrt{3(3x-6)} = 12 - x$$

$$9x - 18 = 144 + x^2 - 24x$$

$$0 = x^2 - 33x + 162$$

$$x = \frac{33 \pm 21}{2} = \begin{cases} 27 \rightarrow y=48 \text{ (no vale)} \\ 6 \rightarrow y=6 \end{cases}$$

$$x = 6, y = 6 \text{ (} x = 27, y = 48 \text{ no vale)}$$

d) $y = 2x - 5$

$$\sqrt{3x-5} = x-1$$

$$3x - 5 = x^2 + 1 - 2x$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \rightarrow y=1 \\ 2 \rightarrow y=-1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = 3, y_2 = 1$$

22 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} y - x = 1 \\ 2^x + 2^y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} e^x - e^{y+1} = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5^x \cdot 5^y = 1 \\ 5^x : 5^y = 25 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 10^x \cdot 10^{y^2-1} = 0,1 \\ \frac{2^{2x}}{2^{y-1}} = 0,25 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3^{2x} + 3^{y-1} = 4 \\ 3^{x+1} + 3^y = 12 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2^{2x} + 2^y = \frac{1}{2} \\ 2^{2(x-y)} = 4 \end{cases}$

a) $\begin{cases} y - x = 1 \\ 2^x + 2^y = 12 \end{cases}$

$$y = 1 + x \rightarrow 2^x + 2^{1+x} = 12 \rightarrow 2^x + 2 \cdot 2^x = 12 \rightarrow 3 \cdot 2^x = 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2^x = 4 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$$

$$x = 2, y = 3$$

$$b) \begin{cases} e^x \cdot e^{y+1} = 1 \rightarrow e^{x+y+1} = e^0 \rightarrow x = -1 - y \\ x^2 + y^2 = 1 \rightarrow (-1 - y)^2 + y^2 = 1 \rightarrow 2y^2 + 2y = 0 \rightarrow y(y+1) = 0 \rightarrow y = 0; y = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = -1, y_1 = 0; x_2 = 0, y_2 = -1$$

$$c) \begin{cases} 5^x \cdot 5^y = 1 \rightarrow 5^{x+y} = 5^0 \rightarrow x + y = 0 \\ 5^x : 5^y = 25 \rightarrow 5^{x-y} = 5^2 \rightarrow x - y = 2 \end{cases}$$

$$x = 1, y = -1$$

$$d) \begin{cases} 10^x \cdot 10^{y^2-1} = 0,1 \\ \frac{2^{2x}}{2^{y-1}} = 0,25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10^{x+y^2-1} = 10^{-1} \\ 2^{2x-y+1} = 2^{-2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y^2 - 1 = -1 \\ 2x - y + 1 = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y^2 = 0 \\ 2x - y = -3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = -y^2 \\ -2y^2 - y + 3 = 0 \rightarrow y = 1, y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x_1 = -1, y_1 = 1; x_2 = -\frac{9}{4}, y_2 = -\frac{3}{2}$$

$$e) \begin{cases} 3^{2x} + 3^{y-1} = 4 \\ 3^{x+1} + 3^y = 12 \end{cases}$$

$$\text{Llamamos } 3^x = z \text{ y } 3^y = t \begin{cases} z^2 + \frac{t}{3} = 4 \\ 3z + t = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3z^2 + t = 12 \\ 3z + t = 12 \end{cases} \rightarrow 3z^2 - 3z = 0 \rightarrow z = 0, z = 1$$

$$z = 0 \text{ (no vale)}$$

$$z = 1 \rightarrow t = 9 \rightarrow x = 0, y = 2$$

$$f) \begin{cases} 2^{2x} + 2^y = \frac{1}{2} \\ 2^{2(x-y)} = 4 \end{cases}$$

$$\text{Llamamos } 2^x = z \text{ y } 2^y = t \begin{cases} z^2 + t = \frac{1}{2} \\ \frac{z^2}{t^2} = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4t^2 + t = \frac{1}{2} \\ z^2 = 4t^2 \end{cases} \rightarrow t = \frac{1}{4}, t = -\frac{1}{2} \text{ (no vale)}$$

$$t = \frac{1}{4} \rightarrow z = \frac{1}{2}, z = -\frac{1}{2} \text{ no es válida.}$$

$$t = \frac{1}{4} \rightarrow z = \frac{1}{2} \rightarrow x = -1, y = -2$$

Página 96

23 Resuelve:

$$a) \begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \log_2 x + 3 \log_2 y = 5 \\ \log_2 \frac{x^2}{y} = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \log(x^2 y) = 2 \\ \log x = 6 + \log y^2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x - y = 25 \\ \log y = \log x - 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \ln x - \ln y = 2 \\ \ln x + \ln y = 4 \end{cases}$$

$$a) 2 \log x = 2$$

$$x = 10; y = 100$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \log_2 x + 3\log_2 y = 5 \\ 2\log_2 x - \log_2 y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \log_2 x + 3\log_2 y = 5 \\ 6\log_2 x - 3\log_2 y = 9 \\ \hline 7\log_2 x = 14 \end{array}$$

$$x = 4, y = 2$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } 2\log x + \log y = 2 \\ \log x - 2\log y = 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4\log x + 2\log y = 4 \\ \log x - 2\log y = 6 \\ \hline 5\log x = 10 \rightarrow \log x = 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 100 \\ y = \frac{1}{100} \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \log \frac{x}{y} = 1; \frac{x}{y} = 10; x = 10y$$

$$100y^2 - y^2 = 11; 99y^2 = 11; y^2 = \frac{1}{9} \rightarrow y = \pm \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}; y = \frac{1}{3}$$

$$\left(y = -\frac{1}{3} \text{ no vale} \right)$$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} x = 25 + y \\ \log \frac{y}{x} = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 0, 1x \\ 0,9x = 25 \end{array}$$

$$x = \frac{250}{9}; y = \frac{25}{9}$$

$$\text{f) } \left. \begin{array}{l} \ln x - \ln y = 2 \\ \ln x + \ln y = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sumando las dos ecuaciones, queda:} \\ 2\ln x = 6 \rightarrow \ln x = 3 \rightarrow x = e^3 \end{array}$$

Restando a la 2.ª ecuación la 1.ª, queda:

$$2\ln y = 2 \rightarrow \ln y = 1 \rightarrow y = e$$

$$x = e^3; y = e$$

■ Método de Gauss

24 Resuelve por el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) + (1.^a) \\ (3.^a) + (1.^a) \end{array} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) + 2 \cdot (2.^a) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 7x = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 + 10 = 9 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 9 \end{array}$$