SATÉLITES TERRESTRES E AS SÚAS ÓRBITAS

OBXECTIVOS

- Aplicar as ecuacións básicas para determinar algúns dos parámetros orbitais dun satélite.
- Coñecer os diferentes tipos de satélites terrestres en función da súa órbita.
- Utilizar fontes de información para atopar datos sobre algún dos satélites que orbitan a Terra
- Coñecer a utilización dos diferentes tipos de satélites

FUNDAMENTO TEÓRICO

A actividade práctica pretende que o alumnado empregue a simulación (http://www.stuffin.space) para visualizar os diferentes tipos de órbitas en que se sitúan os satélites terrestres. Unha clasificación sinxela[1] indica que os mais utilizados poden agruparse nos seguintes 5 tipos:

- **LEO: Low Earth Orbit**.
  Comunmente coñecida como "orbita baixa", que é unha ampla rexión que se sitúa entre os 160 km e os 2000 km de altura. Como a velocidade é maior canto mais baixa sexa a órbita, os obxectos móvense a gran velocidade respecto da superficie terrestre. Como están "rozando" as capas exteriores da atmosfera terrestre, teñen un rápido decaemento orbital e precisan ser reposicionados con frecuencia para retornar á orbita correcta.
  Neste grupo atópase a Estación Espacial Internacional, a maioría dos satélites meteorolóxicos ou de observación, e moitos satélites de comunicacións.

- **MEO: Medium Earth Orbit**.
  Órbita circular intermedia, entre 2.000 e 36.000 Km de distancia da superficie terrestre, cun período orbital medio de varias horas. Usada por satélites de observación, defensa e posicionamento, como as redes de satélites de GPS e os satélites Glonass rusos ou os Galileo europeos.
  Un tipo especial de órbita intermedia é a **órbita Molnya**, especialmente usada polos países próximos ao círculo polar ártico. Esta órbita é moi elíptica e moi inclinada, para ter alta visibilidade desde as zonas polares, permitindo aos países nórdicos establecer satélites de comunicacións en zonas onde os xeoestacionarios non poden chegar.

- **GEO: Geoestationary Orbit.**
  Probablemente sexa a órbita mais coñecida de todas: a *órbita xeoestacionaria*. Esta órbita ecuatorial sitúase a 35 786 km da superficie terrestre, cun período orbital de 23,93446 horas (coincidindo coa la duración do día sideral) o que fai que os satélites situados nesta órbita parezan "inmóbiles" no espazo, ao rotar coa mesma velocidade angular que a terra. Esta órbita é o lugar onde se sitúan todos os satélites que transmiten as sinais de internet, televisión, telefonía e datos ás distintas rexións do planeta.

[1] https://www.gmv.com/blog_gmv/hay-distintos-tipos-de-orbitas/

- **HEO: High Earth Orbit.**
  Basicamente, son todas as *órbitas altas*, que se sitúan mais aló das órbitas xeoestacionarias, a mais de 36.000 Km e con períodos orbitais maiores a 24 horas. Moitos deles son de uso militar.

- **SSO: Sun Sincronous Orbit**
  A *órbita sincrónica solar*, é un caso particular de órbita polar, que permite que un obxecto situado nela, pase todos os días, sobre un determinado lugar, á mesma hora. É unha órbita empregada en observación e meteoroloxía.

PROCEDEMENTO

En base aos datos obtidos (http://www.stuffin.space) para diferentes satélites, poderiamos determinar:

a) Tipo de órbita e aplicación.
b) Velocidad orbital para unha órbita elíptica e comparación co dato obtido.

$$\boxed{v = \sqrt{2\,G\,M\,\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2\,a}\right)}}$$ sendo $2a = r_p + r_a$

c) Período orbital e comparación co dato obtido.
d) Enerxía mecánica total (no caso de coñecer a masa do satélite)

$$\boxed{E = -\frac{G\,M\,m}{2\,a}}$$

e) Determinación da masa da terra e comparación con datos bibliográficos.
f) Comprobación do principio de conservación do momento angular.
g) Determinación da velocidade areolar.
h) Velocidade de escape.

CUESTIÓNS

- Determinar o tipo de órbita e analizar unha posible aplicación do satélite.
- Calcular a velocidade no apoxeo e perixeo.
- Calcular o período orbital e compáralo co dato recollido da simulación.
- Calcular a enerxía mecánica total.
- Determinar a velocidade areolar e comprobar a súa constancia na órbita.
- Determinar a velocidade de escape.

