

# ELECTRICIDADE E ELECTRÓNICA



TECNOLOXÍA E ENXEÑERÍA I



## Tema 2: Análise de circuítos polas Leis de Kirchhoff

<b>TEMA 2: ANÁLISE DE CIRCUÍTOS DE CORRENTE CONTÍNUA POLAS LEIS DE KIRCHHOFF</b> .....	<b>3</b>
<b>1. Introducion</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Nós, ramas e mallas</b> .....	<b>3</b>
2.1. Nós.....	3
2.2. Ramas.....	4
2.3. Mallas.....	5
<b>3. Leis de Kirchhoff</b> .....	<b>5</b>
3.1. Primeira lei de Kirchhoff.....	5
3.2. Segunda lei de Kirchhoff.....	7
3.2.1. Aplicación xeral da lei de mallas.....	7
3.2.2. Aplicación da lei de mallas para 2 mallas.....	9

# TEMA 2: ANÁLISE DE CIRCUÍTOS DE CORRENTE CONTÍNUA POLAS LEIS DE KIRCHHOFF

## 1. Introdución

As leis de Kirchhoff constitúen unha ferramenta fundamental para a análise de circuitos, complementando á lei de Ohm, que por si mesma non é suficiente para analizar todos os circuitos.

As leis de Kirchhoff reciben o seu nome do físico alemán Gustav Robert Kirchhoff que foi quen enunciou as dúas leis de Kirchhoff: a lei das correntes ou primeira lei de Kirchhoff e a lei das voltaxes ou segunda lei de Kirchhoff.

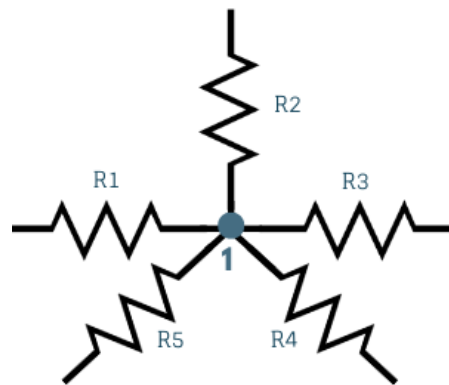
Para estudar estas leis debemos empezar por definir varios conceptos fundamentais: os nós, as ramas e as mallas.

## 2. Nós, ramas e mallas

### 2.1. Nós

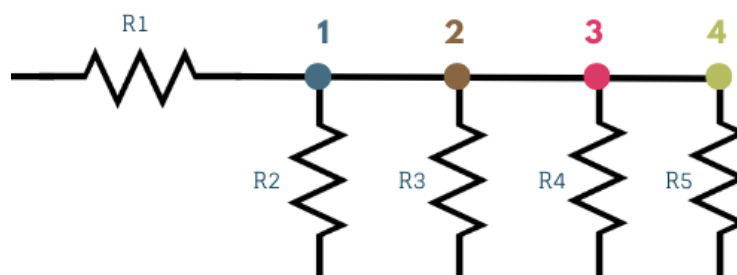
Un **nó** é unha unión de dous ou máis elementos dun circuíto eléctrico que se representa co símbolo ●.

Na seguinte imaxe podemos ver un nó que une cinco resistencias:



Os cables que unen as resistencias son considerados condutores ideais, é dicir, que teñen resistencia cero. Por ese motivo, podemos atopar o nó anterior representado de diferentes maneiras. Vexamos dous exemplos.

