Boletín 2 derivabilidad
Matemáticas II

1.- El porcentaje de ocupación de una cafetería entre las 13 y las 21horas se explica a través de la siguiente función P(x) que expresa el porcentaje de ocupación a las x horas:

$$P(x) = (x^2 - 55x) \cdot (x+1) + 1015x - 5542\,;13 \leq x \leq 21$$

a) Indica los intervalos de tiempo en los que la ocupación crece ó decrece.
b) Representa la función. ¿Cuándo se alcanza el porcentaje de ocupación más alto? ¿y el más bajo? ¿cuál es su valor?
c) ¿La función tiene algún máximo ó mínimo relativo que no sea absoluto?

2.- (a) Calcula el valor de k para que la función $f(x) = x^3 - kx + 10$ cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [-2,0] y para ese valor determina un punto del intervalo en el que se anule la derivada de *f(x).*

(b) Calcula el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x) = ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$.

3.- (a) Calcula para qué valor de α la función $f(x) = (x-\alpha)^2 + \cos x$ tiene un extremo en el punto de abscisa x= 0 . ¿De qué tipo de extremo se trata?

(b) Para el valor de α calculado, determina los cortes de la curva con los ejes y los dominios de monotonía.

4.- (a) ¿Podemos asegurar que la gráfica de la función $f(x) = 3sen\left(\frac{x}{2}\right) - \cos(x^2)$ corta el eje OX en algún punto del intervalo $(0,\pi)$?

(b) Calcula, si existen, los valores de a y b para que la función f sea derivable:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x}{e^x} & si\ x < 0 \\ x^2 + ax + b & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

5.- Estudia y representa gráficamente la función : $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$.

6.- (a) Calcula los valores de a, b, c sabiendo $y = x^2 + bx + 1\ e\ y = x^3 + c$ tienen la misma recta tangente en el punto (1,2).

(b) ¿Tiene la ecuación $x^3 + 2x - 2 = 0$ alguna solución en el intervalo (0,1)? ¿Tiene la ecuación más de una solución real?

7.- Estudia la continuidad y derivabilidad, representa la función: $f(x) = \frac{|x-2|}{|x-1|} - 1$.

8.- (a) Cacula los valores de a y b para que $\lim_{x\to 0} \frac{ax^2+bx+1-e^{2x}}{sen(x^2)} = 1$.

(b) Si c>2 calcula los valores de a, b, c para que la función *f* cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [0,c].

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & si\ x < 2 \\ x + 1 & si\ \ x \geq 2 \end{cases}$$

9.- (a) Probar que la función $f(x) = x^3 + 2x - 4$ corta al eje OX en algún punto del intervalo [1,2]. ¿Puede cortarlo en más de un punto?

(b) Calcula $\lim_{x\to 0} \left(\frac{x+2}{x^2+x+2}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

10.- (a) Calcula los extremos relativos de la función $f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$. Calcula también el máximo absoluto y el mínimo absoluto de esta función en el intervalo [-3,3].

(b) Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = ax^2 + bxlnx$ tenga un punto de inflexión en el punto (1,2). Para estos valores de a y b, calcula el dominio y los intervalos de concavidad y convexidad de *f(x).*