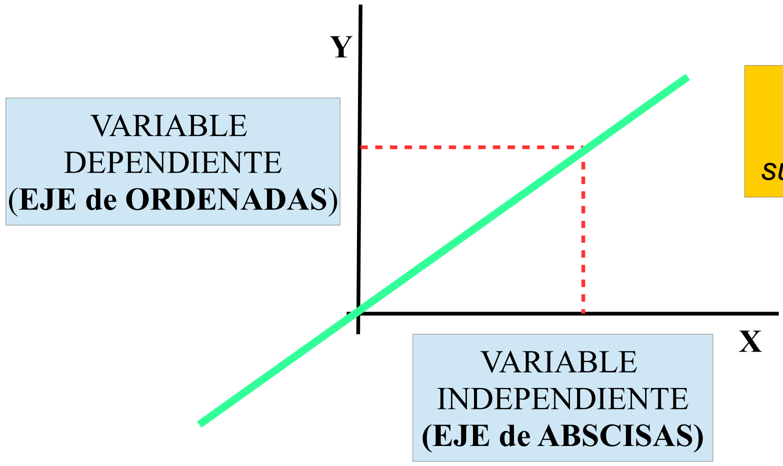
1. FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

Las funciones sirven para describir fenómenos físicos, económicos, biológicos.... Ej. El área de un cuadrado al variar la longitud de su lado.

Función es una relación entre dos variables a las que, en general se les llama x e y.
La función asocia a cada valor de x un único valor de y.

* x es la VARIABLE INDEPENDIENTE // * y es la VARIABLE DEPENDIENTE

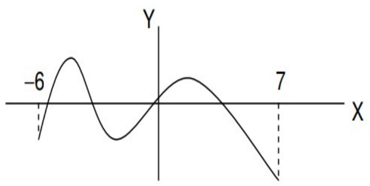
Para visualizar el comportamiento de una función se recurre a una **REPRESENTACIÓN GRÁFICA:**



Cada punto de la gráfica tiene dos coordenadas, su abscisa "x" y su ordenada "y".

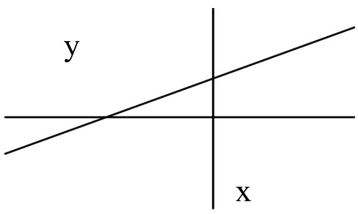
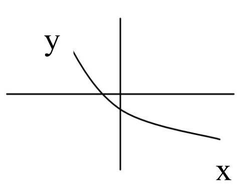
CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN:

- **DOMINIO : tramo de valores de x para los cuales hay valores de y.**
  ej.

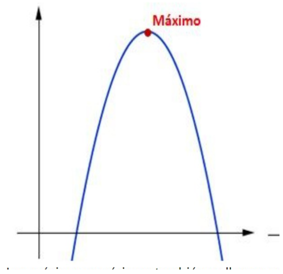
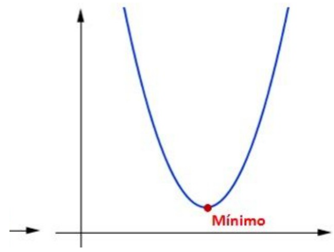


Dominio: [−6, 7]

- **CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO:**

+ Una función es creciente cuando al aumentar la variable independiente "x", aumenta la variable dependiente, "y". 	+ Una función es decreciente cuando al aumentar la variable independiente "x", disminuye la variable dependiente, "y". 