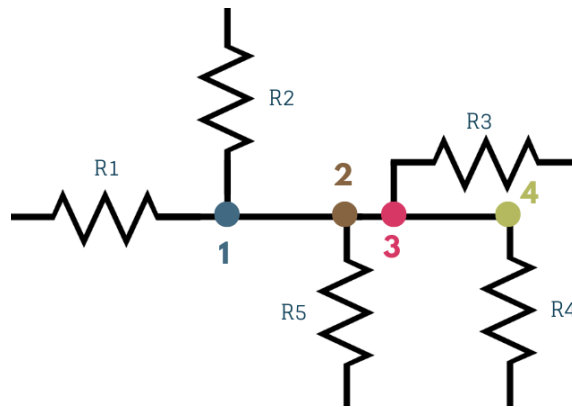
*Exemplo 1:*



A simple vista, parece que temos 4 nós, pero se analizamos o que hai entre un nó e outro atopamos o seguinte:

- **Entre 1 e 2** temos un fragmento de condutor, que como xa dixemos, é ideal, polo que non temos ningún elemento entre 1 e 2. Polo tanto: **o nó 1 e o nó 2 son o mesmo nó.**
- **Entre 2 e 3** sucede o mesmo, só temos un fragmento de condutor. Polo **tanto o nó 2 e igual ao nó 3.**
- **Entre 3 e 4 sucede o mesmo que nos doius casos anteriores.**
- Así concluimos que **1, 2, 3 e 4 son o mesmo nó.** Polo que esta representación do circuíto é equivalente á primeira que vimos.

Exemplo 2:



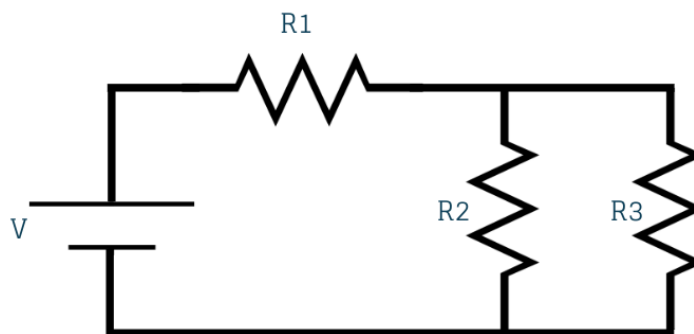
A simple vista, parece que temos 3 nós, pero se analizamos o que hai entre un nó e outro atopamos o seguinte:

- **Entre 1 e 2** temos un fragmento de condutor, que como xa dixemos, é ideal, polo que non temos ningún elemento entre 1 e 2. Polo tanto: **o nó 1 e o nó 2 son o mesmo nó.**
- **O mesmo sucede entre 2 e 3 e entre 3 e 4.**
- Así concluimos que **só temos un nó** e que o circuíto é equivalente ao que vimos ao principio.

## 2.2. Ramas

Nun circuíto eléctrico **chamamos a rama a calquera elemento de dous terminais.**

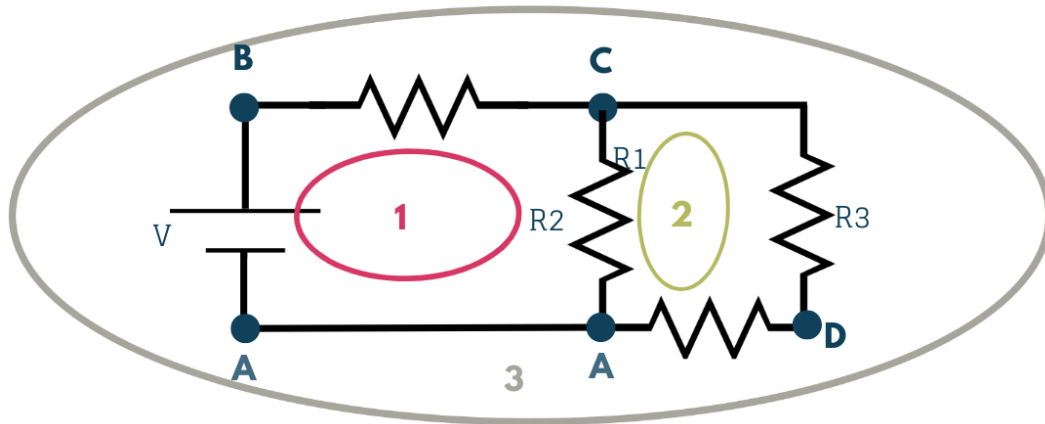
No seguinte circuíto temos 4 ramas: a da pila e unha por cada resistencia.



