6.1. Fractales. Arte fractal

Las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las costas no son círculos y las cortezas de los árboles no son lisas, ni los relámpagos viajan en una línea recta.

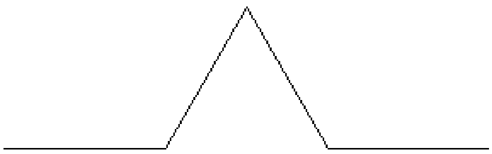
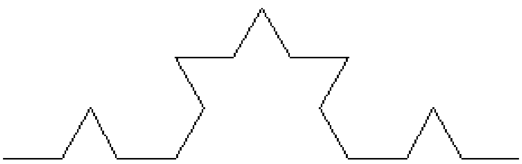
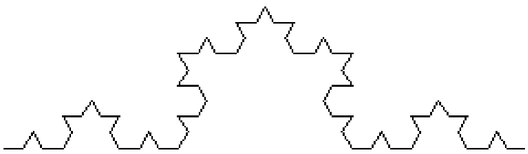
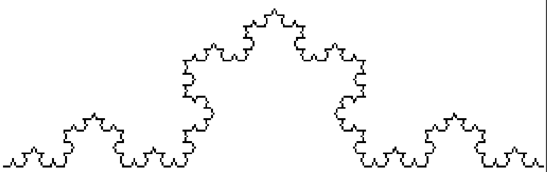
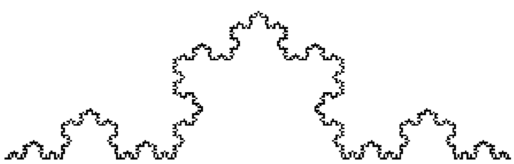
BENOÎT MANDELBROT, *Introduction to The Fractal Geometry of Nature*

Construcción de fractales sencillos

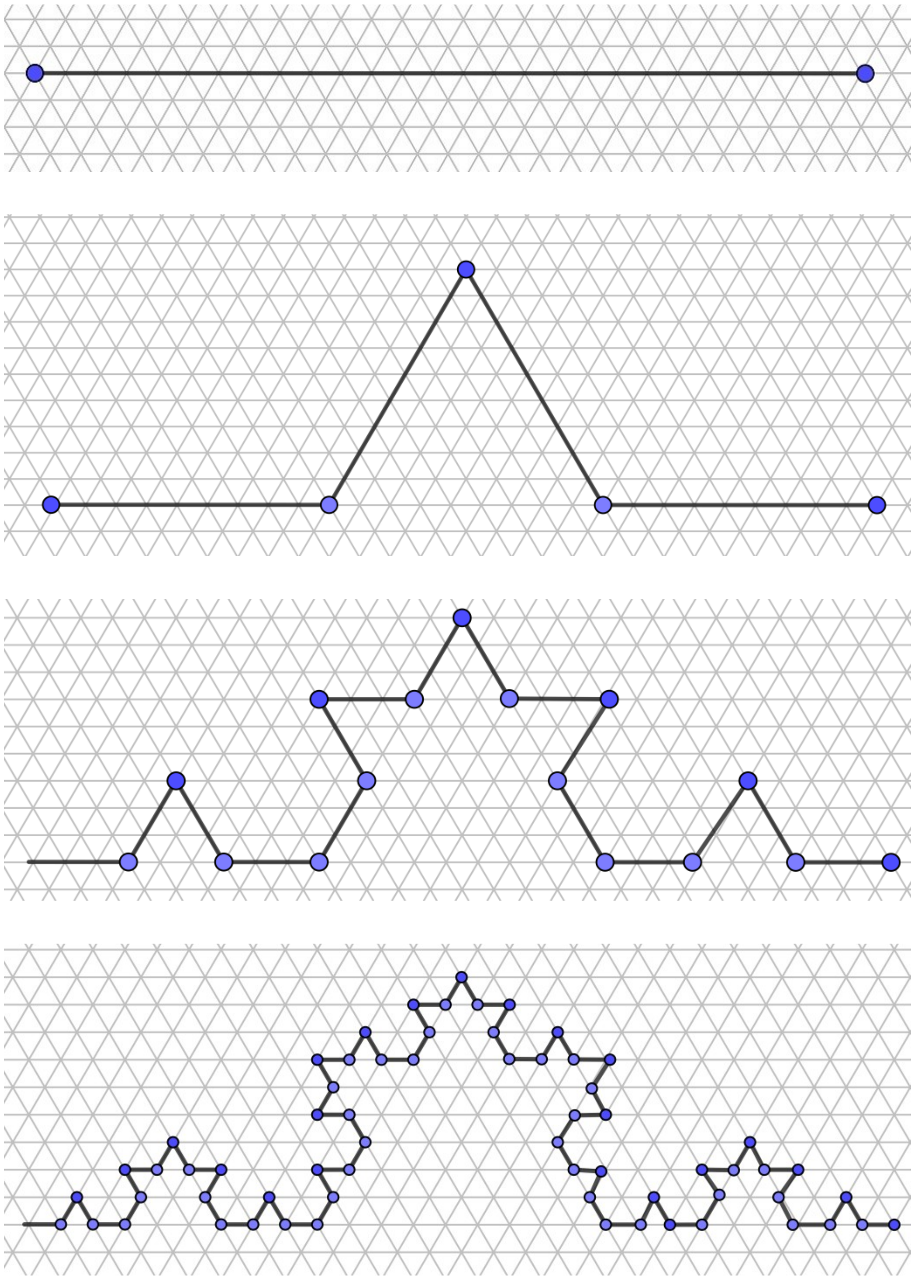
Para la comprensión de las propiedades y de las posibilidades estéticas de los fractales, resulta útil el análisis de algún ejemplo sencillo, como el fractal de Koch o el triángulo de Sierpinski.

