

Resolución de problemas. Modelización

José Luis Muñoz Casado



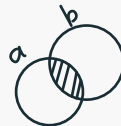


Tabla de contenidos

01

**Resolución
Problemas**

02

Modelización

03

Herramientas

04

Ejemplos

α^b



(a,b)

01

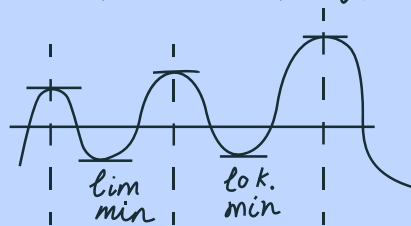
Resolución de problemas

¿Alguna novedad?

$$\{x_n\} + \{y_n\} \stackrel{df}{=} \{x_n + y_n\}; \quad \parallel$$

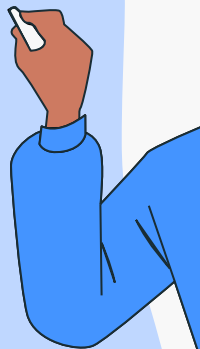
$$x: \rho \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{A} = 1 \right)$$

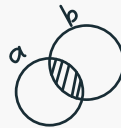
$$N \rightarrow \mathbb{R} \quad n \geq n_0: (x_n - g) < \varepsilon$$



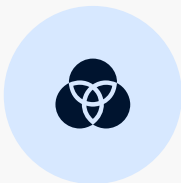
$$\sqrt[n]{4} \cdot \sqrt[n]{13} \cdot \sqrt[n]{n} \cdot \sqrt[n]{n}$$

$$n \geq n_0: (x_n) \left(\frac{n^2 + n - 1}{n^2 - 2n + 3} \right)^5$$





Un buen problema



Desafío



Herramientas matemáticas



Promueve el razonamiento

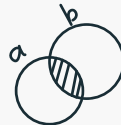


Diferentes enfoques

α^b



(a,b)



Un buen problema

Para enumerar las páginas de un libro un tipógrafo ha utilizado 2989 dígitos, ¿cuántas páginas tenía el libro?

Polya

Una cabra está atada por una cuerda de seis metros a la esquina de un redil que mide cuatro metros por cinco metros, rodeado por un campo de hierba ¿En qué área puede pastar la cabra?

Mason, Burton, Stacey^{a,b}

Algunos números pueden expresarse como suma de una sucesión de números consecutivos. Exactamente ¿qué números tienen esa propiedad? Por ejemplo,

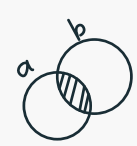
$$9 = 2 + 3 + 4$$

$$11 = 5 + 6$$

$$18 = 3 + 4 + 5 + 6$$



Mason, Burton, Stacey



Algunas ventajas de la RP

**Actitud
abierta**

**Concepción
dinámica**

**Visión
integrada**

a^b

(a,b)

**Aprendizaje
significativo**

**Promueve
procesos**

**Desarrolla
estrategias**



02

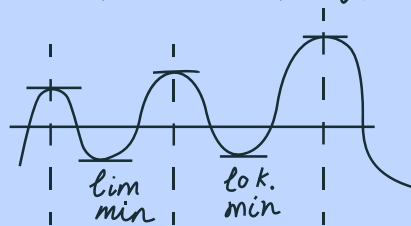
Modelización

Lo nuevo

$$\{x_n\} + \{y_n\} \stackrel{\text{df}}{=} \{x_n + y_n\}; \quad \Downarrow$$

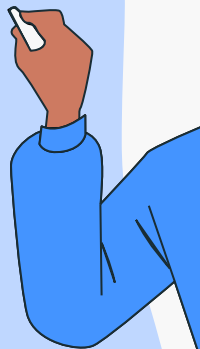
$$x: \rho \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{A} = 1 \right)$$

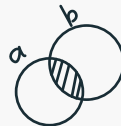
$$N \rightarrow \mathbb{R} \quad n \geq n_0: (x_n - g) < \varepsilon$$



$$\sqrt[n]{4} \cdot \sqrt[n]{13} \cdot \sqrt[n]{n} \cdot \sqrt[n]{n}$$

$$n \geq n_0: (x_n) \left(\frac{n^2 + n - 1}{n^2 - 2n + 3} \right)^5$$





Algunas definiciones

- Según Morgen Niss, padre intelectual de la competencia matemática, la modelización es el arte de aplicar las matemáticas en la vida real.
- Según el ICMI, en su artículo Applications and Modelling in Mathematics Education. Discussion document, la modelización implica cualquier relación entre el mundo real y las matemáticas.
- H. Pollack escribe "cuando se utilizan las matemáticas para comprender una situación en el mundo real, y luego quizás se utilicen para tomar decisiones o incluso para predecir el futuro [...] eso es modelizar matemáticamente"

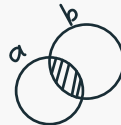
α^b



(a,b)



Proceso de modelización



(a,b)

01 Formulación del problema

02 Sistematización

03 Matematización

α^b

04 Análisis matemático

05 Interpretación/Evaluación

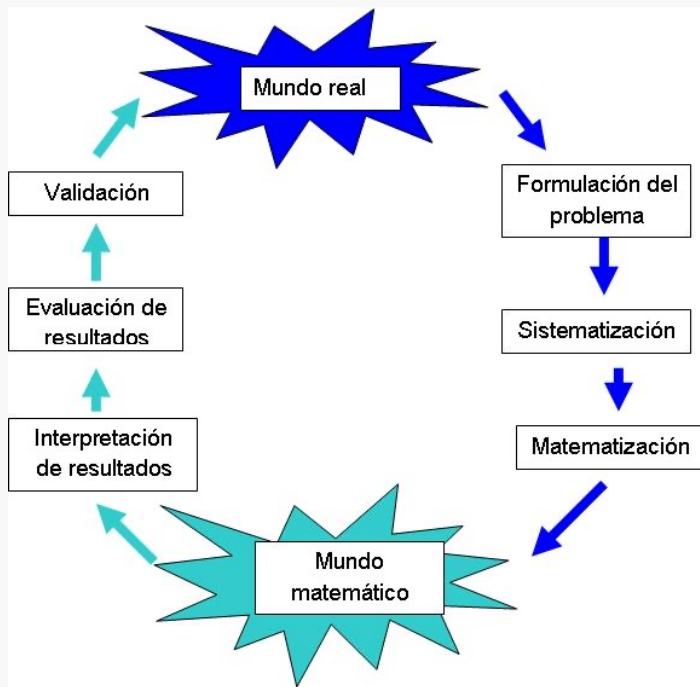
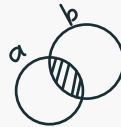


06 Validación





Proceso de modelización



α^b



(a,b)



Mañanas matemáticas con Mikael y Morten



El reloj despertador suena. Tu mano intenta alcanzarlo y se cae de la mesa. Lo encuentras y lo apagas. Te das vuelta en la cama y tratas de imaginar que es sábado, pero lentamente sientes que algo interesante va a ocurrir hoy. Ahora lo recuerdas, Mañanas matemáticas con Mikael y Morten. A las 8:00 estarás con tus compañeros trabajando en la descripción de tu mañana matemática. Un día excitante te está esperando ... Te pones los anteojos matemáticos listo para observar tu mañana matemáticamente.

α^b

(a,b)

¿Cuánta agua usas para lavarte los dientes y cuánto tiempo dura un tubo de pasta dental?
¿Qué ocurre con la ducha?

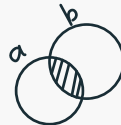
La matemática también puede encontrarse en los modos en que distribuyes tu tiempo en la mañana, o cómo llegas a la escuela.



Extraído de Blomhøj, M. (2004)



Mañanas matemáticas con Mikael y Morten



Realizar observaciones cuidadosas de lo que ves con tus anteojos matemáticos desde que te levantas hasta que llegas a la escuela.

Tus observaciones deben ser descriptas y analizadas matemáticamente y presentadas a través de historias coherentes sobre tus mañanas cotidianas.

α^b

Las historias y tus reflexiones deben ser presentadas en un póster con un bonito diseño. Tienes cuatro módulos (4 x 90 minutos) a tu disposición.

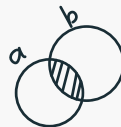
Todos deben hacer su propio póster, pero se los alienta a trabajar juntos ayudándose unos a otros. Dos profesores estarán disponibles para ayuda y discusión durante esos períodos.



Extraído de Blomhøj, M. (2004)



Ducha Matinal. Morten



Morten averigua que lleva 1 minuto llenar el balde que contiene 6 litros de agua.

La primera vez, se le olvida medir cuanto tiempo ha tardado en ducharse.

α^b

(a,b) El docente lo desafía a hacer una tabla que muestre la cantidad de agua empleada en ducharse durante 1 a 20 min.





Ducha Matinal. Morten



Morten había encontrado que 3 litros de agua tibia tenían que circular antes de que él pudiera entrar a la ducha, y que su baño demoraba 7 minutos, incluyendo el lavado del cabello.

α^b

(a,b)

Morten toma la tarea de incluir los 3 litros de agua en sus cálculos del agua usada en una ducha normal:

- 6 litros/min.
- 7 min + 3 litros = 45 litros.





Ducha Matinal. Morten

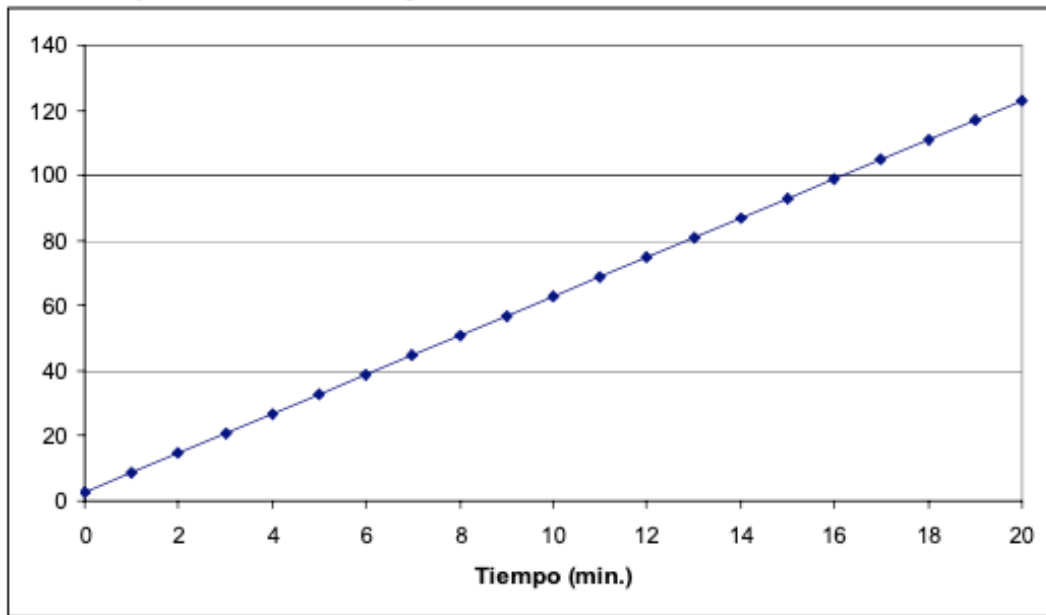
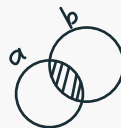