## 2.3. Mallas

**Coñécese como malla a unha traxectoria pechada nun circuíto.**

Unha malla comeza nun nó inicial, pasa por diferentes nós e remata de novo no nó inicial e nunca pasa por un nó máis de unha vez.



Antes de revisar as mallas, fíxate que na figura aparecen dous nós A. Están postos a propósito. **Recorda que só existe un nó A** (que podes colocar á esquerda ou á dereita) porque o condutor que os separa é idea.

No exemplo anterior temos 3 mallas:

- **Malla 1:** percorre os nós A-B-C-A
- **Malla 2:** percorre os nós C-D-A-C
- **Malla 3:** percorre os nós A-B-C-D-A

## 3. Leis de Kirchhoff

### 3.1. Primeira lei de Kirchhoff

**Tamén chamada lei dos nós ou lei das correntes.**

**En calquera nó, a suma das correntes de entrada é igual á suma das correntes de saída.**

Polo tanto, a suma de todas as correntes que pasan polo nó é cero.

$$\sum I_{\text{entrantes}} = \sum I_{\text{saiantes}}$$

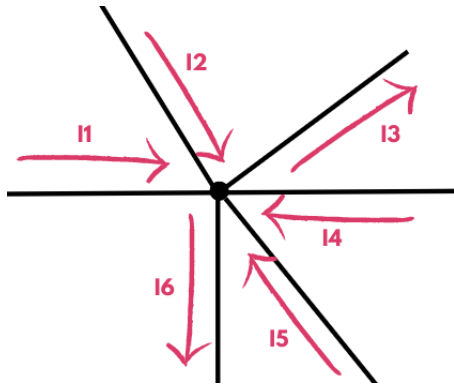
$$\sum I_{\text{entrantes}} - \sum I_{\text{saiantes}} = 0$$

$$\sum I = 0$$

As correntes entrantes representáanse cunha frecha que apunta cara ao nó. As correntes salientes están representadas por unha frecha que sae do nó.

*Exemplo 1:*

Vexamos cales correntes son entrantes e cales saíntes no seguinte nó e despois aplicaremos a 1ª lei de Kirchhoff



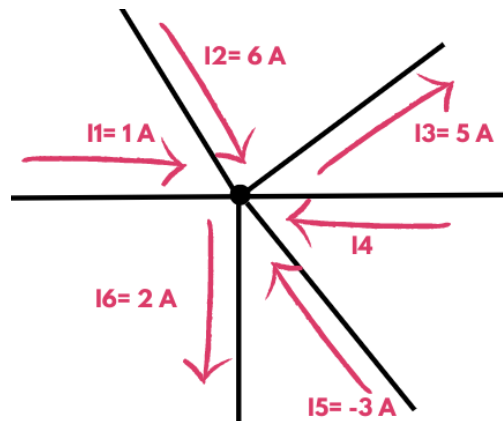
- Correntes entrantes:  $I_1, I_2, I_4, I_5$
- Corrientes salientes:  $I_3, I_6$
- Para aplicar a primeira lei de Kirchhoff:

$$\sum I_{\text{entrantes}} = \sum I_{\text{salientes}} \Rightarrow I_1 + I_2 + I_4 + I_5 = I_3 + I_6$$

$$\sum I = 0 \Rightarrow \sum I_1 + I_2 + I_4 + I_5 - I_3 - I_6 = 0$$

*Exemplo 2:*

Imos a calcular o valor de  $I_4$  aplicando a 1ª lei de Kirchhoff.