Curva de Koch

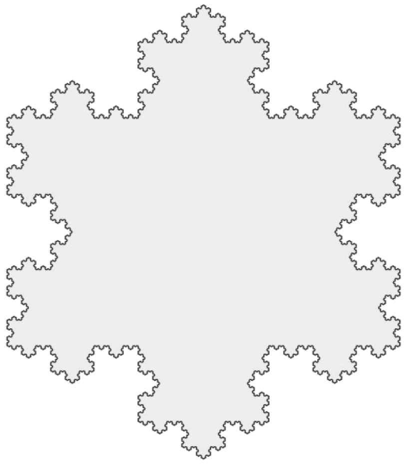
Helge Von Koch (1870-1924) fue un matemático noruego que dedicó casi todas sus investigaciones a la teoría de números, llegando a demostrar la equivalencia entre la hipótesis de Riemman y la forma fuerte del teorema de los números primos. En uno de los escasos trabajos que dedicó a la geometría, en el año 1904, describe uno de los primeros fractales conocidos: la curva de Koch. Este fractal se forma a partir de un segmento, por la sustitución de su tercio central por dos segmentos de longitud también un tercio, pero formando ángulos de 60º. Este proceso se repite recursivamente en cada segmento obtenido, tal y como se puede ver en la siguiente secuencia de imágenes:

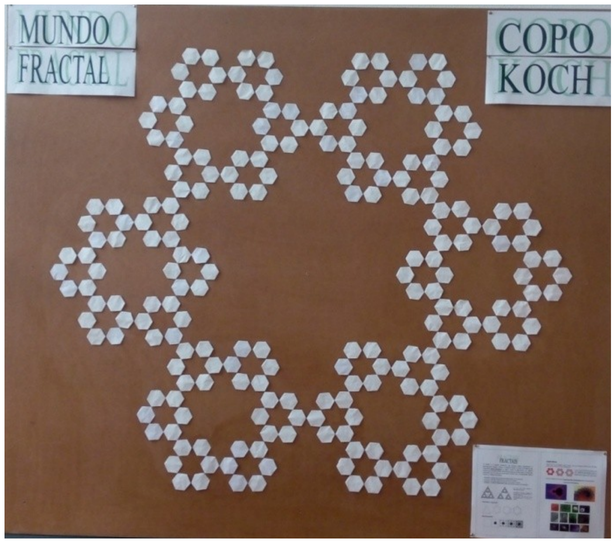
Nivel 1	Nivel 2 
Nivel 3 	Nivel 4 
Nivel 5 	Nivel 6 

El *software* GeoGebra permite obtener de manera sencilla la curva de Koch, tarea que se facilita si empleamos la trama isométrica en la vista gráfica. En las siguientes imágenes se muestra cómo se llega hasta la cuarta iteración partiendo de un segmento de 27 unidades de longitud:

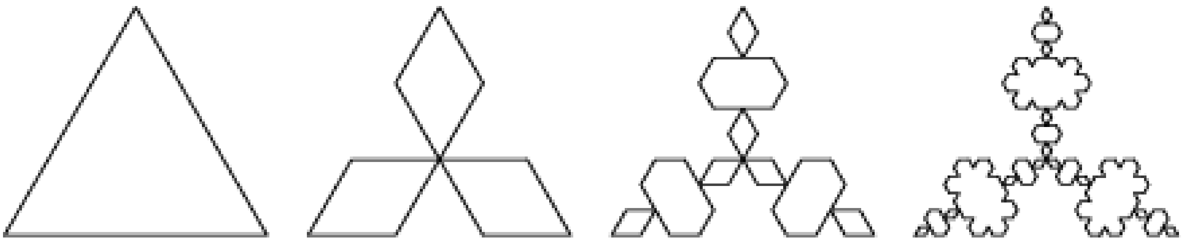


Si en lugar de tomar un segmento como figura inicial se parte de un triángulo equilátero y se realiza el mismo proceso en cada uno de sus lados, se obtendrá el copo de nieve de Koch. En la imagen de la derecha podemos ver el copo de Koch realizado por el Departamento de Matemáticas del IES nº 1 de Ordes (A Coruña) con hexágonos de papiroflexia.

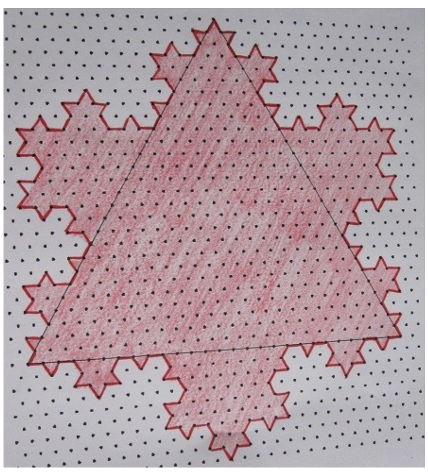
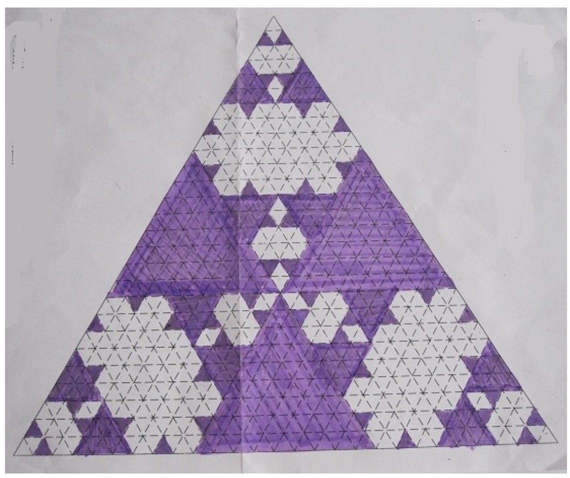




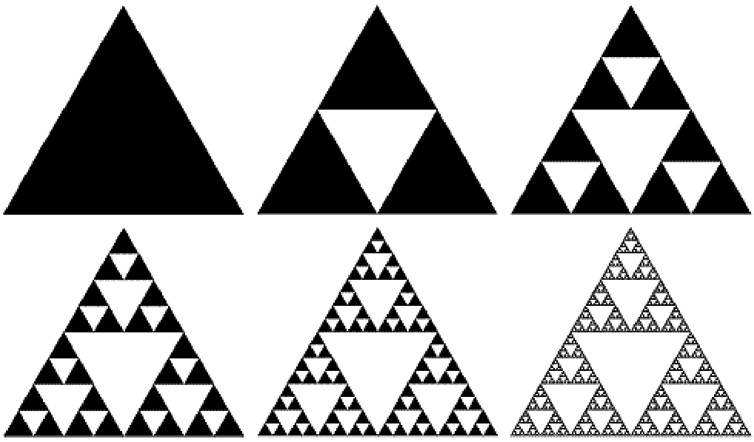
Si se realiza el proceso recursivo "dibujando hacia dentro", actividad que presenta una mayor dificultad, obtendríamos el anticopo de Koch.