Figura 3. Reproducción del gráfico del poster de Morten

Extraído de Blomhøj, M. (2004)

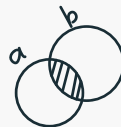


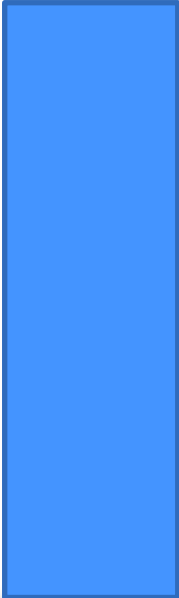
α^b





Ducha matinal en Rivas



Estudiante	Litros de agua fría	Litros de agua caliente
	4	56
	3	80
	6	45
	6	30
	4	36
	10	60
	6	50
	6	50
	6	50
	7	64
	7	64
	7	64
	8	36
	4	18
	1	80
	4	62
	5	31

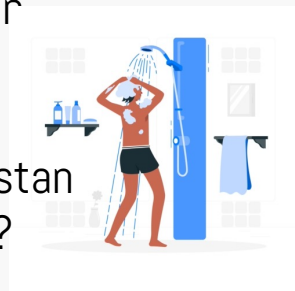
(a,b)



¿Gasta la clase demasiada agua al ducharse?

¿Es cierto que las chicas gastan más agua?

Si en una ducha de 5 min se gastan 100 litros ¿somos ahorradores?





Algunas ventajas de la modelización

**Matemáticas
Realidad**

**Pensamiento
crítico**

**Aprendizaje
significativo**

a^b

(a,b)

**Abstracción y
generalización**

**Trabajo en
equipo**

**Promueve
procesos**





Procesos matemáticos

Resolución de
problemas



Razonamiento



Representación



Conexión



Comunicación



Estrategias



a^b

(a/b)





Legislación

DOG 183. Decreto 156/2022. Educación secundaria

OBJ1. Interpretar, modelar y representar situaciones para explorar distintas relaciones y funciones.

• Modelo matemático.

Relaciones y funciones.

• La resolución de problemas es central en la construcción de conocimientos matemáticos. Se afianza, aplica y

– Aplicación y comparación de las diferentes formas de representación de una relación lineal. Coordenadas cartesianas.

– Identificación del Modelo matemático.

comparación – Modelización de situaciones sencillas de la vida cotidiana

• El desarrollo de habilidades matemáticas es necesario para la resolución de problemas. Se requiere la descomposición de problemas en partes más sencillas y el error como parte del proceso.

expresiones usando representaciones matemáticas y el lenguaje algebraico.

– Modelización de las relaciones lineales en distintas situaciones de la vida real.

de estrategias y formas de razonamiento

que

y no solo un objetivo sino también un proceso. Los problemas propuestos en el curso ayudan a la resolución durante su resolución ayudan a la oportunidad de adquirir,

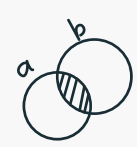
(9/6)

20 coincidencias



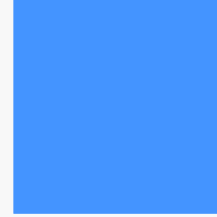
a^b





a^b

Modelos



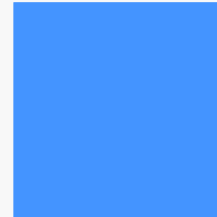
Empíricas



Estocásticos

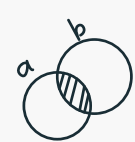


(a, b)



Deterministas





El buen modelador ...



Abstracción

Identifica elementos
esenciales del problema real

Estructura

Ve relaciones no evidentes

P. Lógico

Evalúa de forma rigurosa

a^b

Creativo

Utiliza diferentes enfoques

Equipo

Sabe trabajar en equipo

Representa

Domina diferentes
representaciones

(a/b)

Resiliente

No se rinde

Tecnológico

Domina herramientas
tecnológicas

Conecta

Relaciona conceptos



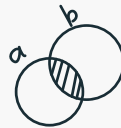


Whoa!

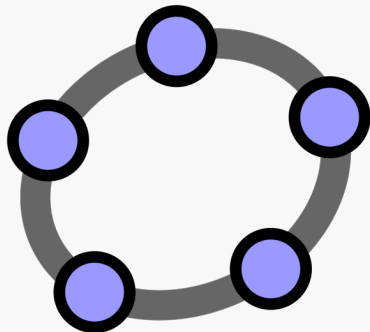
¿Y como promuevo todo eso?



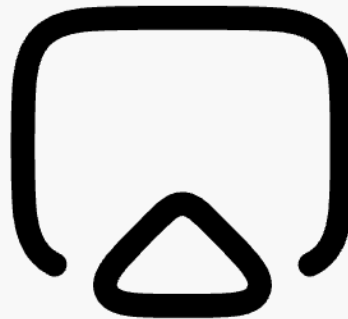
Herramientas tecnológicas



(a,b)

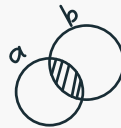


α^b



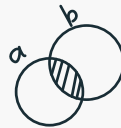


(a,b)



α^b





(a,b)



Escribir fórmulas

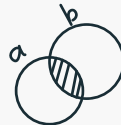
Hacer índices

Títulos

Capturas de pantalla

α^b





MENSAJES CIFRADOS

índice

- Matriz 4x4 cifrada y su traducción a caracteres alfanuméricos siguiendo la tabla de asociación.
- La matriz C^{-1}
- La matriz decodificada B.
- La matriz con las letras y el mensaje.

Matriz 4x4 cifrada y su traducción a caracteres alfanuméricos siguiendo la tabla de asociación.

$$A = \begin{matrix} A & X & - & K \\ S & G & O & T \\ A & K & S & R \\ K & I & O & U \end{matrix}$$

$$A(\text{traducida}) = \begin{matrix} 3 & 10 & 27 & 21 \\ 15 & 4 & 24 & 6 \\ 3 & 21 & 15 & 1 \\ 21 & 23 & 24 & 26 \end{matrix}$$

La matriz C^{-1}

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \\ -11 & 0 & 4 & -1 \\ 45 & 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1- $|C| = 1$

2- Matriz adjunta: $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \\ -11 & 0 & 4 & -1 \\ 45 & 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

1.2 MATRIZ C^{-1}

Como su determinante es distinto de 0 , significa que la matriz es invertible .

Para hallar su inversa , lo vamos a resolver por el método de los determinantes o método del adjunto

Su fórmula es:

$$C^{-1} : \frac{1}{|C|} \times \text{Adj}(C \cdot t)$$

$$\text{DETERMINANTE DE } C = 1$$

$$\text{MATRIZ ADJUNTA DE } C =$$

$$1 \& 0 \& 0 \& 0 \setminus \setminus -4 \& 1 \& 0 \& 0 \setminus \setminus -11 \& 1 \& 1 \& 0 \setminus \setminus 45 \& -5 \& -4 \& 1$$

$$a^b$$





Mensajes cifrados

Instrucciones	3
Encriptación	3
Decodificación	4
Proceso	5
1 Convertir la el mensaje codificado a matriz	5
2 Observamos el sistema	5
3 Inversa de C	5
4 Multiplicar C^{-1} por A	6
5 Calcular B en módulo 28	6
6 Convertir a letras	6
Resultado	7

Como la tabla de asociación tiene 28 caracteres alfanuméricos, hay que expresar los elementos de la matriz B en módulo 28. Finalmente, utilizar dicha tabla para componer el mensaje original.

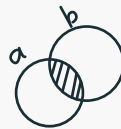
Se ha recibido el siguiente mensaje codificado:

AX_KSGOTAKSRKIUU

y se conoce la matriz clave del cifrado:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ con } |C| = 1$$





(a,b)



Escribir fórmulas

Formatear datos

Buscar fórmulas en la ayuda

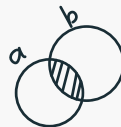
Hacer gráficos

a^b





¿Debería una tienda de frutas y verduras reducir el precio del melón en Navidad?



Producto	Precio	Cantidad	Subtotal
Manzana	0,75	15	11,25
Naranja	1,15	10	11,5
Plátanos	0,78	9	7,02
Pera	0,79	20	15,8
Melón	1,23	25	30,75
Total			45,57

Beneficio > 50 €



¿Qué porcentaje podría subir si quiero obtener beneficios?

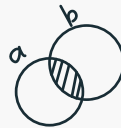
¿Qué porcentaje debería subir si quiero un 25% de beneficio?

¿Cómo repercute el beneficio en el porcentaje?





Análisis de Recibos de Aparcamiento



<https://mediateca.educa.madrid.org/video/r9ph3swbz23ov6ij>

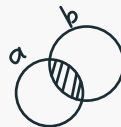
α^b

(a,b)





Análisis de Recibos de Aparcamiento



APARCAMIENTO
VECTALI

TARIFAS POR ROTACIÓN
24 H 0,02299968 €/MIN

MÁXIMO POR DÍA 22,0825 €

Abono completo
127,05
€/MES

Haz un modelo en la hoja de cálculo que simule la caja de este aparcamiento



5904130 E23

VECTALI PARKING

	DATE	TIME
ENTRADA	07 / 11 / 2022	07:46
SALIDA	07 / 11 / 2022	15:19

 **TARIFA:** 10,40 €

VECTALI PARKING
C/ MERCADO, 21
03002-ALICANTE
TEL.: 965123456

5904130 E23

VECTALI PARKING

	DATE	TIME
ENTRADA	28 / 10 / 2022	07:48
SALIDA	28 / 10 / 2022	15:11

 **TARIFA:** 10,15 €

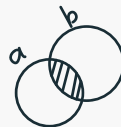
VECTALI PARKING
C/ MERCADO, 21
03002-ALICANTE
TEL.: 965123456

α^b





Análisis de Recibos de Aparcamiento



Horas → =HORA(F5-F4)

Minutos → =MINUTO(F5-F4)

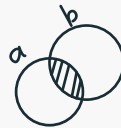
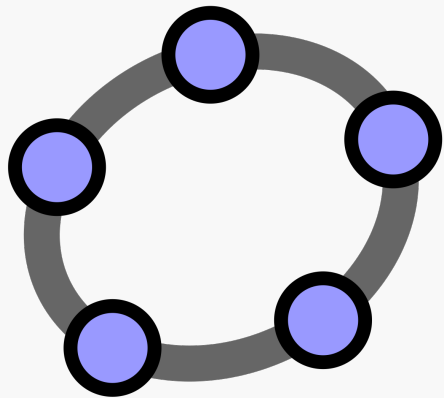
(a/b) Tarifa → =COCIENTE(ENTERO((F7*24*60+F8*60+F9)*C7*100);5)*5/100

a^b





(a,b)

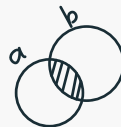


α^b





¿Cómo me desplazo?