- Aplicamos a primeira lei de Kirchhoff:

$$\sum I_{\text{entrantes}} = \sum I_{\text{salientes}} \Rightarrow 1 + 6 + (-3) + I_4 = 5 + 2$$

- Despexamos  $I_4$  :

$$I_4 = 5 + 2 - 1 - 6 + 3 \Rightarrow I_4 = 3A$$

## 3.2. Segunda lei de Kirchhoff

Tamén chamada lei das mallas ou lei das voltaxes.

En calquera malla a suma das voltaxes dos xeradores é igual á suma das voltaxes dos elementos. Polo tanto, a suma de todas as voltaxes é cero nunha malla.

$$\begin{aligned}\sum V_{\text{xeradores}} &= \sum V_{\text{elementos}} \\ \sum V_{\text{xeradores}} - \sum V_{\text{elementos}} &= 0 \\ \sum V &= 0\end{aligned}$$

### 3.2.1. Aplicación xeral da lei de mallas.

A continuación explícase o paso a paso para aplicar a lei nun circuíto:

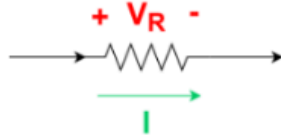
1. **Identifica as mallas** do circuíto.
2. **Debuxa as correntes** de cada malla.
3. **Para cada malla:**
  - a. **Escolle un nó inicial.**
  - b. **Percorre a malla** partindo dese nó na dirección na que debuxaches a corrente no punto 2 ata atopar o primeiro elemento do circuíto.
  - c. **Se o compoñente é un xerador:**
    - i. **E atopas o polo positivo**, pon a súa tensión á esquerda do igual cun signo negativo.
    - ii. **E atopas o polo negativo**, pon a súa tensión á esquerda do igual cun signo positivo.
  - d. **Se o compoñente é un elemento pasivo** (como unha resistencia) pon a súa tensión á dereita cun signo positivo.
4. **Vai á seguinte malla e repite a operación.** Rematarás cando teñas cuberto todas as mallas.
5. Agora tes que substituír o valor das tensións dos elementos pasivos pola súa expresión segundo a **Lei de Ohm** ( $V=I.R$ )
  - a. **Se pola resistencia só pasa a corrente da malla na que te atopas**, substitúe a tensión pola lei de Ohm usando o nome da corrente e o nome da resistencia correspondente.
  - b. **Se pola resistencia pasa máis dunha corrente** (a da malla na que estás e a da malla adxacente, hai dúas posibilidades:
    - i. **Ambas correntes van na mesma dirección:** entón a corrente total a través da resistencia será a suma de ambas. Por exemplo: se estamos na malla con corrente  $I_1 \rightarrow V_1 = (I_1 + I_2)R_1$
    - ii. **A corrente na malla adxacente vai na dirección oposta:** entón a corrente total a través da resistencia será a da malla na que está MENOS a da malla adxacente. Por exemplo: se estamos na malla con corrente  $I_1 \rightarrow V_1 = (I_1 - I_2)R_1$
6. **Substitúe os valores numéricos e resolve o sistema de ecuacións** para obter as correntes nas mallas.



## LEMBRA

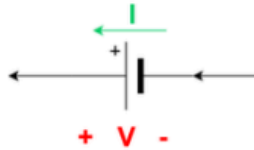
### RESISTENCIA:

Nunha resistencia o positivo da voltaxe estará no conector polo que entra a corrente e o negativo no conector polo que sae a corrente.



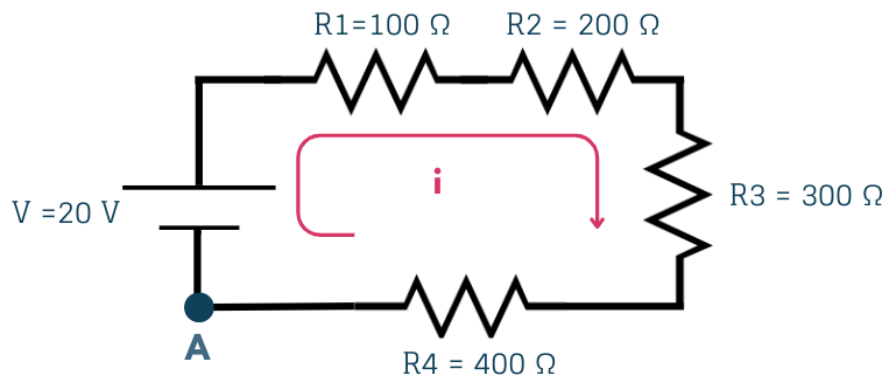
### PILA:

Nunha pila o polo positivo está no conector polo que sae a corrente e o negativo no polo polo que entra.



### Exemplo 3:

Aplicando a lei de mallas ao seguinte circuito calcularemos o valor da corrente  $i$ .



1. **Identificamos as mallas** do circuito: neste caso temos unha soa. En realidade o circuito poderíase resolver aplicando só a lei de Ohm.
2. **Debuxamos a corrente da malla** na dirección que queiramos.
3. **Seleccionamos o nó A:** que será tamén o que nos elixamos.
4. Comezamos a **percorrer a malla empezando polo nó A na dirección da corrente** que debuxamos.
5. **O primeiro elemento do circuito que atopamos é unha pila, polo que debemos poñela á esquerda do igual.** O polo da pila que atopamos é o negativo, así que escribimos a voltaxe da pila con signo positivo:  
 $V =$
6. Continuamos percorrendo a malla e **o seguinte elemento que atopamos é a resistencia  $R_1$ .** Colocamos a súa voltaxe á dereita do igual con signo positivo:  
 $V = V_{R1}$
7. **Seguimos percorrendo a malla** e atopamos, por esta orde, as resistencias  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$ .

A ecuación quedaría como sigue:

$$V = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} + V_{R4}$$

Esta sería a ecuación da malla.



8. Agora **aplicamos a lei de Ohm** a cada resistencia:

$$V = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4$$

9. **Despexamos I e substituímos o valor de V** e das resistencias:

$$I = \frac{20}{100 + 200 + 300 + 400}$$

10. **O valor de I será:**

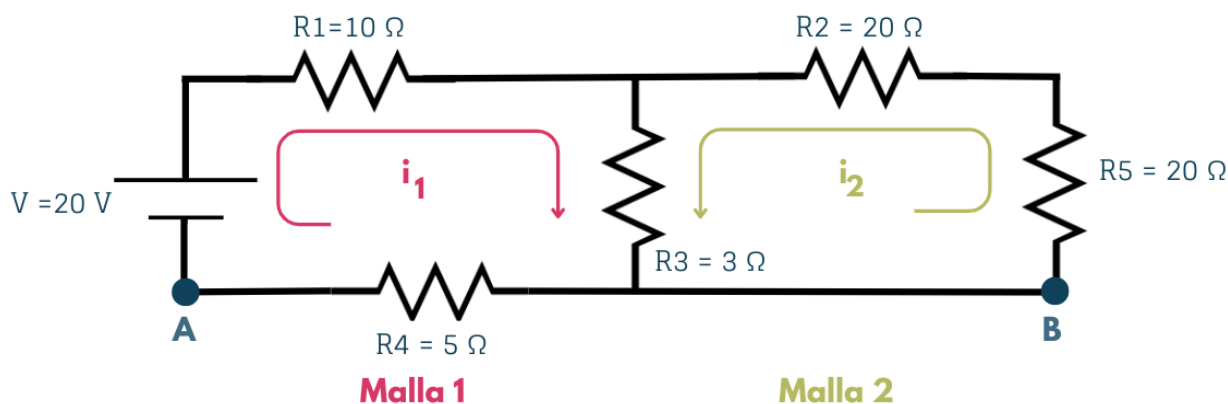
$$I = 0,002A$$

### 3.2.2. Aplicación da lei de mallas para 2 mallas.

Explicaremos a aplicación do método empregando directamente un exemplo.