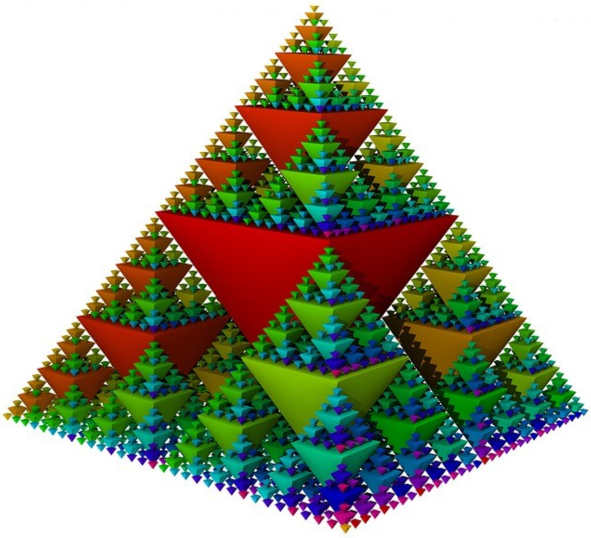
Con la ayuda de una trama isométrica, en la que la disposición de los puntos permite dibujar triángulos equiláteros con facilidad, es relativamente sencillo construir estos fractales hasta las primeras iteraciones.

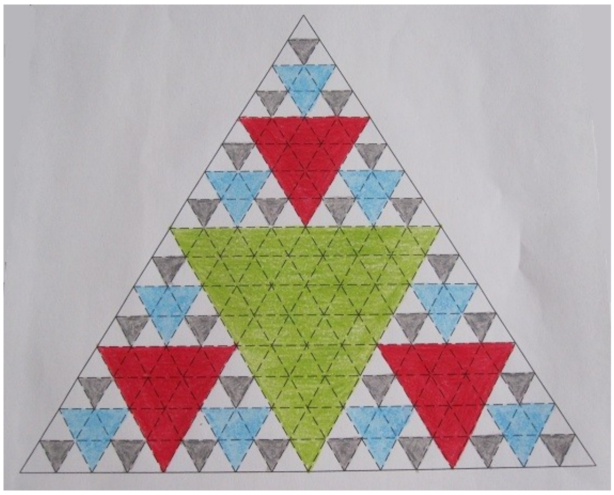
Copo de Koch	Anticopo de Koch
	

Triángulo de Sierpinski

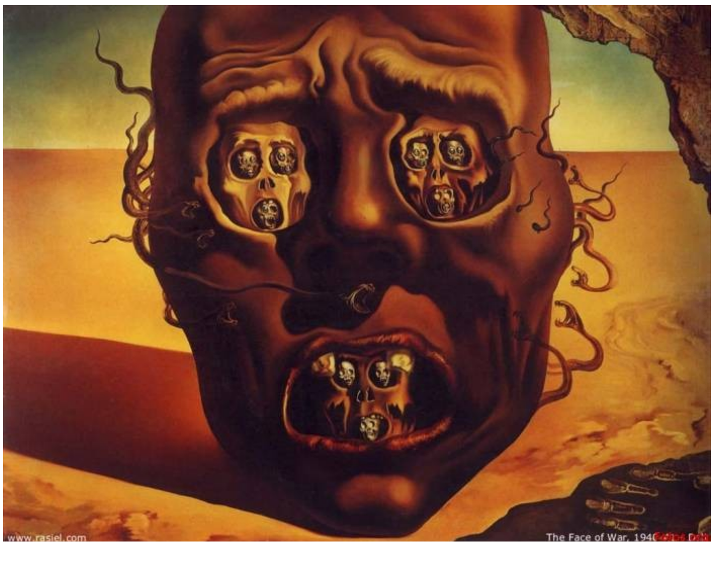


Se trata, al igual de la curva de Koch, de un fractal que sigue un proceso muy sencillo de comprender y de reproducir con ayuda de una trama isométrica. Si en lugar de realizar las iteraciones a partir de un triángulo se toma como figura inicial una pirámide, obtendríamos una versión tridimensional de este fractal.