APARCAMIENTO
VECTALI

TARIFAS POR ROTACIÓN
24 H 0,02299968 €/MIN

MÁXIMO POR DÍA 22,0825 €

Abono completo
127,05
€/MES

Marta vive en Los Balsares de Alicante y trabaja junto al Mercado Central. Debe usar su coche y aparcar en un aparcamiento cercano.

¿Cuánto paga cada día aproximadamente?
¿Le interesa el abono completo?

α^b



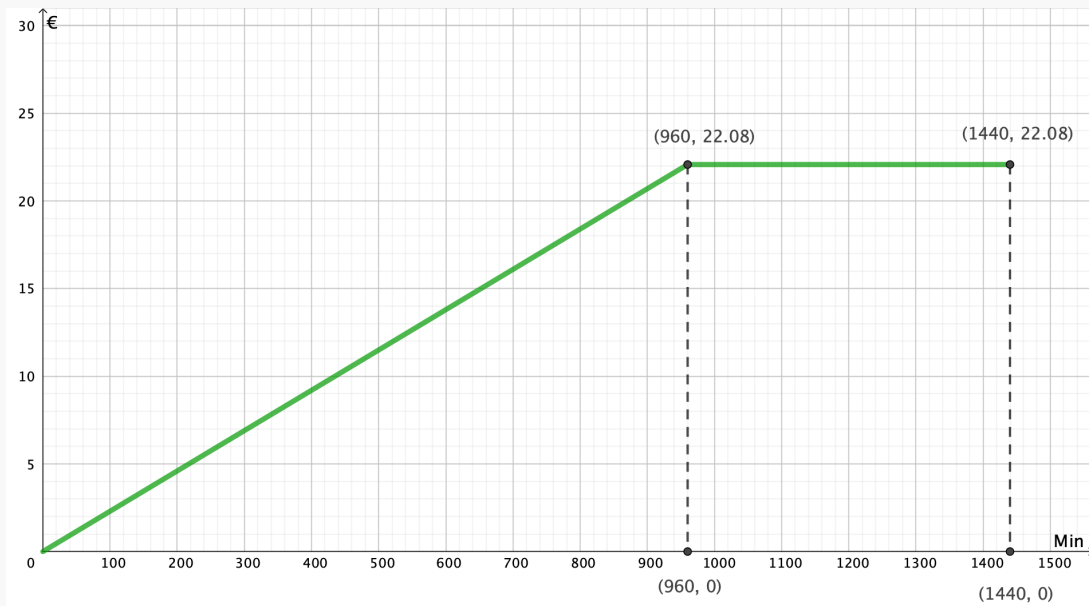
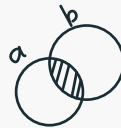
Modeliza la cantidad que pagar según el tiempo que se está aparcando a lo largo del día. Describe la función y represéntala gráficamente.

¿Qué te sugiere el dato que indica que el máximo que pagamos por día son 22,0825 €?





Aparcamiento Vectali



α^b

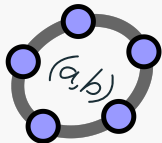
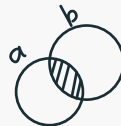


(a,b)



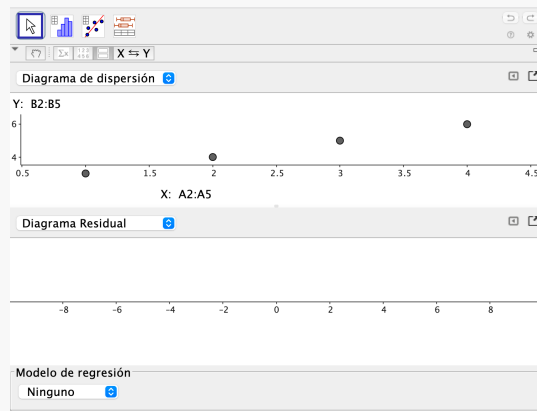
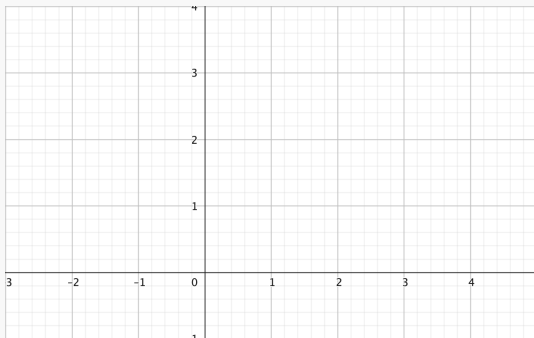


GeoGebra



	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Ajusta
AjusteBaseExp
AjusteExp
AjusteImplícita
AjusteLineal
AjusteLog
AjusteLogístico
AjustePolinómico
AjustePotencia
AjusteRectaX
AjusteSeno

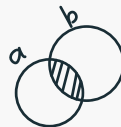


a^b





Taxis



Cuando aparco mi coche cerca de Atocha para ir a las manifestaciones por la Educación, puedo elegir entre dos aparcamientos.

- El aparcamiento A cuesta 0.5 € por entrar y 0,75 €/h
- En el aparcamiento B cuesta 1.5 € por entrar y 0.4 €/h

"Taxis Madrid" by wordcat57 is licensed under [CC BY 2.0](#).

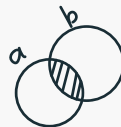


¿Qué aparcamiento debo usar?





Taxis



"Taxis Madrid" by wordcat57 is licensed under [CC BY 2.0](#).



Hay un servicio de aparcamiento disuasorio cerca del Estadio Metropolitano en el que aparcar cuesta 0.50 € por hora, pero también hay que pagar 0.5 € por el billete de autobús a la ciudad.

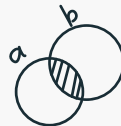
Otra opción es aparcar gratis en la estación de tren de Vicálvaro y coger el tren a Atocha (el billete de ida y vuelta cuesta 4 €).

¿Qué consejo me darías si estuviera intentando decidir si utilizar uno de los aparcamientos, el aparcamiento disuasorio o el tren?

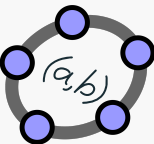
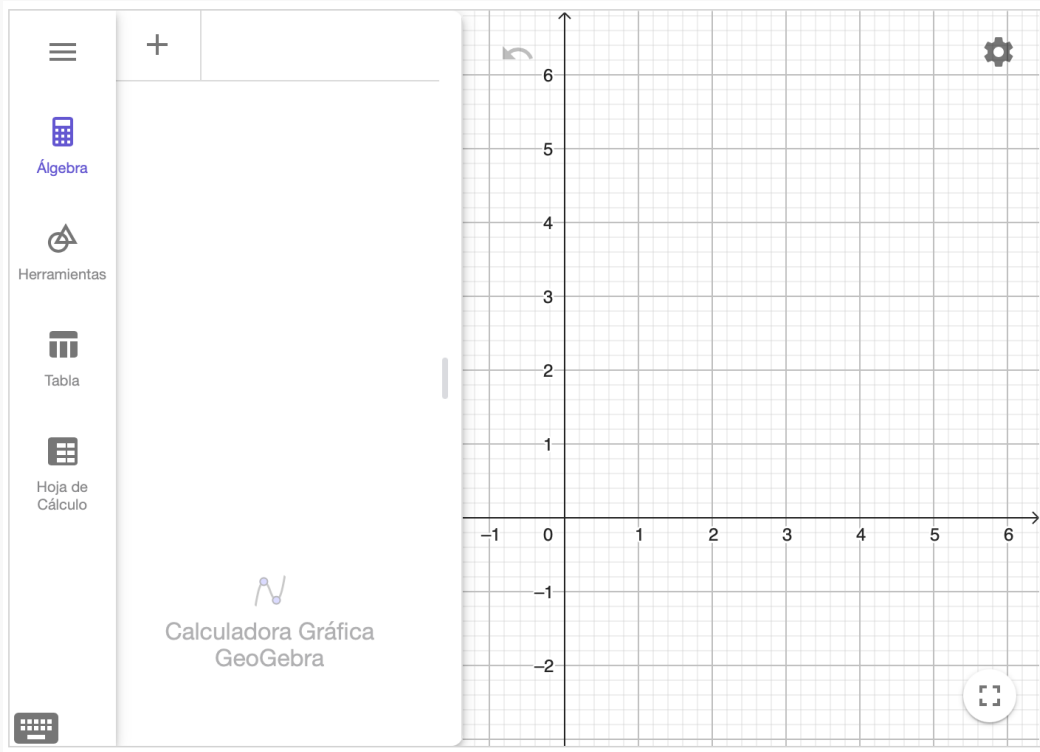


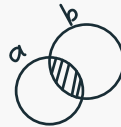


GeoGebra



AR2P KUYX



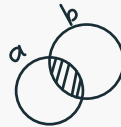


DESCANSO

α^b

(a,b)





A

MODELIZAR

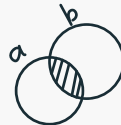
α^b

(a,b)





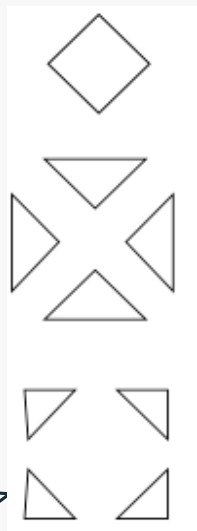
Tableros de azulejos



María hace mesas con tableros cuadrados.
Pega azulejos en la parte superior de cada mesa.



a^b



Entera

Las medidas de los tableros cuadrados son
múltiplos de 10 cm.

Media

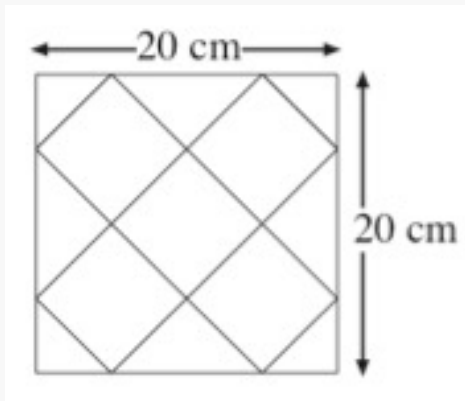
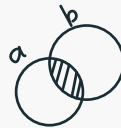
María sólo utiliza cuartos de azulejo en las
esquinas y medios azulejos en los bordes de la
mesa.