*Exemplo 4:*

Calcula o valor das correntes de cada malla aplicando a 2ª lei de Kirchhoff.



1. **Seleccionamos as mallas** da imaxe e debuxamos as correntes en cada unha delas.
2. **Empezamos pola malla da esquerda, que será a malla 1:**
  - a. **Seleccionamos o nó A.**
  - b. **Percorremos a malla 1** na dirección da corrente debuxada empezando polo nó A.
  - c. **A ecuación da malla será a seguinte:**

$$V = V_{R1} + V_{R3} + V_{R4}$$

Temos a pila V, que poñemos á esquerda do igual e tres resistencias R<sub>1</sub>, R<sub>3</sub> e R<sub>4</sub> cuxas voltaxes poñemos á dereita do igual.

3. **Agora imos á malla 2 e escribimos a súa ecuación** empezando polo nó B e na dirección da corrente debuxada:

$$0 = V_{R5} + V_{R2} + V_{R3}$$

Na malla 2 non temos ningunha pila (ningún xerador), polo que á esquerda do igual poñemos un 0.

4. **Substituímos as voltaxes das resistencias pola súa expresión coa lei de Ohm** na ecuación de cada malla:

$$\begin{aligned} V &= I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_3 + I_1 R_4 \\ 0 &= I_2 R_5 + I_2 R_2 + (I_2 + I_1) R_3 \end{aligned}$$

Observa o que pasa coa resistencia R<sub>3</sub>. **Esta resistencia é común ás dúas mallas** e polo tanto, por ela circulan as dúas correntes I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub>. Como I<sub>1</sub> e I<sub>2</sub> circulan na mesma dirección (percorren a resistencia de arriba abaixo) as correntes súmanse. Pero que

pasaría se as correntes tiveran direccións diferentes? **Observa a imaxe que aparece ao final do exemplo.**

5. Sacamos as correntes como factor común para obter o sistema de ecuacións:

$$\begin{aligned} V &= I_1(R_1 + R_3 + R_4) + I_2R_3 \\ 0 &= I_2(R_5 + R_2 + R_3) + I_1R_3 \end{aligned}$$

6. Substituímos o valor das resistencias e da voltaxe da pila:

$$\begin{aligned} 20 &= 18I_2 + 3I_1 \\ 0 &= 43I_2 + 3I_1 \end{aligned}$$

7. **Resolvemos o sistema de ecuacións para obter o valor das correntes:**

$$\begin{aligned} I_1 &= -0.8A \\ I_2 &= 11.47A \end{aligned}$$

O valor de  $I_1$  é negativo, iso quere dicir, que nun circuíto real a dirección da corrente sería o contrario ao que debuxamos no noso circuíto. Deixar o valor como negativo sería correcto porque é coherente coa nosa suposición inicial.



**INFO**

### RESISTENCIA QUE COMPARTE DÚAS MALLAS

#### Correntes no mesmo sentido



$$\begin{aligned} \text{Desde malla 1} &\longrightarrow V_R = (i_1 + i_2) R \\ \text{Desde malla 2} &\longrightarrow V_R = (i_2 + i_1) R \end{aligned}$$

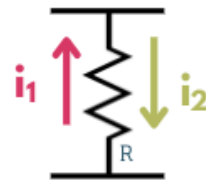
#### Correntes en distinto sentido



$$\begin{aligned} \text{Desde malla 1} &\longrightarrow V_R = (i_1 - i_2) R \\ \text{Desde malla 2} &\longrightarrow V_R = (i_2 - i_1) R \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Desde malla 1} &\longrightarrow V_R = (i_1 + i_2) R \\ \text{Desde malla 2} &\longrightarrow V_R = (i_2 + i_1) R \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Desde malla 1} &\longrightarrow V_R = (i_1 - i_2) R \\ \text{Desde malla 2} &\longrightarrow V_R = (i_2 - i_1) R \end{aligned}$$