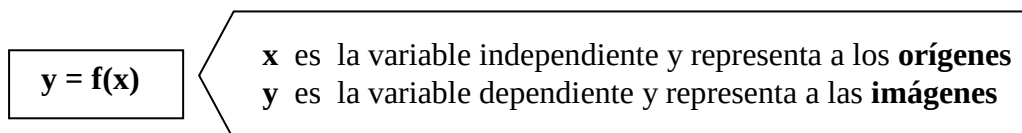


UNIDAD 6: FUNCIONES Y PROPIEDADES

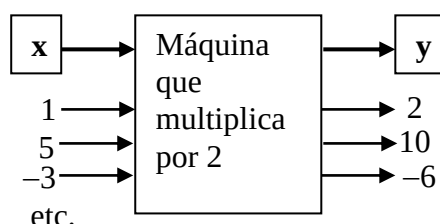
1. Concepto de función

Una función es una relación entre dos variables, de tal modo que a cada valor de la primera (variable independiente) le corresponde un valor, o ninguno, de la segunda (variable dependiente). Dicha relación se escribe así:



Podemos considerar que una función es una máquina que opera, dando una imagen del origen que entra en ella.

Ejemplo: $y = f(x) = 2x$



Dominio de una función: es el conjunto de los orígenes, es decir, de los valores que puede tomar la x .

Recorrido o imagen: es el conjunto de las imágenes, es decir, de los valores que puede tomar la y .

Ejemplo: $y = f(x) = 2x$

Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

Recorrido: $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$

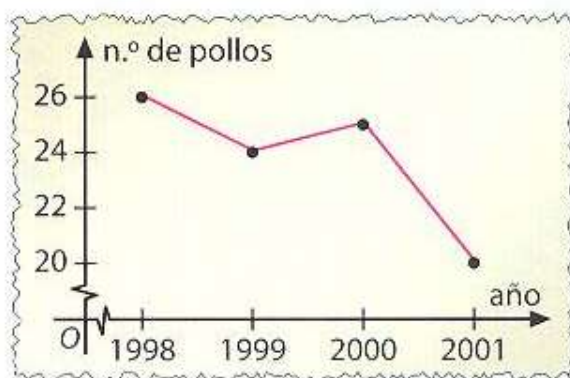
2. Formas de determinar una función

a) Mediante una fórmula o expresión algebraica

Por ejemplo: $A = \pi \cdot r^2$ (Área del círculo en función del radio)

Desde el punto de vista matemático, conocer la expresión algebraica o fórmula es la mejor manera de determinar una función

b) Por una gráfica:



La gráfica indica el número de pollos vendidos en los años indicados. La variable independiente es el tiempo (en años), y la representamos en el eje horizontal (abscisas), y la variable dependiente es el número de pollos (en millones), y la representamos en el eje vertical (ordenadas)

c) Mediante una tabla de valores

AÑO	x	1998	1999	2000	2001
MILLONES DE POLLOS	y	26	24	25	20

3. Dominios de algunas funciones

Funciones polinómicas

Son funciones de la forma $f(x) = P(x)$, donde $P(x)$ es un polinomio. Su dominio es $\mathbf{R}$, es decir, $\text{Dom } f(x) = \mathbf{R}$

Ejemplo: $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$; $\text{Dom } (f) = \mathbf{R}$

Funciones racionales (fracciones de polinomios):

Son funciones de la forma $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son dos polinomios. Su dominio son todos los números reales, excepto los que anulan el denominador:

Ejemplo: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$ Resolvemos la ecuación $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$.

Por tanto: $\text{Dom } (f) = \mathbf{R} - \{\pm 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

Funciones irracionales (raíces cuadradas):

Son aquellas en las que la variable independiente está bajo el signo radical, es decir son funciones de la forma: $f(x) = \sqrt{g(x)}$. Su dominio está formado por aquellos valores que hacen el radicando positivo o nulo.

Ejemplo: $f(x) = \sqrt{x-4}$. Resolvemos la inecuación: $x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$

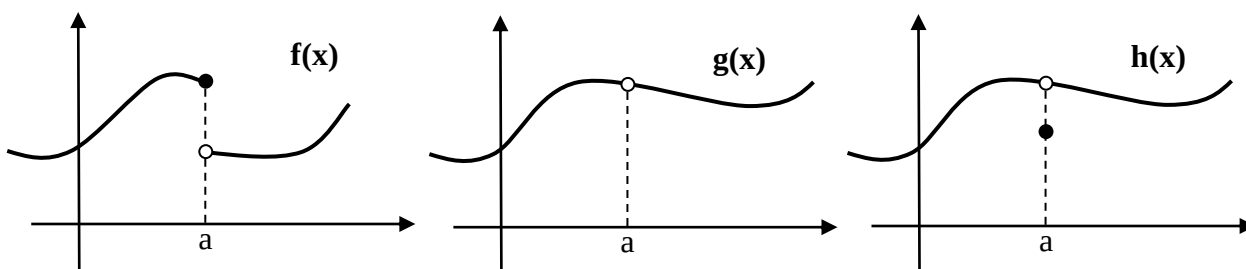
Por tanto: $\text{Dom } (f) = [4, +\infty)$

4. Propiedades de las funciones

Continuidad

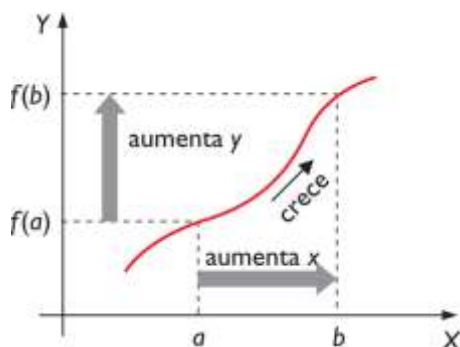
Una función es **continua** en un intervalo si su gráfica no presenta interrupciones en él ("rotos"), pudiéndose dibujar sin levantar el lápiz del papel. Los puntos en los que se interrumpe la gráfica de una función se llaman **puntos de discontinuidad**.