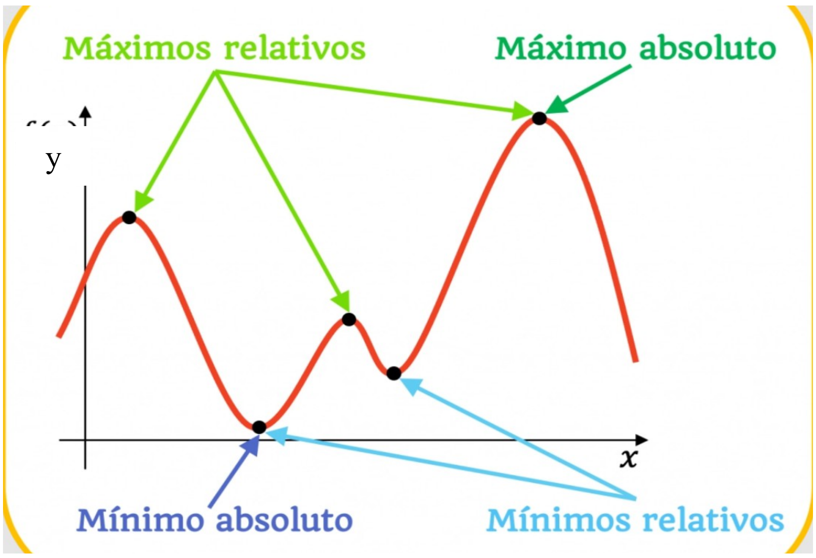
- **MÁXIMOS Y MÍNIMOS**

<table>
<tr>
<td>+ Una función tiene un MÁXIMO en un punto cuando su ordenada toma el valor más alto.
</td>
<td>+ Una función tiene un MÍNIMO en un punto cuando su ordenada toma el valor más bajo.
</td>
</tr>
</table>

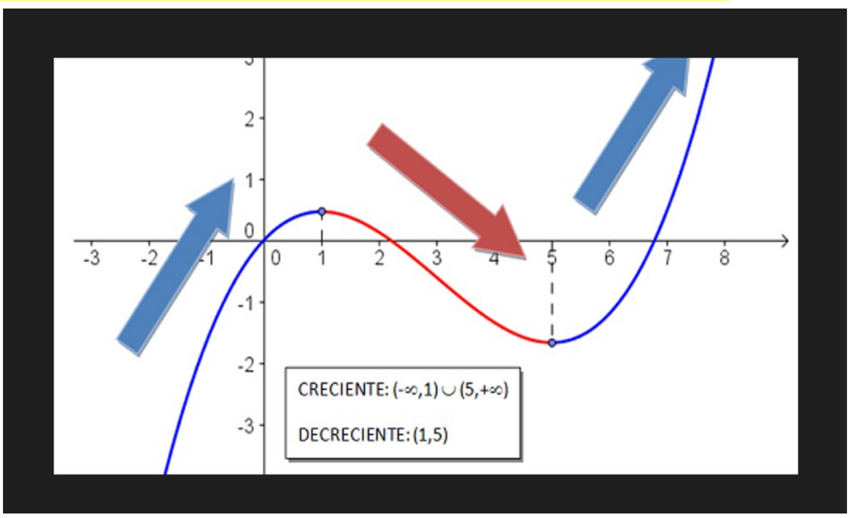
Los máximos y mínimos también se llaman **EXTREMOS DE LA FUNCIÓN.**

MÁXIMOS Y MÍNIMOS ABSOLUTOS: son los valores de una función f más grandes (máximos) o más pequeños (mínimos) de todo el dominio.

MÁXIMOS Y MÍNIMOS RELATIVOS: son los valores de una función f máximos o mínimos cuyo valor no supera al máximo/ mínimo absoluto.