Cuarto





Tableros de azulejos



Para este tablero:

- 5 piezas enteras.
- 4 medias piezas.
- 4 cuarto de piezas



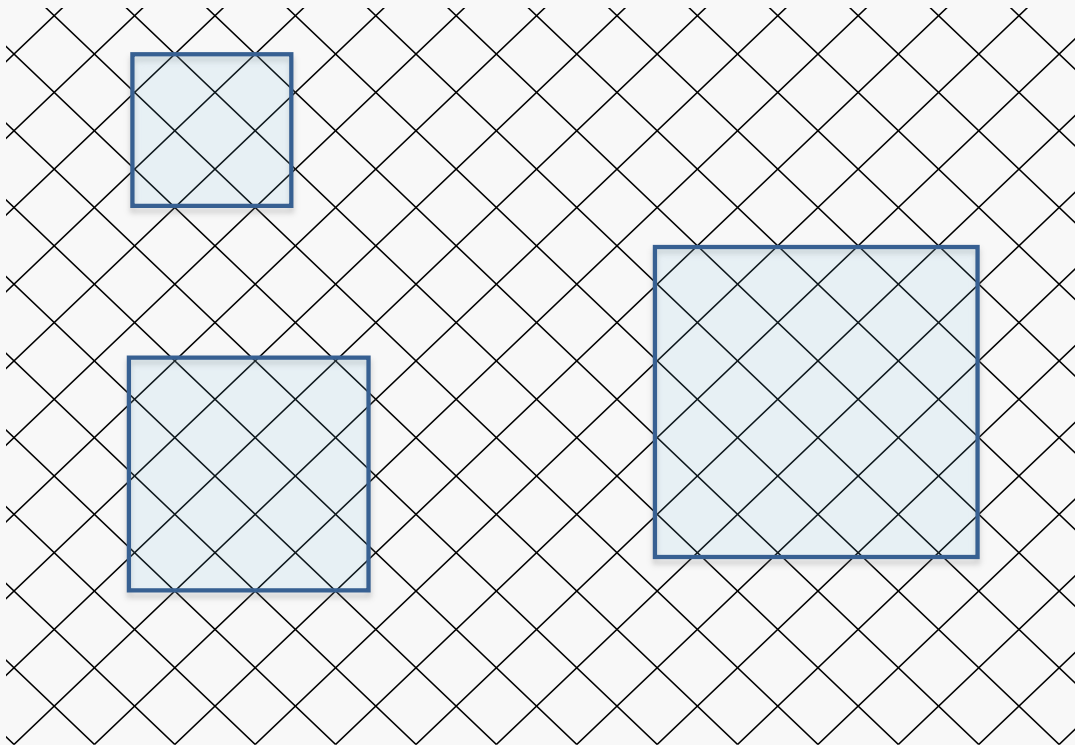
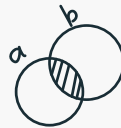
a^b

A María le han encargado una mesa cuadrada de 1,2 m.
¿Cuántas baldosas necesitará de cada tipo?





Tableros de azulejos



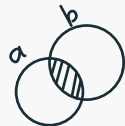
a^b

(a,b)





Tableros de azulejos



α^b



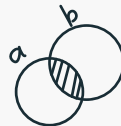
Tamaño del tablero (cm)	10× 10	20× 20	30× 30	40× 40	50× 50	60× 60
Número de cuartos de baldosa	4	4	4	4	4	4
Número de medias fichas	0	4	8	12	16	20
Número de baldosas enteras	1	5	13	25	41	61
n	1	2	3	4	5	6

(a,b)





Tableros de azulejos



Si el tablero tiene x cm por y cm

Como la mesa son múltiplos de 10, tenemos $n = \frac{x}{10}$

El número de cuartos de baldosas siempre es 4.

El número de medias baldosas es: $4(n - 1) = 4\left(\frac{x}{10} - 1\right)$

El número de baldosas completas es:

$$n^2 + (n - 1)^2 = 2n^2 - 2n + 1 = 2\left(\frac{x}{10}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{10}\right) + 1$$

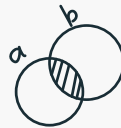


α^b





Tableros de azulejos



¿Y si las mesas
fueran
rectangulares ?

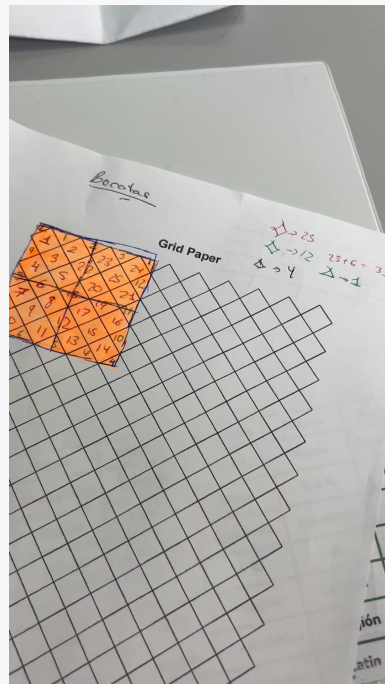
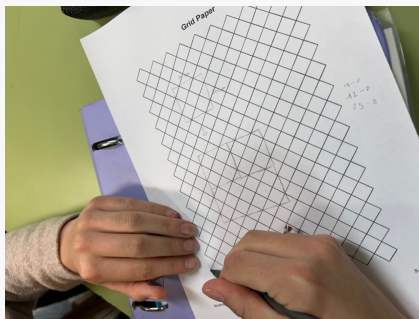
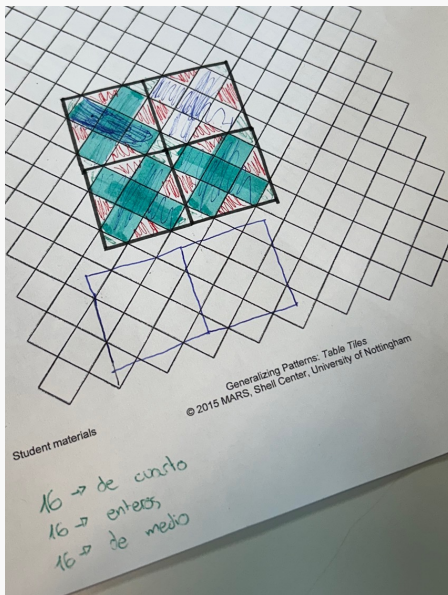
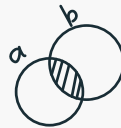
α^b

(a,b)



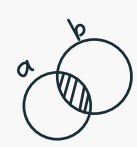


Tableros de azulejos



$$a^b$$





Atletismo

¿Correrán las mujeres más rápido que los hombres en el futuro?

a^b

(a,b)





Atletismo. 200 lisos



Año	Hombres	Tiempo	Mujeres	Tiempo
1900	W. Tewksbury, Usa	22,20		
1904	A. Hahn, Usa	21,60		
1908	R. Kerr, Canada	22,60		
1912	R. Craig, Usa	21,70		
1920	A. Woodring, Usa	22,00		
1924	J. Scholtz, Usa	21,60		
1928	P. Williams, Usa	21,80		
1932	E. Tolan, Usa	21,10		
1936	J. Owens, Usa	20,70		
1948	M. Patton, Usa	21,10	F. Blankers-Koen, Holanda	24,4
1952	A. Stanfield, Usa	20,70	M. Jackson, Australia	23,7
1956	B. Morrow, Usa	20,60	B. Cuthbert, Australia	23,4
1960	L. Berrui, Italia	20,50	W. Rudolph, Usa	24
1964	H. Carr, Usa	20,30	E. McGuire, Usa	23
1968	T. Smith, Usa	19,83	I. Szewinska, Polonia	22,5
1972	V. Borzov, Rusia	20,00	R. Stecher, Alemania del Este	22,4
1976	D. Quarrie, Jamaica	20,23	B. Eckert, Alemania del Este	22,37
1980	P. Mennea, Italia	20,19	B. Wöckel, Alemania del Este	22,03
1984	C. Lewis, Usa	19,80	V. Brisco-Hooks, Usa	21,81
1988	J. DeLoach, Usa	19,75	F. Griffith-Joyner, Usa	21,34

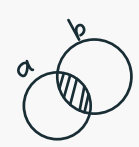


Utiliza estos datos y construye modelos matemáticos para hacer predicciones y comparaciones con respecto a los récords de mujeres y hombres en la carrera de 200 metros en los futuros Juegos Olímpicos y campeonatos mundiales.



a^b

(a/b)

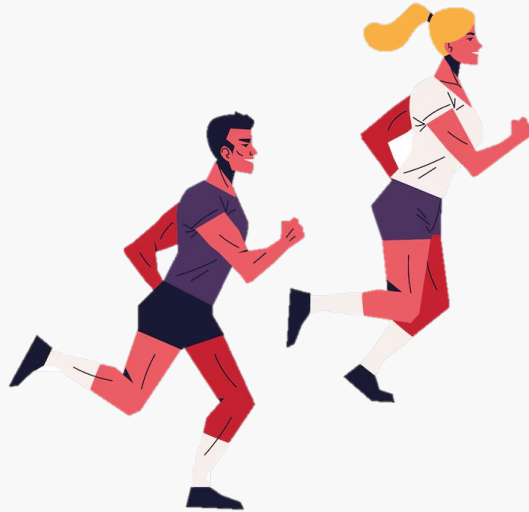


Atletismo. 200 lisos



Contrasta el modelo

a^b



(a,b)



Pulsa en cada imagen para obtener los datos hasta 2023



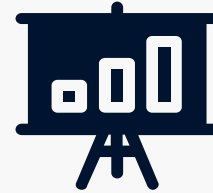
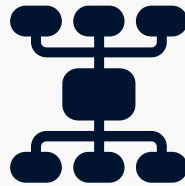


Atletismo. 200 lisos



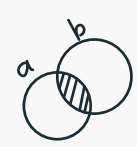
Competencias

a^b



(a,b)



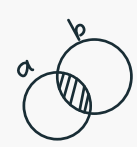


a^b

**¿Cuántas sillas
podemos colocar
en todo el
espacio de la sala
de clases?**

(a,b)



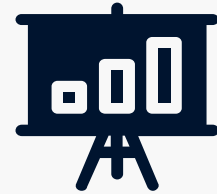
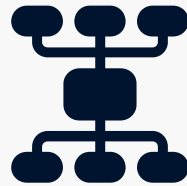


Sillas



Competencias

a^b



(a,b)