Las tres funciones siguientes son discontinuas en $x = a$, por diferentes motivos:

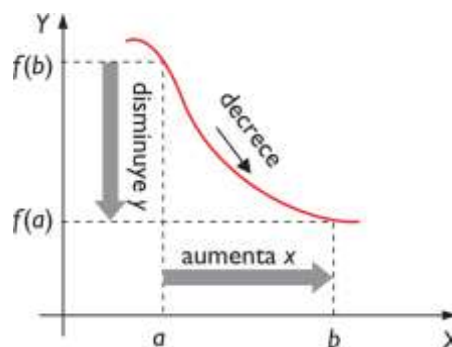


Crecimiento y decrecimiento

Una función es creciente (decreciente) en un intervalo si la función sube (baja) al ir de izquierda a derecha.



Función creciente



Función decreciente

Extremos absolutos y relativos

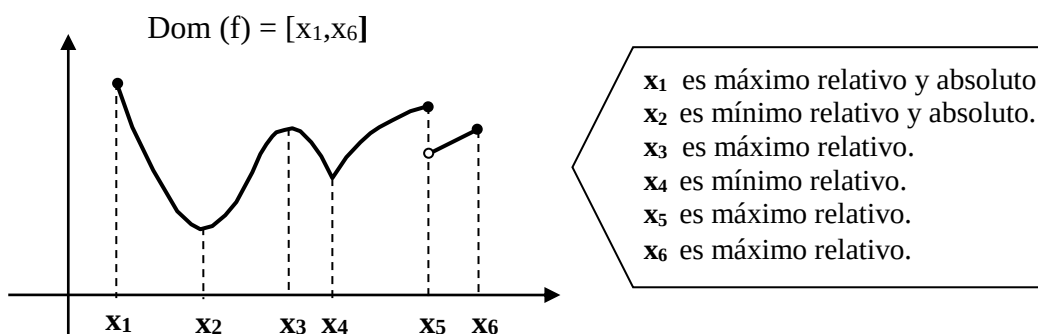
Los puntos más altos o más bajos son los **extremos** de la función. Los extremos pueden ser: **absolutos** y **relativos**

Una función tiene un **máximo relativo** en un punto, cuando en ese punto la función toma un valor mayor que en los puntos de su entorno (alrededores). Si la función es continua en dicho entorno, crece hasta el máximo y decrece a partir de él.

Una función tiene un **mínimo relativo** en un punto, cuando en ese punto la función toma un valor menor que en los puntos de su entorno. Si la función es continua en dicho entorno, decrece hasta el mínimo y crece a partir de él.

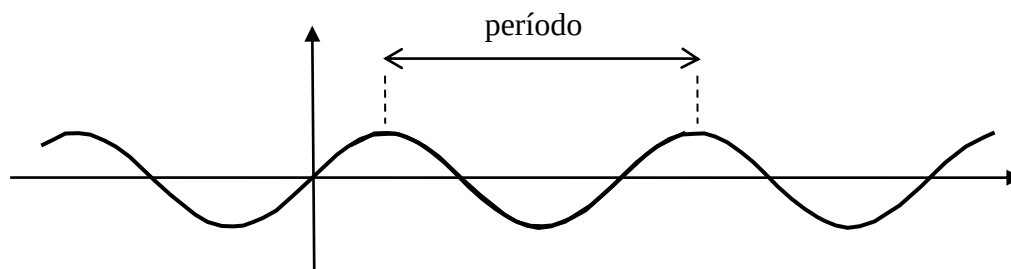
Una función tiene un **máximo [mínimo] absoluto** en un punto si en dicho punto presenta la **mayor [menor] imagen de toda la función**.

Ejemplo:



Periodicidad

Una función es **periódica** si su gráfica se repite a intervalos iguales. La amplitud del menor intervalo en que esto ocurre es un número real denominado **período**.

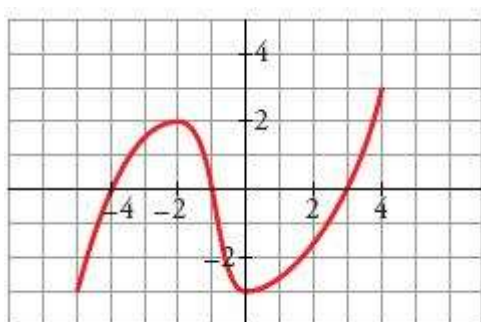


Puntos de corte con los ejes de coordenadas

Son los puntos donde la gráfica de la función corta a los ejes de coordenadas. Para calcularlos, se hace lo siguiente:

- **Eje x:** la función (la y) vale cero. Las coordenadas son **(x , 0)**
- **Eje y:** la x vale cero. Las coordenadas son **(0, y)**

Ejemplo:



Corte con eje X: $(-4,0)$, $(-1,0)$, $(3,0)$

Corte con eje Y: $(-3, 0)$