A continuación inclúense, como exemplo, parámetros de diferentes satélites e os datos calculados como resultado da aplicación das ecuacións descritas anteriormente.

satelite	apoxeo/km	perixeo/km	radio medio (a)/km	altitude/km	distancia ao centro	velocidade / km s^{-1}	velocidade perixeo/ km s^{-1}	velocidade apoxeo/ km s^{-1}	velocidade media da órbita/km s^{-1}	velocidade areolar / km^2 s^{-1}	periodo dato /min	periodo calc./min
DELTA 1-R/B (1)	5631	952	9661,5	1590	7960	7,51	9,66	5,89	6,43	35348	157,5	157,36
O3B PFM	8084	8069	14447	8058,89	14428,9	5,26	5,26	5,25	5,26	37969	288,03	287,72
GOES 2	36114	35968	42411	36005,2	42375,2	3,07	3,07	3,06	3,07	65052	1448,7	1447,24
CLUSTER II-FM7	96332	36468	72770	95150	101520	1,54	3,68	1,53	2,34	78736	3256,1	3252,75
NOAA 18	866	845	7225,5	885,74	7255,74	7,40	7,48	7,46	7,43	26991	101,9	101,77
FENGYUN 1D	876	854	7235	888,2	7258,2	7,40	7,48	7,46	7,43	27014	102,09	101,97
ARIANE 5 R/B	35746	865	24676	31324	37694	8,14	10,38	1,78	4,02	37540	642,96	642,27

[2]

No teu informe/presentación deberás incluir, como mínimo, os datos de dous satélites, para determinar:

- O valor do radio medio da súa órbita
- A velocidade no perixeo e no apoxeo
- A velocidade media orbital
- Comprobar a conservación da velocidade areolar
- Comparar o período calculado co período indicado como parámetro.
- Determinar a enerxía mecánica total (se non atopas a masa do satélite, exprésao en función de m).
- Pescuda nas fontes que consideres oportunas outros datos do satélite (ano de lanzamento, aplicacións,….)
- Clasifica o satélite en base a tipoloxía da súa órbita.

[2] En sombreado aparecen os datos calculados mediante ecuacións.

EXEMPLOS DE CUESTIÓNS PRÁCTICAS

1. A seguinte táboa relaciona período e radio das órbitas de tres satélites xirando arredor do mesmo astro. Sabemos que hai un dato incorrecto. Indica que dato é incorrecto e xustifica por qué.

Satélite	A	B	C
T (anos)	0,44	1,00	3,86
R ($\cdot 10^5$ km)	0,88	2,08	3,74

2. A partir dos seguintes datos de satélites que orbitan á Terra, determina o valor da masa da terra. Se o valor indicado nos libros de texto para a masa da Terra é de $5{,}98\cdot 10^{24}$ kg, qué imprecisión relativa obtivemos a partires do cálculo realizado?

Satélites	*Distancia media ao centro da Terra/km*	*Período orbital medio/min*
DELTA 1-R/B (1)	7595	158
O3B PFM	14429	288
GOES 2	36005	1449
NOAA	7258	102

Datos*: Constante de Gravitación Universal G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$* N $m^2 kg^{-2}$

3. A ISS (*International Space Station*) é o resultado da colaboración internacional para construír e manter unha plataforma de investigación con presenza humana de larga duración no espazo. Se a masa da ISS é de $3{,}7\cdot 10^5$ kg e describe unha órbita case circular arredor da Terra a unha distancia de $3{,}59\cdot 10^5$ m da súa superficie, calcular a súa velocidade orbital media e o tempo que tarda en dar unha volta completa á Terra.

4. En 2012, a Universidade de Vigo e o Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, en colaboración coa ESA (Axencia Espacial Europea) puxeron en órbita o primeiro satélite galego, o XATCOBEO, para fins educativos. Este satélite, cunha masa de aproximadamente 1 kg, orbitou a unha altura máxima (apoxeo) de 1500 km da superficie terrestre, e a unha mínima (perixeo) de 300 km. Determina:
   a) Velocidade media orbital, supoñendo que o radio medio orbital e a semisuma do perixeo e apoxeo.
   b) Xustificar como variará a velocidade areolar no seu percorrido orbital.