Sillas



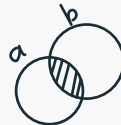
CE1: Recoger, organizar y representar datos de manera rigurosa)	No registra las mediciones adecuadamente o la tabla es incompleta o desorganizada. 0 puntos	Presenta las mediciones con algunos errores significativos y la tabla es poco clara. 1 puntos	Registra las mediciones correctamente, aunque con pequeños errores. La tabla es clara pero podría estar mejor organizada. 2 puntos	Registra todas las mediciones con precisión y presenta los datos en una tabla organizada y clara. 3 puntos
(CE2: Utilizar representaciones gráficas adecuadas para analizar datos)	No representa el gráfico o lo hace de forma incorrecta. 0 puntos	El gráfico presenta errores notables en la escala o en la asignación de ejes. 1 puntos	El gráfico es correcto, aunque con pequeñas imprecisiones en los ejes o la escala. 2 puntos	El gráfico en papel milimetrado o GeoGebra es preciso, con ejes correctamente nombrados y escalas adecuadas. 3 puntos
Expresión Algebraica (CE3: Identificar patrones y expresar relaciones matemáticas con precisión)	No determina la expresión algebraica o lo hace de forma errónea sin justificación. 0 puntos	Presenta una expresión incorrecta o sin justificación adecuada. 1 puntos	Determina la expresión algebraica con pequeños errores de cálculo o notación. 2 puntos	Determina correctamente la expresión algebraica que relaciona el número de sillas con la altura, justificando su procedimiento. 3 puntos
Resolución del Problema (CE4: Aplicar modelos matemáticos para resolver problemas en contextos diversos)	No resuelve correctamente las preguntas o no presenta justificación alguna. 0 puntos	Presenta errores significativos en los cálculos o la explicación es poco clara. 1 puntos	Resuelve las preguntas con pequeños errores de cálculo o en la justificación. 2 puntos	Calcula correctamente la cantidad de sillas necesarias para alcanzar el techo y el número total de sillas en la sala, explicando el procedimiento. 3 puntos
Presentación y Organización del Documento (CE5: Comunicar resultados matemáticos de forma clara y estructurada)	El documento está incompleto o es confuso en su organización. 0 puntos	Falta algún elemento o la presentación es desordenada y poco clara. 1 puntos	Presenta todos los elementos requeridos, aunque con pequeños problemas de organización o formato. 2 puntos	El documento PDF está bien estructurado, incluye todos los elementos requeridos (dibujo, tabla, gráfico, ecuación y respuestas) con presentación clara y ordenada. 3 puntos

$$(a/b)$$





¿Cuántas monedas caben en un círculo?

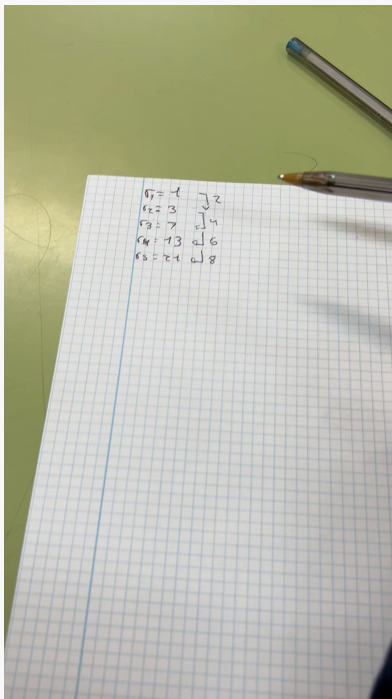
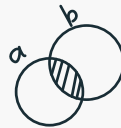


α^b

¿Qué radio debería tener un círculo para poder ser "llenado" con 100 monedas de 0.02 €?



(a,b)

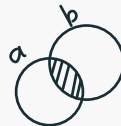


a^b

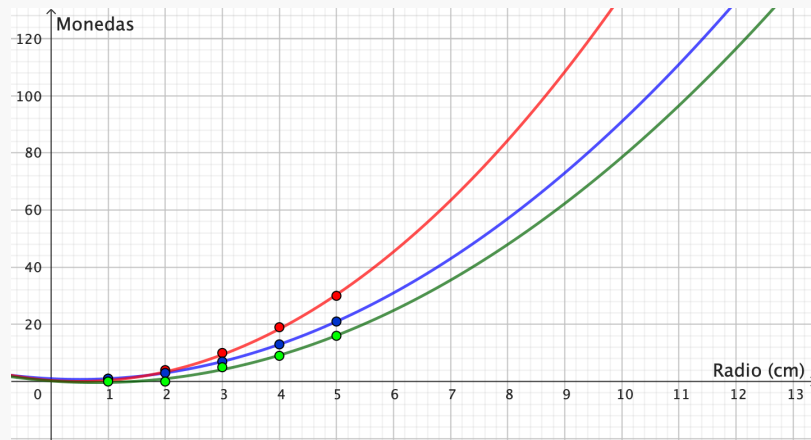


(a,b)





Radio	1 céntimo	2 Céntimos	20 céntimos			
1	1	1	0	(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)
2	4	3	0	(2, 4)	(2, 3)	(2, 0)
3	10	7	5	(3, 10)	(3, 7)	(3, 5)
4	19	13	9	(4, 19)	(4, 13)	(4, 9)
5	30	21	16	(5, 30)	(5, 21)	(5, 16)



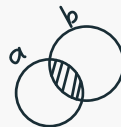
α^b





¿Cuál es el hueco que dejan?

¿Sigue algún modelo?



Diámetro (mm): 16,25

Grosor (mm): 1,67

Peso (g): 2,30

Forma: redonda

Color: rojo

Composición: acero recubierto de cobre

Canto: liso

Diámetro (mm): 18,75

Grosor (mm): 1,67

Peso (g): 3,06

Forma: redonda

Color: rojo

Composición: acero recubierto de cobre

Canto: liso

Diámetro (mm): 22,25

Grosor (mm): 2,14

Peso (g): 5,74

Forma: redonda

Color: amarillo

Composición: oro nórdico

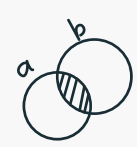
Canto: liso

α^b



(a,b)



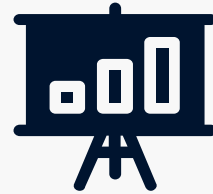
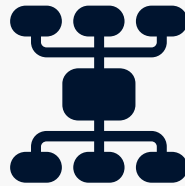


Monedas



Competencias

a^b

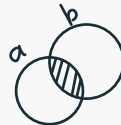


(a,b)





El lince ibérico



En 2002 la situación del lince ibérico (*Lynx pardinus*) era crítica, con tan solo 94 ejemplares en Andalucía. Los programas de cría en cautividad y creación de diferentes núcleos han logrado que esa exigua población este incrementado.

En 2020 la especie superó la barrera del millar en España y Portugal llegando a los 1.111 individuos.

¿Cuántos lince habrá en 2040?
¿Cuándo habrá 3.500 lince?

α^b

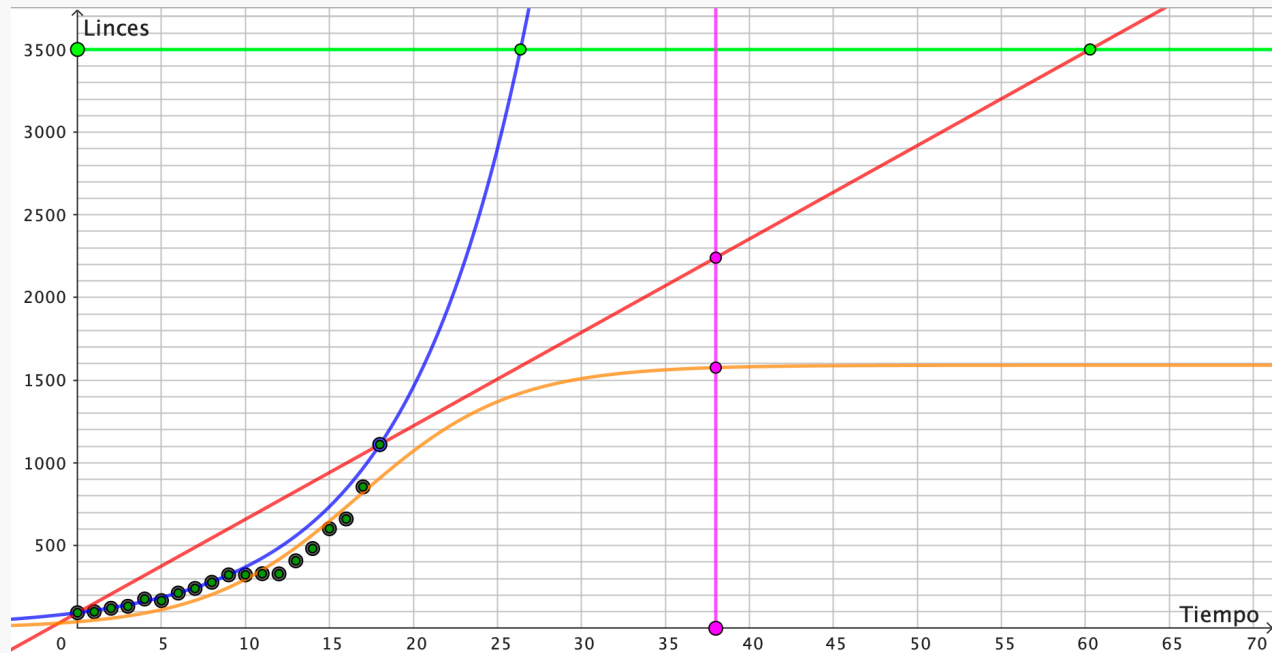
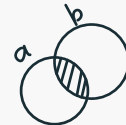


Licencia: CC BY





El lince ibérico

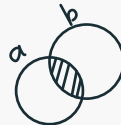


Licencia: [CC BY](#)





El lince ibérico



$$f(x) = \frac{k}{1 + a e^{-ct}}$$

α^b

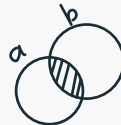


Licencia: CC BY

(a,b)



Un rumor



Se está difundiendo un rumor en una escuela que tiene una población estudiantil total de 1200.

$$f(x) = \frac{k}{1 + a e^{-ct}}$$

(a, b)

Cuatro personas conocen el rumor cuando empieza y tres días después trescientas personas conocen el rumor

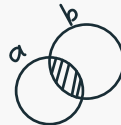
a^b

¿De cuántas personas en la escuela conocen el rumor para el cuarto día?





El cloro de la piscina



Piscina. <https://pixabay.com/es/users/toodlingstudio-3042375/>.

Una piscina exterior como la de la figura está a punto de ser preparada para la temporada de verano con un programa de limpieza diaria, utilizando cloro.

Inicialmente, el primer día, se vierte una dosis inicial de 15 litros de cloro en la piscina. Tras 24 horas, el α^b 15% del contenido de cloro ha desaparecido. Se vierte un litro más de cloro en la piscina cada mañana durante el resto de la temporada.

(a,b)

¿Cuánto cloro habrá en la piscina al cabo de un día, después de haber añadido el litro extra diario?

¿Cuánto cloro habrá después de dos días? ¿Después de tres días?





Cloro. Reflexión



Empieza añadiendo 15 litros de cloro a la piscina el día 0 y anótalo en la hoja de cálculo.