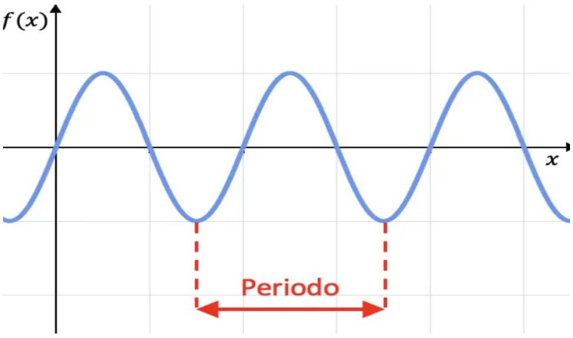


- **INTERVALOS DE CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO**



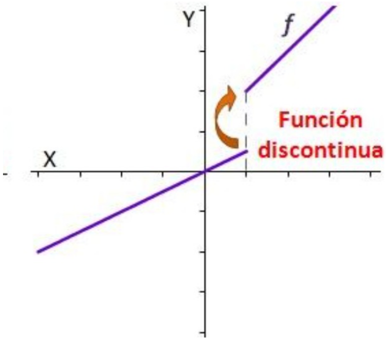
- **PERIODICIDAD**

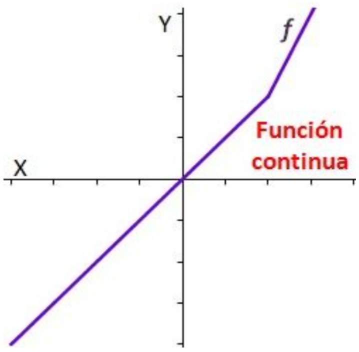
Las funciones periódicas son aquellas cuyo comportamiento se va repitiendo cada vez que la variable independiente recorre un cierto intervalo. A la longitud de ese intervalo se llama PERIODO.



- **DISCONTINUIDAD Y CONTINUIDAD**

+ Si la variable independiente pasa dando saltos de cada valor al siguiente la FUNCIÓN es DISCONTINUA.





+ Si la función no presenta discontinuidad de ningún tipo se llama función CONTINUA. Y su variable es CONTINUA.

2. UNA EXPRESIÓN ANALÍTICA DE UNA FUNCIÓN

Una función es una ecuación que relaciona algebraicamente las dos variables que intervienen.

Ej.

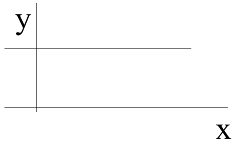
$A = l^2$ $\qquad$ $y = x+3$ $\qquad$ $s = s_0 + v \cdot t$

CLASIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES

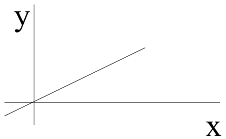
ALGEBRAICAS

POLINÓMICAS

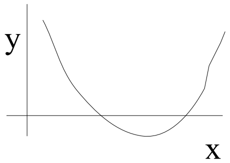
GRADO CERO : Ej. y= k



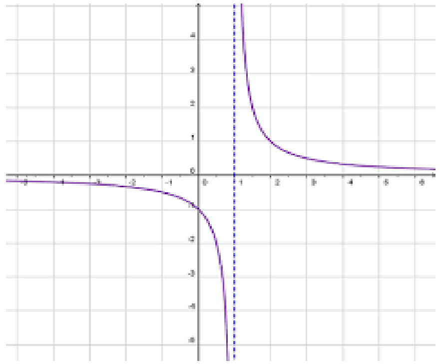
PRIMER GRADO: Ej. y = mx+n



SEGUNDO GRADO. Ej. $y=ax^2+bx+c$

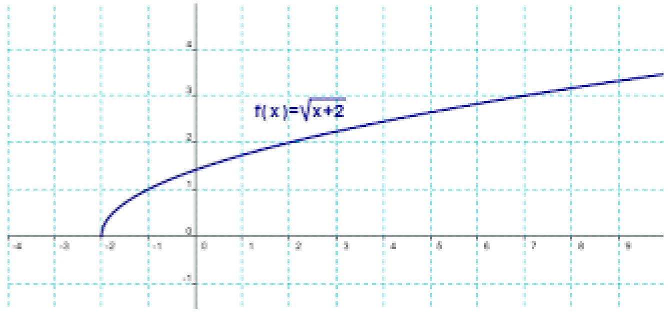


RACIONALES



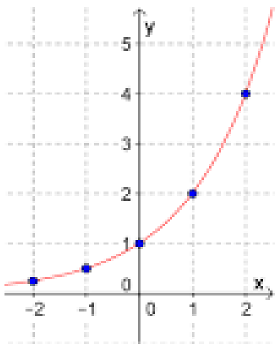
$$y=\frac{1}{x-1}$$

IRRACIONAL



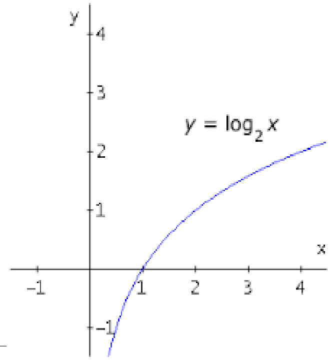
NO ALGEBRAICAS

EXPONENCIALES

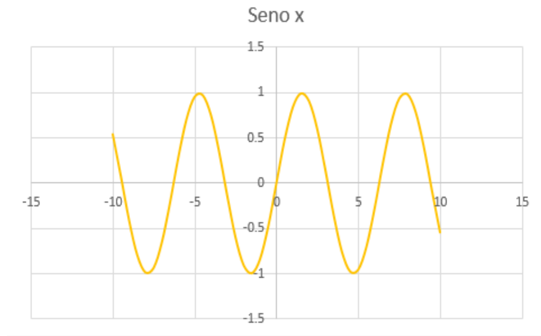


$$y=2^x$$

LOGARÍTMICAS



TRIGONOMÉTRICA

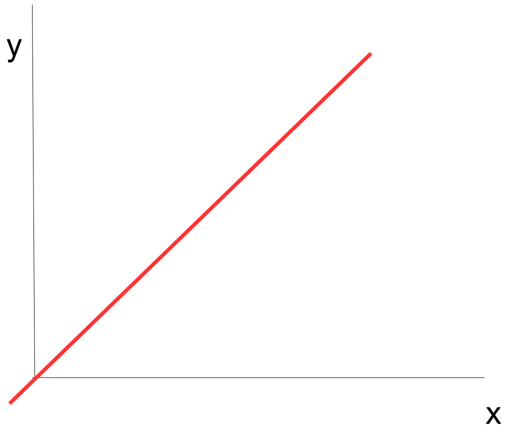


3. LA FUNCIÓN DE PRIMER GRADO

* La función lineal (función de proporcionalidad) y = mx *

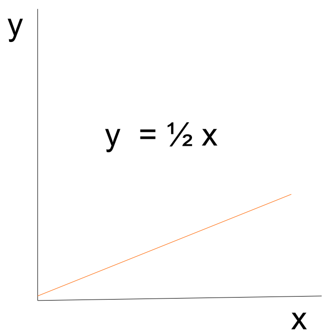
Son funciones en las que las dos variables son proporcionales.

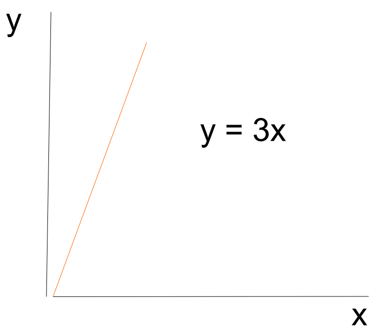
Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas (0,0)



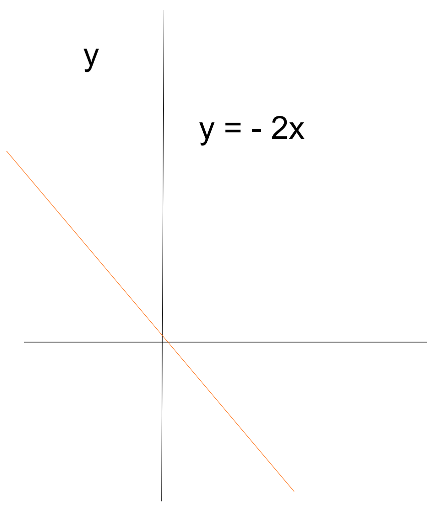
La constante de proporcionalidad entre las variables x e y es la pendiente de la recta, m, determina la inclinación de la recta y puede ser positiva o negativa.