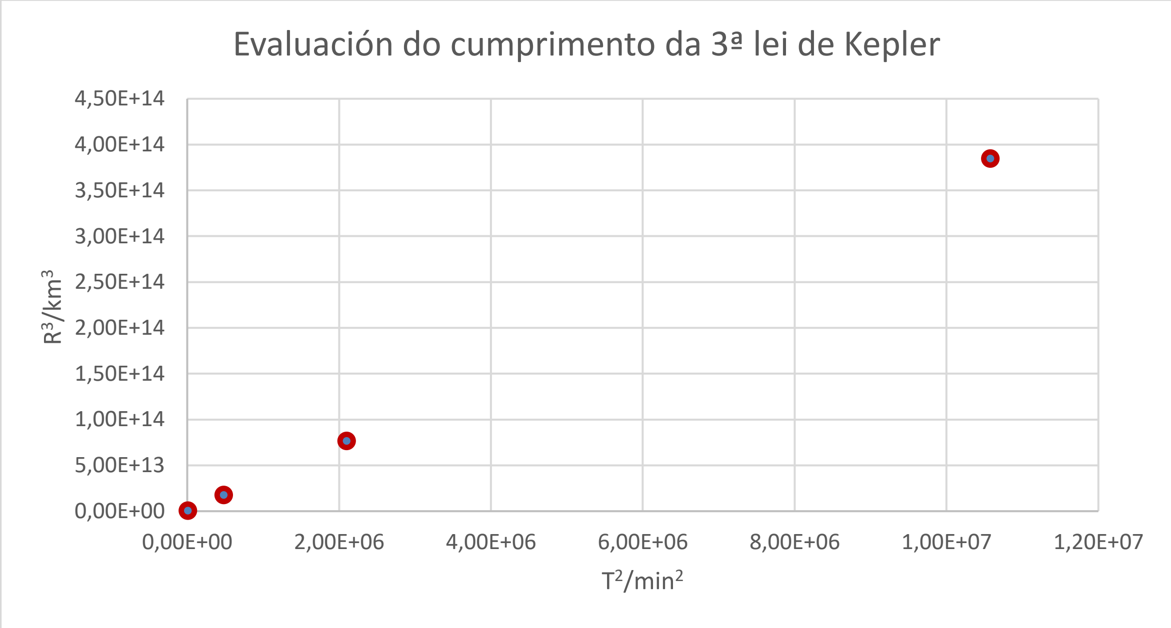
Datos: *Radio da Terra: $6{,}37\cdot 10^6$* m*; Masa da Terra: $5{,}98\cdot 10^{24}$* kg*. Constante de Gravitación G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N $m^2 kg^{-2}$

5. A nave Sputnik 1 foi a primeira tentativa, non fallada, de poñer en órbita un satélite artificial arredor da Terra. Tiña unha masa de 83,6 kg e describiu unha órbita arredor da Terra, que supoñeremos circular, cun período de 96,2 min. A qué altura sobre a superficie da Terra se atopaba o Sputnik?
   Datos: *Radio da Terra: $6{,}37\cdot 10^6$* m*; Masa da Terra: $5{,}98\cdot 10^{24}$* kg*. Constante de Gravitación G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N $m^2 kg^{-2}$

6. Un satélite meteorolóxico de 2000 kg de masa atópase a unha altura de 36 000 km por riba do Ecuador, describindo unha órbita circular xeoestacionaria en torno á Terra. Cal é a súa velocidade e enerxía na órbita?

Datos: *Radio da Terra: $6{,}37\cdot 10^6$* m*; Masa da Terra: $5{,}98\cdot 10^{24}$* kg*. Constante de Gravitación G = $6{,}67\cdot 10^{-11}$*N $m^2 kg^{-2}$

7. A partir dos datos do período e do radio de catro satélites que orbitan a Terra obtívose a seguinte gráfica. A partir da pendente da recta, obtén o valor da masa da Terra.
Datos: *Constante de Gravitación Universal G = 6,67·10*$^{-11}$N m^{2}kg^{-2}



8. A partir de medidas do radio, *r*, e do período, *T*, de catro satélites que orbitan a Terra obtense a táboa anexa. Representa eses datos nunha gráfica e determina a partir dela a masa da Terra.
DATO: $G = 6{,}67·10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}.