Al cabo de un día (24 horas), queda el 85% de los 15 litros = 12.75 litros. Después de haber vertido el litro diario, habrá 13.75 litros de cloro en la piscina, tras lo cual el contenido de cloro empieza a disminuir de nuevo.

α^b

Después de otras 24 horas, el contenido de cloro ha bajado a 11.69 litros, y usted vuelve a añadir el litro diario de cloro a la piscina.

El mismo proceso continúa, y el contenido de cloro disminuye relativamente rápido al principio. El valor límite del contenido de cloro parece estar en torno a los 6.67 litros.



(a,b)



Cloro. Modelo



El cálculo del contenido de cloro puede verse como una relación recursiva.

La misma fracción de cloro se retira cada 24 horas y la misma cantidad, 1 litro, se vierte en la piscina cada mañana.

La relación puede escribirse como:

$$C_0 = 15$$

$$C_{n+1} = 0.85C_n + 1$$

α^b

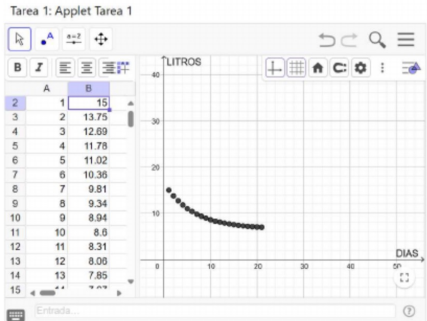




Cloro. Modelo



En la Tarea 1, lo que hacemos es calcular el nivel del cloro de los primeros 21 días y hacer una nube de puntos, con esto ya podríamos resolver las tres primeras tres preguntas.



- Con todo esto nos damos cuenta de que tiene una relación recursiva, es decir, para saber el resultado de el día siguiente necesitas el resultado de el día anterior. Si necesitas saber la cantidad de cloro del día 9, necesitaras primero saber la cantidad del día 8.

Pero esto no es necesario si logramos averiguar y aplicar esta fórmula : Día = día anterior x 0.85 +1



a^b

En la tarea 5, contestó a la última pregunta, que se puede ver gracias a lo aplicado en la tarea 4 y hace referencia a una asíntota horizontal ya que cuando la función tiende hacia infinito nunca baja de 6.7L

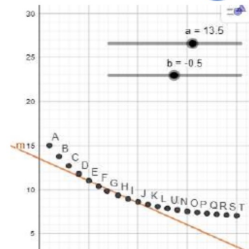
Tarea 3:

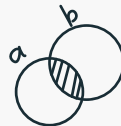
La ecuación lineal es la siguiente ,

$$f(x) = m \cdot x + n$$

Y poniendo valor a las variables , la ecuación que más se asemeja es :

$$f(x) = -0.5x + 13.5$$



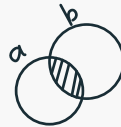


1.1 Utiliza la hoja de cálculo para representar la información sobre	Sin hacer <i>0 puntos</i>	Insuficiente <i>1 puntos</i>	Suficiente <i>2 puntos</i>	Perfecto <i>3 puntos</i>
5.1 Proporciona una modelo exponencial para modelización.	Sin hacer <i>0 puntos</i>	No <i>1 puntos</i>	Sí <i>2 puntos</i>	
1.1 Representa el modelo usando los deslizadores de GeoGebra	Sin hacer <i>0 puntos</i>	Insuficiente <i>1 puntos</i>	Suficiente <i>2 puntos</i>	Perfecto <i>3 puntos</i>
1.1 Utiliza el comando Ajusta usado su modelo para encontrar la función que mejor se ajuste a los datos.	Sin hacer <i>0 puntos</i>	Insuficiente <i>1 puntos</i>	Suficiente <i>2 puntos</i>	Perfecto <i>3 puntos</i>
1.2 Proporciona una solución utilizando la información que ha recopilado de su modelo.	Sin hacer <i>0 puntos</i>	Insuficiente <i>1 puntos</i>	Suficiente <i>2 puntos</i>	Perfecto <i>3 puntos</i>
4.1 Utiliza el pensamiento computacional para generalizar el modelo del nivel de cloro	Sin hacer <i>0 puntos</i>	Insuficiente <i>1 puntos</i>	Suficiente <i>2 puntos</i>	Perfecto <i>3 puntos</i>

a^b



(a/b)



Una puesta de sol

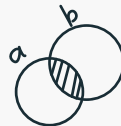
α^b

(a,b)





Una puesta de sol



Luis Asenjo. Islas Cies (Licencia Pixabay)

En la Tierra el número de horas de luz solar en un día cualquiera depende de la latitud y la época del año.

Éste es el número de minutos de luz solar diarios en la provincia de Ourense (Latitud: 42 20 16, Longitud: - 7 51 44) durante los días más largos y más cortos del año 2024. Fueron 917 minutos el día 17 junio y 545 minutos de luz el día 19 de diciembre.

α^b

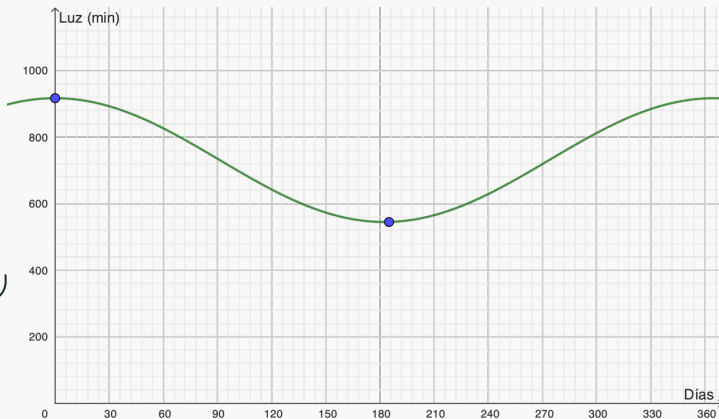
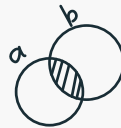
Utiliza estos datos para elaborar el modelo correspondiente a la cantidad de luz solar (en minutos) para cada día del año en un lugar ubicado en la misma latitud y longitud.

¿Cómo podría verificarse el modelo?



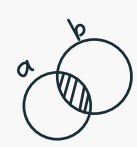


Una puesta de sol



a^b



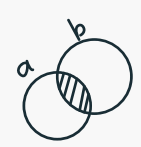


Alguna Geometría

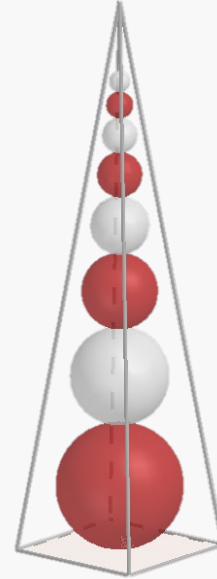
a^b

(a,b)





Alguna Geometría



(a,b)

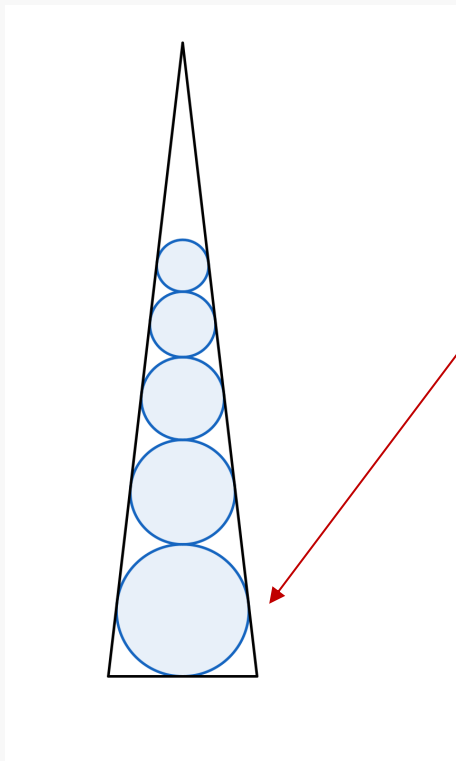


a^b





Árbol navideño



¿Cómo puedo averiguar el centro de esa circunferencia?

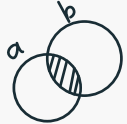
Que en realidad, es una esfera.

¿y el radio de todas las demás?

(a,b)

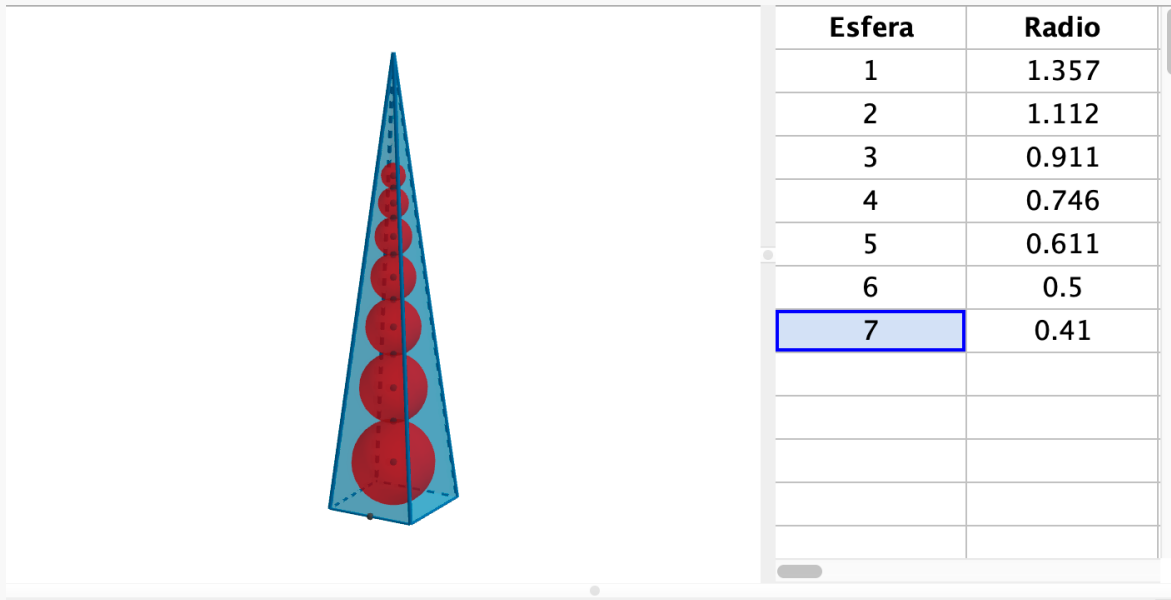


a^b



Árbol navideño

a^b

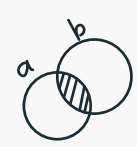


(a,b)

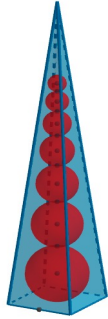


¿Qué modelo siguen los radios de las esferas?





Árbol navideño



Esfera	Radio
1	1.357
2	1.112
3	0.911
4	0.746
5	0.611
6	0.5
7	0.41

¿Lineal?