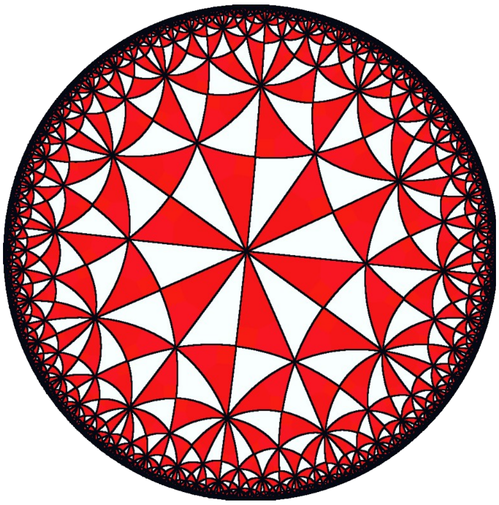




Fractales en el arte
Dalí

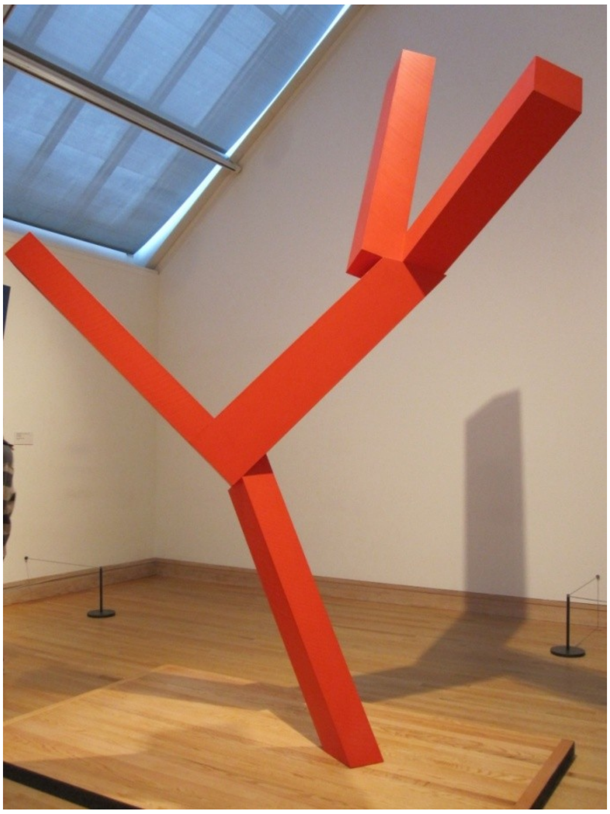


Escher



Pero no solo podemos encontrar la influencia de los fractales en la pintura, también hay esculturas basadas en este modelo:

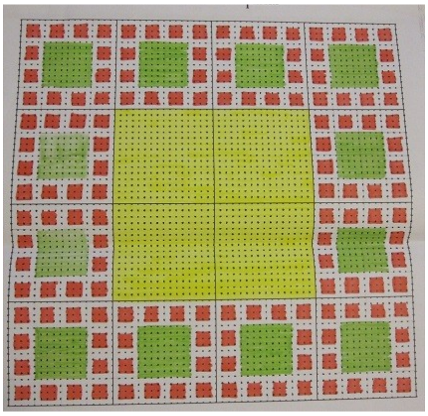
Espace fractal, Jean Pierre Morin (2005), Québec.



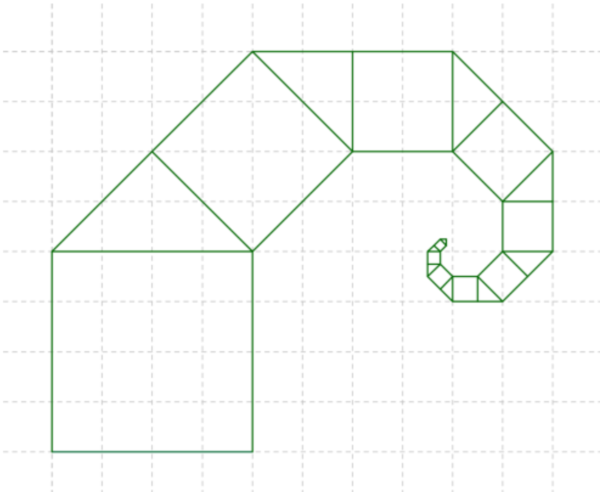
Sin Título, Joel Shapiro (2000-2001), MOMA, Nueva York.