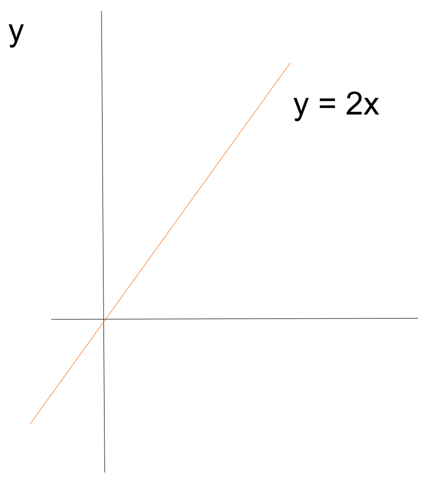
- Cuanto mayor es la pendiente, mayor es la inclinación de la recta.





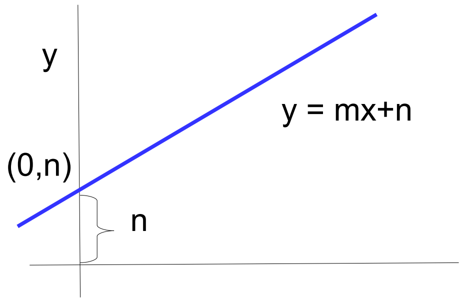
- Si la pendiente es positiva, la recta es creciente, si es negativa es decreciente.



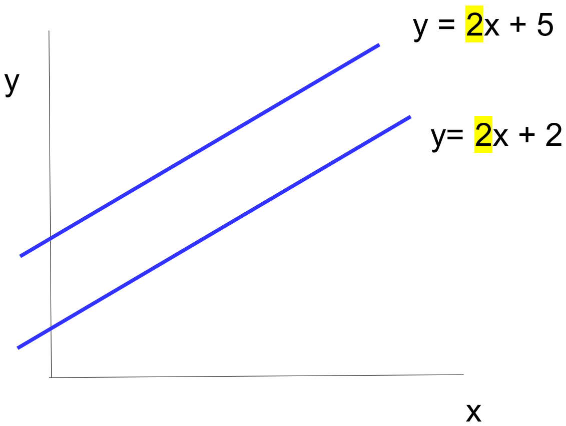


* La función afín y=mx+n*

- Su gráfica es una recta de pendiente m, que corta al eje de ordenadas en el punto (0,n).Por lo tanto n indica la ordenada del punto de corte de la recta con el eje de ordenadas (OY). Por esta razón, a n se le denomina ordenada en el origen.



Todas las rectas con la MISMA PENDIENTE son paralelas.



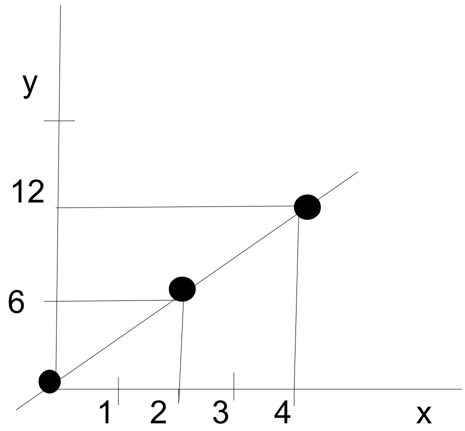
4. REPRESENTACIÓN DE LA GRÁFICA A PARTIR DE LA ECUACIÓN

Se construye una tabla de valores en la que sólo se necesitan dos puntos, ya que, por dos puntos sólo pasa una recta.

Para representarla, sólo hará falta obtener puntos, lo que se consigue dándole un valor a x y obteniendo el correspondiente valor de y.

Ej. y = 3x

x	y
0	$y = 3 \cdot 0 = 0$
2	$y = 3 \cdot 2 = 6$
4	$y = 3 \cdot 4 = 12$



-

* ECUACIÓN DE UNA RECTA CONOCIDO UN PUNTO Y LA PENDIENTE

La expresión $y = mx + n$ se denomina ECUACIÓN EXPLÍCITA de la recta.

Cada recta está identificada por su pendiente m, y su ordenada en el origen n .

Para hallar la ecuación de una recta de la que se conoce un punto P (x_1, y_1) y su pendiente m, bastará con determinar n.