¿Trigonométrico?

¿Cuadrático?

¿Exponencial?

(a,b)

a^b





Árbol navideño

AjusteBaseExp

AjusteExp

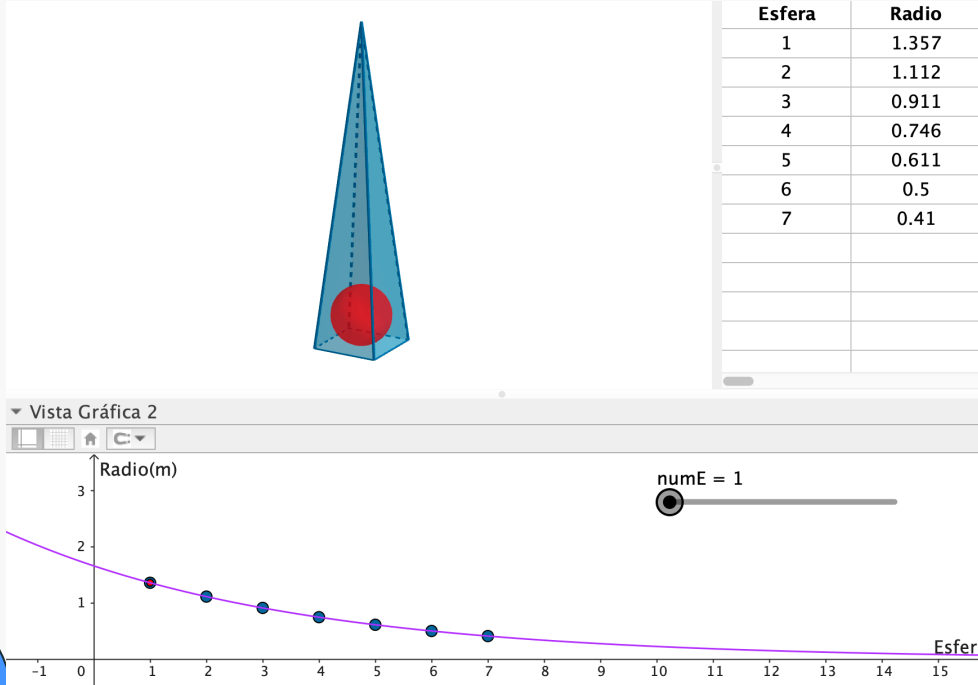
AjusteLineal

AjusteLogístico

AjustePotencia

AjusteRectaX

(a,b)



a^b





Árbol navideño

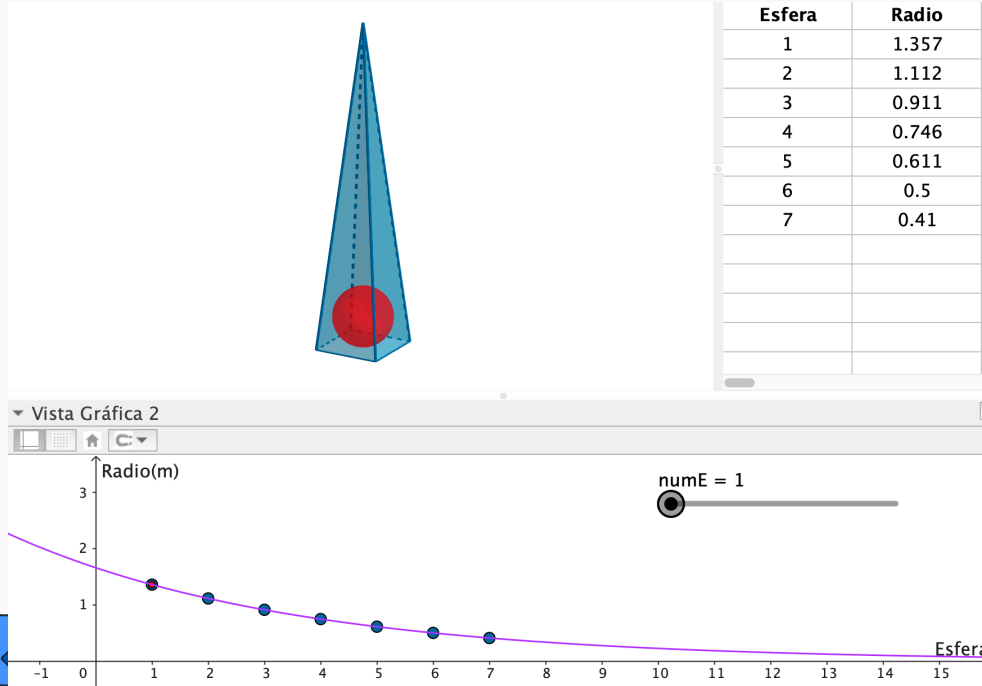
(a,b)

SumaErroresCuadrados



Árbol navideño

a^b



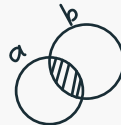


simulaciones

(α, β)

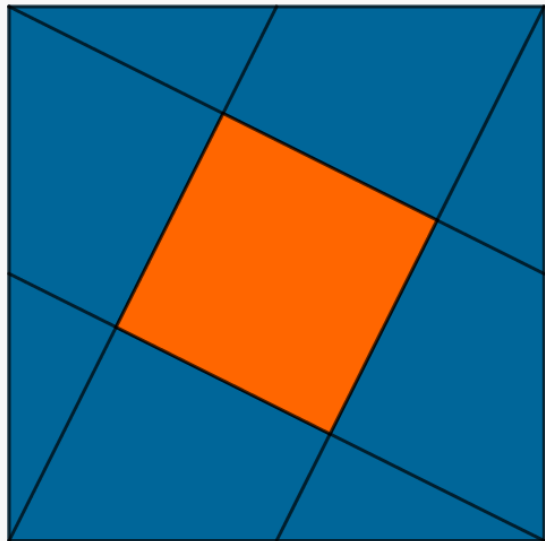
α^b





Área interior de un cuadrado

(a,b)

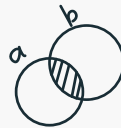


¿Qué relación existe entre el área del cuadrado azul y el área del cuadrado naranja?

a^b

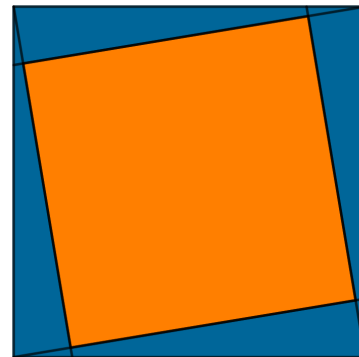
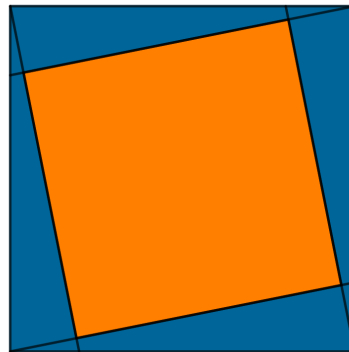
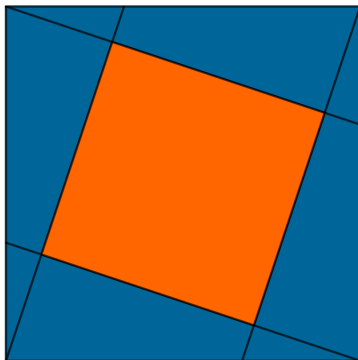
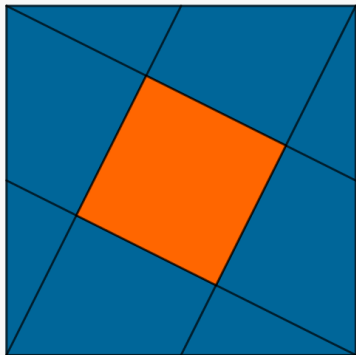
¿Cómo cambia la relación de las dos áreas si en lugar de ello construyes el cuadrado naranja dividiendo los lados del cuadrado azul en tres partes iguales?





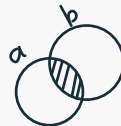
Área interior de un cuadrado

(a,b)



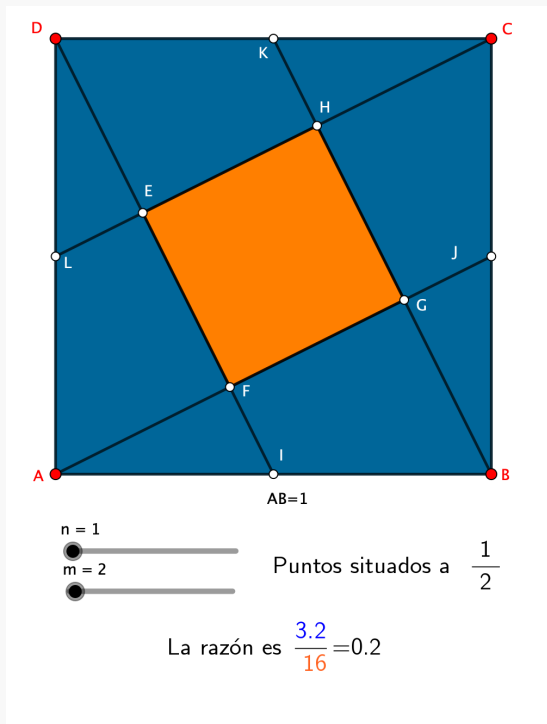
a^b





Área interior de un cuadrado

(a,b)

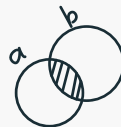


Podemos construir un applet que nos genere datos.

Y después investigar esos datos.

