MATEMÁTICAS II

BOLETÍN 1: GEOMETRÍA EN EL ESPACIO. VECTORES.

1.- Dados los vectores $\vec{a} = (2, -1,4)\ y\ \vec{b} = (0,3, \gamma)\ con\ \gamma \in R$.

a) Halla el valor de γ para que $\vec{a}\ y\ \vec{b}$ sean ortogonales.

b) Para $\gamma = 0$ calcula el área del paralelogramo que tiene por lados los vectores $\vec{a}\ y\ \vec{b}$.

2.- a) Definición e interpretación geométrica del producto vectorial de dos vectores en el espacio.

b) Calcula los vectores unitarios y perpendiculares a los vectores $\vec{u} = (1, -2,2)\ y\ \vec{v} = (1,0,1)$.

3.- a) Calcula el ángulo que forman los vectores $\vec{u} = (2,1,1)\ y\ \vec{v} = (-1,1,1)$.

b) ¿Cuánto debe valer a para que los vectores $\vec{u} = (2, a, 1)\ y\ \vec{v} = (-1, a, 1)$ sean perpendiculares?

4.- Los puntos A(1,1,0), B(0,1,1) y C(-1,0,1) son vértices consecutivos de un paralelogramo ABCD. Calcula las coordenadas del vértice D y el área del paralelogramo.

5.- a) Demuestra que los puntos $A(\delta, 2, \delta), B(2, -\delta, 0) y\ C(\delta, 0, \delta + 2)$ son vértices de un triángulo isósceles.

b) Para $\delta = 2$ determinar su área.

c) Para $\delta = 0$, si los puntos A,B y C se trasladan según el vector $\vec{v} = (1, -1,3)$ se obtiene un prisma triangular. Halla los nuevos vértices y el volumen del prisma.

6.- Determina el valor de a para que los puntos A(1,0,1), B(1,1,1) y C(1,6,a) sean los vértices de un triángulo de área 3/2.

7.- Sean $\vec{u}\ y\ \vec{v}$ dos vectores tales que $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = 4, |\vec{u} - \vec{v}| = 5$. Calcula el ángulo que forman los vectores $\vec{u}\ y\ \vec{v}$. Calcula el producto mixto $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} x \vec{v}]$, siendo $\vec{u} x \vec{v}$ el producto vectorial de $\vec{u}\ y\ \vec{v}$.

8.- Dados los puntos $P_1(1,3, -1), P_2(\mathrm{a}, 2,0), P_3(1,5,4)$ y $P_4(2,0,2)$, se pide:

a) Hallar el valor de a para que los cuatro puntos estean en el mismo plano.

b) Hallas los valores de a para que el tetraedro con vértices en P_1, P_2, P_3 y P_4 tenga volumen igual a 7.

9.- Sean $\vec{u}\ y\ \vec{v}$ dos vectores. Comprueba que si $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$ entonces $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Calcula los vectores unitarios que sean perpendiculares a los vectores $\vec{u} = (-3,4,1)\ y\ \vec{v} = (-2,1,0)$.

10.- a) Definición e interpretación geométrica del producto vectorial de dos vectores.

b) Dados los vectores $\vec{u} = (-2,0,4)\ y\ \vec{v} = (-1,0, \alpha)$, ¿Para qué los valores de α el módulo del vector $(\vec{u} + \vec{v}) x (\vec{u} - \vec{v})$ es igual a 4?

c) Determina los valores de a y b, a>0, para que los vectores $\vec{v_1} = (a, b, b)\ y\ \vec{v_2} = (b, a, b)\ y\ \vec{v_3} = (b, b, a)$, sean unitarios y ortogonales dos a dos.

11.- Determinar el vector ó vectores unitarios $\vec{v} = (a, b, c)$ con a,b,c>0, que forman un ángulo de $\frac{\pi}{6}$ radianes con el vector $\vec{u} = (1,1,1)$ y un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ radianes con $\vec{w} = (2,0,2)$.