Ej. P (4,5) → $x = 4$; $y = 5$; $m=6$

$$y = m\,x + n$$
$$5 = 6 \cdot 4 + n$$
$$5 = 24 + n \quad \rightarrow \quad -21 = n$$

LA RECTA ES: $y = m\,x + n$

$$y = 6x - 21$$

* ECUACIÓN DE UNA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

Se conocen dos puntos P (x_1, y_1) y Q (x_2, y_2)

Ej. P (2,4) $x = 2$, $y = 4$; $y = m\,x + n$; $4 = m\,2 + n \rightarrow 4 = 2m + n$

Q (3, 6) $x = 3$, $y = 6$; $y = m\,x + n$; $6 = m\,3 + n \rightarrow 6 = 3m + n$

$$\left.\begin{array}{l} 4 = 2m + n \\ 6 = 3m + n \end{array}\right\} \text{resolvemos el sistema}$$

$$\begin{array}{r} 4 = 2m + \cancel{n} \\ -\quad 6 = 3m + \cancel{n} \\ \hline -2 = -m \end{array} \quad \rightarrow \quad m = 2$$

como conocemos "m", ahora calculamos n,

$$4 = 2m + n$$
$$4 = 2 \cdot 2 + n \rightarrow 4 = 4 + n \rightarrow 4 - 4 = n$$
$$n = 0$$

LA RECTA ES : $y = m\,x + n$

$$y = 2\,x + 0 \rightarrow y = 2x$$

* ECUACIÓN GENERAL DE UNA RECTA

La ecuación general de una recta es una ecuación del tipo: $Ax + By + C = 0$

Ej. $3x + 2y + 5 = 0$

$y = 5x + 4$

$5x - y + 4 = 0$

5. POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS EN EL PLANO

		Forma general $A x + B y + C = 0$ $A'x + B'y + C' = 0$	**Forma explícita** $y = m x + n$ $y = m'x + n'$
Secantes P	Se cortan en un punto que es común a las dos rectas. Punto de intersección.	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$	$m \neq m'$
Paralelas	No tienen ningún punto en común	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$	$m = m'$ igual pendiente

El punto de intersección de dos rectas secantes se obtiene analíticamente, resolviendo el sistema formado por sus ecuaciones.

¿Cómo saber si son paralelas o secantes?

Tenemos dos rectas $\left.\begin{array}{l} \mathbf{3}x + \mathbf{5}y + 3 = 0 \\ \mathbf{2}x + \mathbf{4}y + 2 = 0 \end{array}\right\}$ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$ $\quad \frac{3}{2} \neq \frac{5}{4}$ son secantes

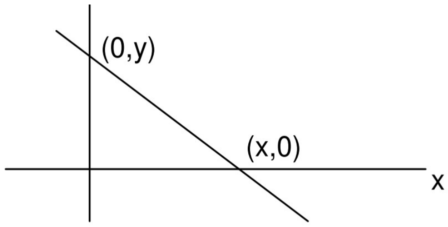
Tenemos dos rectas $\left.\begin{array}{l} \mathbf{4}x + \mathbf{6}y + 1 = 0 \\ \mathbf{2}x + \mathbf{3}y + 2 = 0 \end{array}\right\}$ $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$ $\quad \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = 2$ son paralelas

También se puede obtener gráficamente, representado las rectas.

6. CALCULO DE LOS PUNTOS DE INTERSECCIÓN DE UNA RECTA CON LOS EJES DE COORDENADAS

Si en la ecuación de la recta, se hace $x = 0$, se obtiene el punto en que la recta corta al eje de ordenadas (OY).

Si en la ecuación de la recta se hace $y = 0$, se obtiene el punto en que la recta corta al eje de abscisas (OX).



Ejemplo: Obtener los puntos de intersección de la recta $x + 5y - 15 = 0$ con los ejes de coordenadas.

- $x = 0 \rightarrow x + 5y - 15 = 0$

  $5y - 15 = 0;$

  $5y = 15;$

  $y = 3$ Punto de corte con ordenadas (0,3)

- $y = 0 \rightarrow x + 5y - 15 = 0$

  $x \quad - 15 = 0;$

  $x = 15$ Punto de corte con abscisas (15,0)