α^b





Área interior de un cuadrado

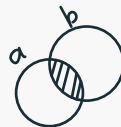
(a,b)

Con la ayuda de la creación de herramientas y la hoja de cálculo podemos obtener los datos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	2	0.2	1	?	?	?	?	?	?	?	?	
3	3	0.07692	0.4	1	?	?	?	?	?	?	?	
4	4	0.04	0.2	0.52941	1	?	?	?	?	?	?	
5	5	0.02439	0.11765	0.31034	0.61538	1	?	?	?	?	?	
6	6	0.01639	0.07692	0.2	0.4	0.67568	1	?	?	?	?	
7	7	0.01176	0.05405	0.13846	0.27586	0.4717	0.72	1	?	?	?	
8	8	0.00885	0.04	0.10112	0.2	0.34247	0.52941	0.75385	1	?	?	
9	9	0.0069	0.03077	0.07692	0.15094	0.25773	0.4	0.57647	0.78049	1	?	
10	10	0.00552	0.02439	0.0604	0.11765	0.2	0.31034	0.44954	0.61538	0.80198	1	
11												

α^b





Área interior de un cuadrado

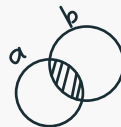
(a,b) calcular los inversos de los datos

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	5	1	?	?	?	?	?	?	?	?
3	13	2.5	1	?	?	?	?	?	?	?
4	25	5	1.88889	1	?	?	?	?	?	?
5	41	8.5	3.22222	1.625	1	?	?	?	?	?
6	61	13	5	2.5	1.48	1	?	?	?	?
7	85	18.5	7.22222	3.625	2.12	1.38889	1	?	?	?
8	113	25	9.88889	5	2.92	1.88889	1.32653	1	?	?
9	145	32.5	13	6.625	3.88	2.5	1.73469	1.28125	1	?
10	181	41	16.55556	8.5	5	3.22222	2.22449	1.625	1.24691	1

a^b

Observemos ahora las dos primeras columnas, que nos da la relación de las áreas cuando dibujamos el cuadrado interior a





Área interior de un cuadrado

(a,b)

	A	B
1		1
2	2	5
3	3	13
4	4	25
5	5	41
6	6	61
7	7	85
8	8	113
9	9	145
10	10	181
11		

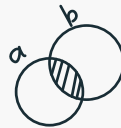
Observamos que parecen según un patrón que podemos investigar con los comandos Ajusta de GeoGebra:

α^b

Tras varias pruebas observamos que el que mejor se ajusta es:

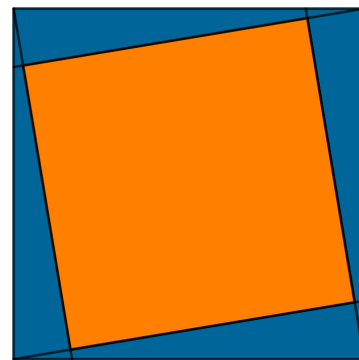
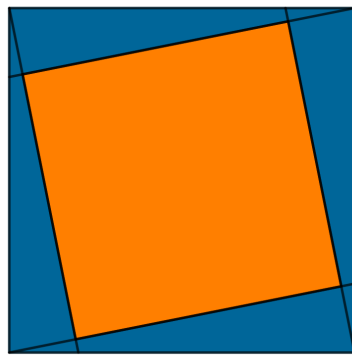
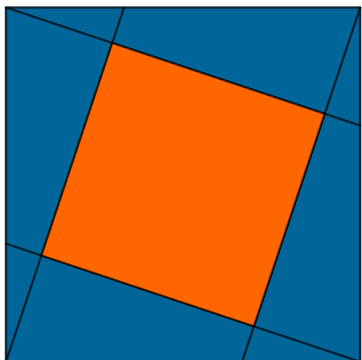
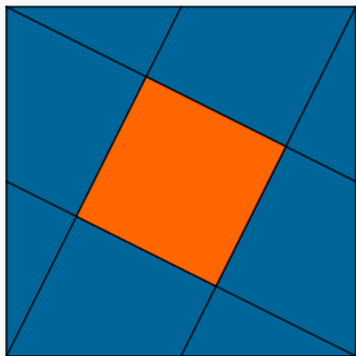
AjustePolinómico(l1,2)





Área interior de un cuadrado

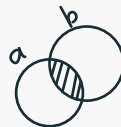
(a,b)



a^b

$$\frac{\text{Área cuadrado azul}}{\text{Área cuadrado naranja}}(m) = 2m^2 - 2m + 1$$





Área interior de un cuadrado

(a,b)

	A	B	C	
1	a_m	d1	d2	
2	1			
3	5	4		
4	13	8	4	
5	25	12	4	
6	41	16	4	
7	61	20	4	
8	85	24	4	
9	113	28	4	
10	145	32	4	
11	181	36	4	
12				

Por el camino, podemos descubrir el método de las diferencias finitas.

α^b





Algunas ideas

α^b

(a,b)





gpointstudio. Banco de madera (Licencia freepik)



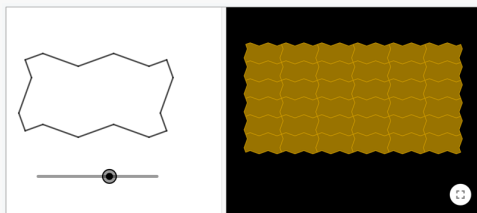
Freepik. *Papelera cilíndrica*
(Licencia Freepik)

Freepik. *Papelera rectangular*
(Licencia Freepik)

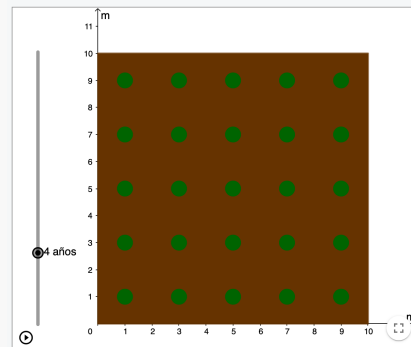
¿Cilíndrica o rectangular



¿Influye el perímetro del adoquín
en vuestros cálculos?



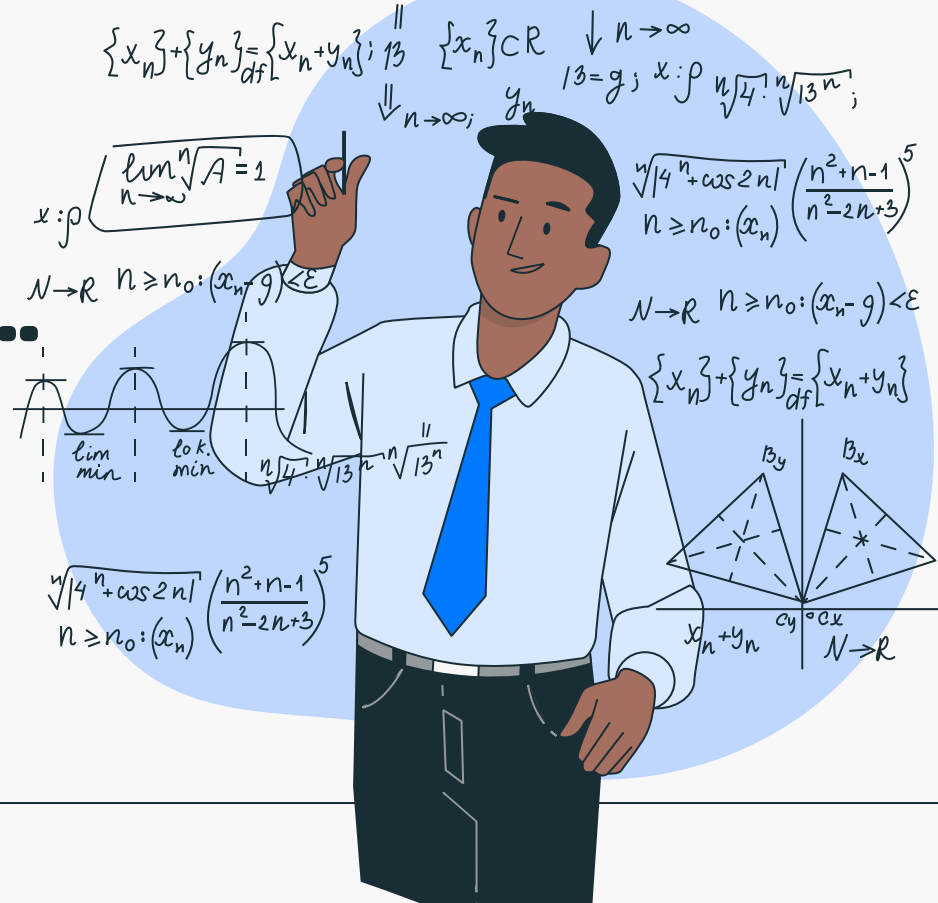
Sombra



α^b



One more thing ...





Daimús



Celosía 1



Celosía 2



Celosía 3



Celosía 4



Celosía 5



Celosía 6



Celosía 7



Celosía 8



Celosía 9



Celosía 10



Celosía 11



Celosía 12



Celosía 13



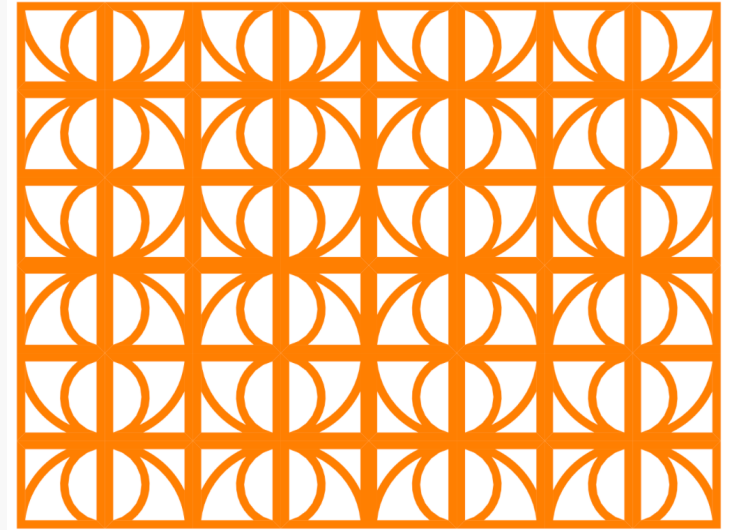
Celosía 14



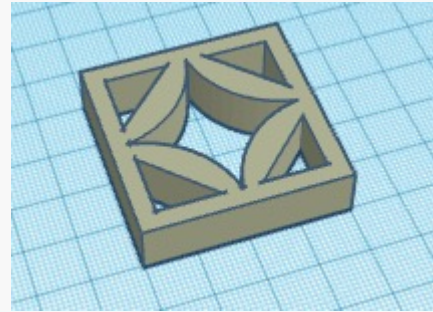
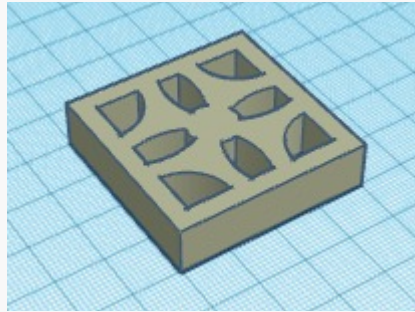
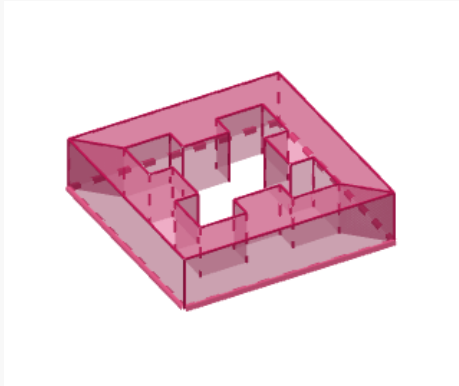
Celosía 15



One more thing ...



One more thing ...



¡¡ MUCHAS GRACIAS !!

jose.munoz.casado@gmail.com

@jlmunoz.bsky.social

<https://mediateca.educa.madrid.org/usuario/joseluis.munozcasado>

<https://www.geogebra.org/u/jlmunoz>