Satélite	T^2/s^2	r^3/km^3
1	$3{,}18\times10^{7}$	$3{,}29\times10^{11}$
2	$3{,}89\times10^{7}$	$4{,}05\times10^{11}$
3	$4{,}75\times10^{7}$	$4{,}93\times10^{11}$
4	$1{,}44\times10^{8}$	$1{,}48\times10^{12}$

(ABAU. Xuño-2019)

ANEXO TEÓRICO

Determinación da masa da Terra

$$\boldsymbol{K = \frac{T^2}{a^3}}$$

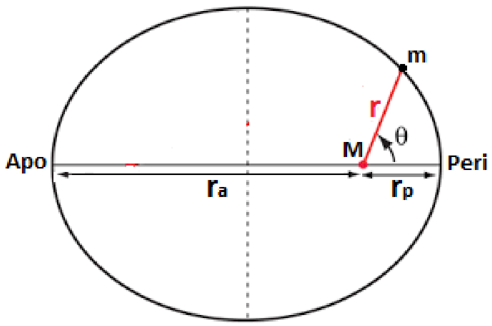
$$\boldsymbol{m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M \cdot m}{a^2} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{a}}$$

$$\boldsymbol{v^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} = G \cdot \frac{M}{a} \Rightarrow \frac{4\pi^2 a^3}{G \cdot T^2} = M}$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = \frac{4\pi^2}{G \cdot K}}}$$

Cálculo da velocidade en órbitas elípticas[3]

A velocidade dun corpo de masa **m**, (satélite, planeta,...) que xira en torno a outro corpo de masa moito maior **M** en movemento elíptico por influxo da gravidade non é constante, senón que varía ao longo da traxectoria orbital:



* é máxima no Periastro,
* é mínima no Apoastro,
* e ten unha velocidade intermedia entre eses dous valores nos restantes puntos da elipse.

A continuación procédese a realizar a dedución da expresión, (fórmula matemática), do valor do módulo da velocidade instantánea **v** en calquera punto dunha órbita elíptica en función da distancia **r** entre **m** y **M**. (**m** pode ser un planeta e **M** a estrela en torno á que xira, por exemplo, a Terra e o Sol, ou **M** pode ser a Terra e **m** un satélite artificial,...)

Conservación da enerxía: A enerxía mecánica total E en calquera punto da órbita é a suma da enerxía cinética máis a enerxía potencial gravitatoria, e é constante, xa que o campo gravitatorio es conservativo.

$$E = E_c + E_p = cte$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

Definimos a enerxía orbital específica como a enerxía por unidade de masa en órbita:

$$\varepsilon = \frac{E}{m}$$

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r}$$

A enerxía específica tamén é evidentemente constante en todos os puntos da órbita e podemos determinala en

[3] http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/celeste/orbitas/orbitas.html
http://forum.lawebdefisica.com/entries/618-C%C3%A1lculo-de-la-velocidad-en-%C3%B3rbitas-el%C3%ADpticas

dous puntos particulares, o Periastro que é o punto de mínima distancia entre **m** e **M** e o Apoastro que é o punto no que **m** está á máxima distancia de **M**:

No Periastro ou Periapsis (para os planetas, asteroides e cometas que xiran en torno ao Sol recibe o nome particular de Perihelio, e para os satélites que xiran en torno á Terra, o de Perixeo)

$$\varepsilon = \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p}$$

No Apoastro ou Apoapsis (nome particular de Afelio para los obxectos que xiran en torno ao Sol, e de Apoxeo para os satélites que xiran en torno á Terra)

$$\varepsilon = \frac{v_a^2}{2} - \frac{GM}{r_a}$$

Conservación do momento angular, (momento cinético): Por outro lado, no sistema composto polos dous obxectos **M** y **m**, ao non existir momentos de forzas exteriores, tamén se conserva o momento angular, e polo tanto en dous puntos arbitrarios calquera 1 e 2 da órbita:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r_1} \times m\mathbf{v_1} = \mathbf{r_2} \times m\mathbf{v_2}$$