Arte fractal en el aula

a) Alfombra de Sierpinski y Cuadrado de Lidia

b) Árbol Pitagórico. Una rama de este árbol se construye alternando cuadrados y triángulos rectángulos isósceles tal y como se indica en la figura siguiente

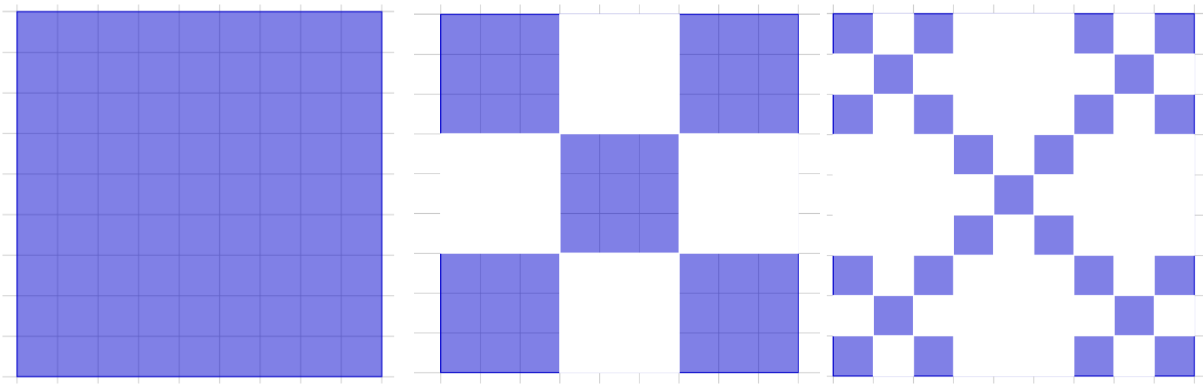


Si continuamos este proceso de manera sistemática, tanto en la dirección de la imagen como hacia el otro lado, veremos como el resultado final recuerda a un árbol.

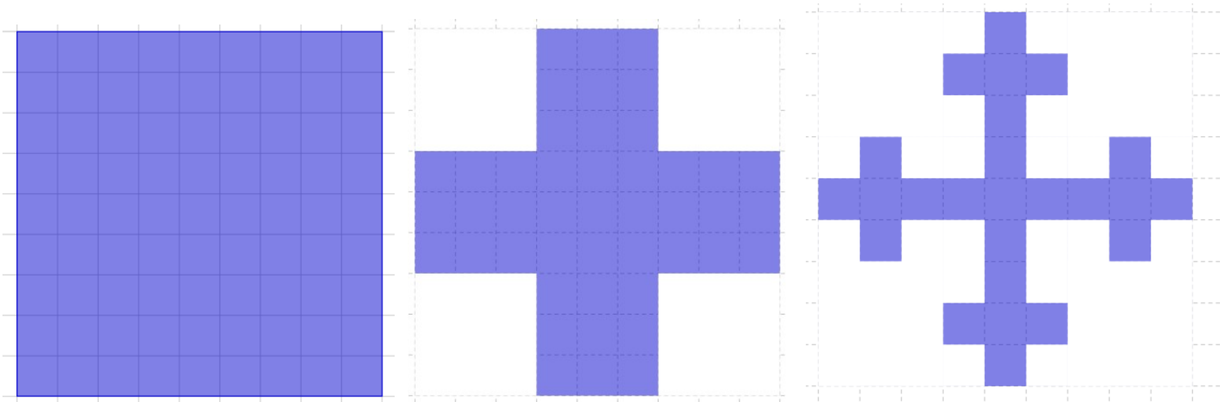
c) Fractales utilizando cuadrados interiores:

Se trata de realizar un proceso similar al anticopo de Koch, pero partiendo del cuadrado en lugar del triángulo, es decir, iremos quitando cuadrados hacia dentro. Los fractales obtenidos siguiendo este procedimiento reciben el nombre de Aspas de Viseck:

Si quitamos el cuadrado central nos quedaría:



Si en lugar de quitar los cuadrados centrales, lo que hacemos es quitar los cuadrados de los extremos, nos quedaría otra figura completamente diferente:



Esta actividad resulta muy sencilla trabajando sobre hojas cuadriculadas, teniendo en cuenta que las unidades del lado del cuadrado inicial pueden facilitarnos el proceso, y teniendo en cuenta que la medida inicial tomada dependerá del número de iteraciones que queramos conseguir.

Como hemos visto, estos curiosos y casi desconocidos objetos geométricos nos muestran de manera sencilla la relación tan estrecha que existe entre las matemáticas y la belleza.