Particularizando esta expresión para o Periastro e o Apoastro, que sonos dous únicos puntos da órbita nos que o radio vector e a velocidade son perpendiculares:

$$L = r_p \ m \ v_p \ \sin\frac{\pi}{2} = r_a \ m \ v_a \ \sin\frac{\pi}{2}$$

$$v_p = \frac{r_a}{r_p} \ v_a$$

Polo que:

$$\frac{v_a^2}{2} - \frac{v_p^2}{2} = \frac{GM}{r_a} - \frac{GM}{r_p}$$

Substituíndo a velocidade no Periastro obtida na conservación do momento angular:

$$\frac{v_a^2}{2} - \frac{r_a^2}{2r_p^2}v_a^2 = \frac{GM}{r_a} - \frac{GM}{r_p}$$

$$\frac{v_a^2}{2} = \left(\frac{GM}{r_a} - \frac{GM}{r_p}\right) \ \frac{r_p^2}{r_p^2 - r_a^2}$$

$$\frac{v_a^2}{2} = GM\frac{r_p}{r_a(r_p + r_a)}$$

Si consideramos a=semieixo maior da elipse

$$r_p + r_a = 2 \ a$$

$$r_p = 2 \ a - r_a$$

$$\frac{v_a^2}{2} = GM\frac{2a - r_a}{2 \ a \ r_a}$$

Resulta:

$$\varepsilon = GM\frac{2a - r_a}{2\ a\ r_a} - \frac{GM}{r_a}$$

Logo a **enerxía específica** dun punto calquera da órbita elíptica é

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{G\ M}{2\ a}}$$

E polo tanto, o valor da **enerxía mecánica total** en calquera punto dunha órbita elíptica é constante de valor

$$\boxed{E = -\frac{G\ \ M\ \ m}{2\ \ a}}$$

Do mesmo modo, substituíndo na expresión do momento angular no Apoastro, obtense o valor do **momento angular** da órbita elíptica, que ademais do semieixo maior depende da excentricidade:

$$\boxed{L = m\ \sqrt{G\ \ M\ \ a\ (1 - e^2)}}$$

e = excentricidade da elipse

$$r_a = a\ (1 + e)$$
$$r_p = a\ (1 - e)$$

O valor do **momento angular específico**:

$$\boxed{h = \sqrt{G\ \ M\ \ a\ (1 - e^2)}}$$

Finalmente, relacionando:

$$\varepsilon = \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p} \qquad \varepsilon = -\frac{G\ M}{2\ a}$$

Resulta:

$$\boxed{\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a}}$$

E desta última obtense a velocidade:

ELIPSE

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\ a}\right)}}$$

Casos particulares: *órbitas circulares, parabólicas e caída libre vertical rectilínea.*

1) A órbita circular é un caso particular da elipse no que o radio vector é sempre o radio **R** da circunferencia e polo tanto é constante.

$r = a = R$

CIRCUNFERENCIA

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\ M}{R}}}$$

2) Unha órbita parabólica pode verse como o límite dunha elíptica na que o eixo maior faise infinitamente grande,

$\frac{1}{2\ a} \to 0 \qquad \varepsilon = 0 \qquad E = 0$

PARABOLA

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\ G\ M}{r}}}$$

3) A caída libre en liña recta partindo do repouse, desde unha distancia inicial $\mathbf{r_0}$ medida desde o centro de **M** ao centro de **m**, dedúcese trivialmente da ecuación de conservación da enerxía específica.

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{r_0}$$

CAÍDA EN LIÑA RECTA

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}}$$

4) E finalmente, dáse sen demostración o caso de órbita hiperbólica, no que a expresión es:

HIPERBOLA

$$\boxed{v = \sqrt{2\ G\ M\ \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2\ a}\right)}}$$

Se queremos obter a expresión da velocidade (ver dibuxo) en función da anomalía verdadeira θ hai que lembrar a relación en coordenadas polares entre o radio vector e o ángulo polar (ou anomalía verdadeira) que é:

$$r = \frac{a\ (1 - e^2)}{1 + e\cos\theta}$$

Substituíndo:

$$v = \sqrt{2\ G\ M\ \left[\frac{1 + e\cos\theta}{a\ (1 - e^2)} - \frac{1}{2\ a}\right]}$$

A velocidade orbital es máxima no Periastro. Substituíndo o radio vector **r** polo seu valor

$$r_p = a\ (1 - e)$$

Obtense:

$$v_p = \sqrt{\frac{G\ M}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}}$$

E resulta mínima no Apoastro,

$$r_a = a\ (1 + e)$$

Obtense:

$$v_a = \sqrt{\frac{G\ M}{a} \cdot \frac{1-e}{1+e}}$$