



O sentido **numérico** nas

Matemáticas

Fernando Eijo
Manuel Felpeto





A DIDÁCTICA DA NUMERACIÓN

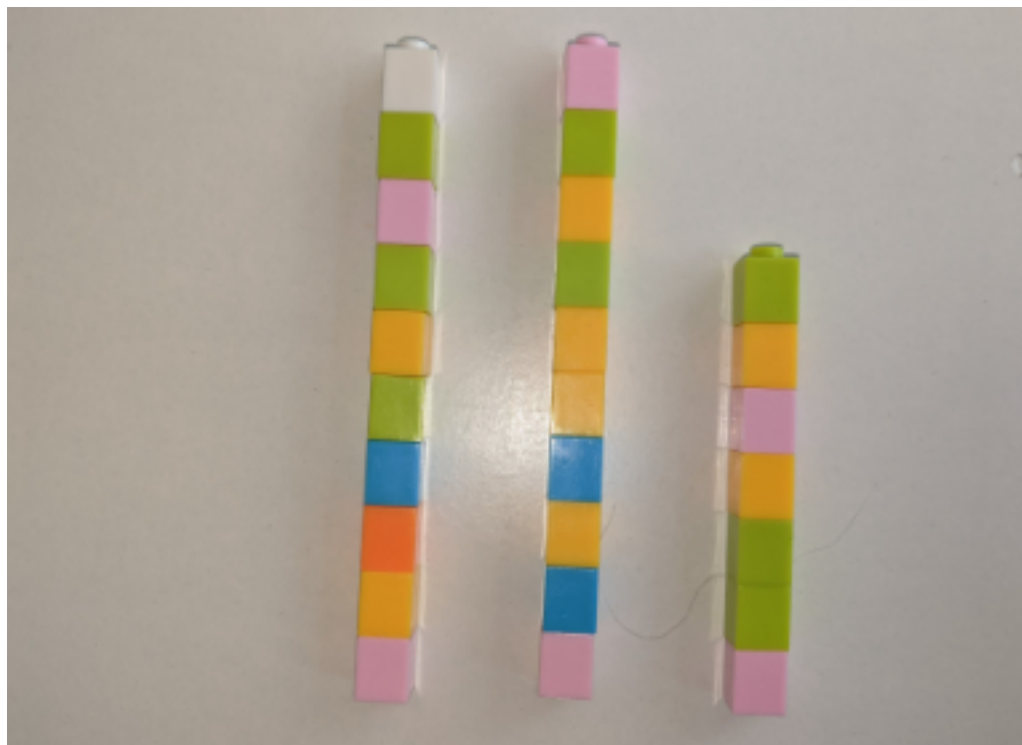
Cantos cubos de Lego hai?





O NOSO CURRÍCULO

Agora é máis fácil de contar?





O USO DA MEDIDA NO TEMPO

E...agora máis doado?





O conteo

O conteo é unha etapa imprescindible!



**Pero non propicia aprendizaxes.
Non axuda a crear estratexias resolutorias.**



AS REGRETAS

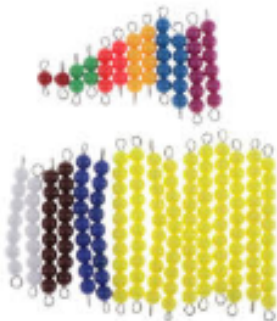


"O obxectivo das regretas é potenciar as habilidades, experimentar, descubrir, visualizar, razoar, manipular, investigar, descubrir estratexias e axilizar o calculo mental."

M^o Antonia Canals

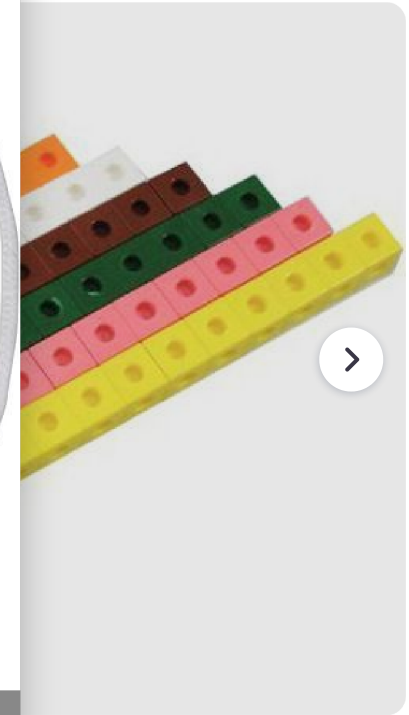
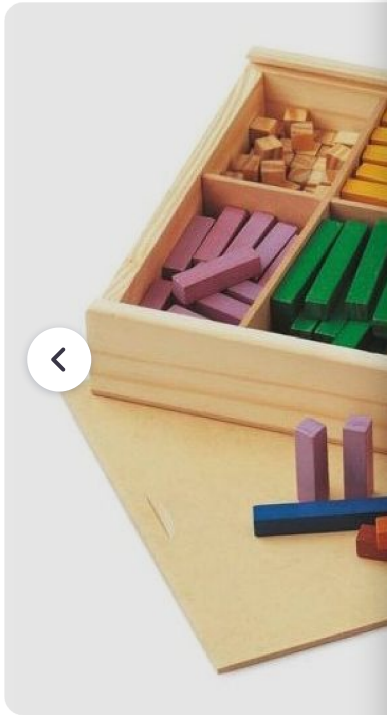


FASES DIDÁCTICAS



EVOLUCIÓN DO MATERIAL

Do conteo ao cálculo





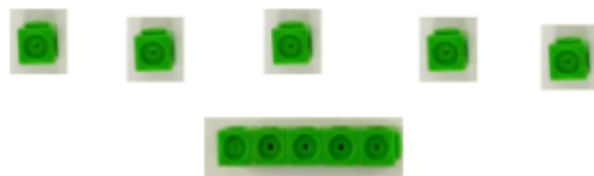
AS REGRETAS

ARTES



POLICUBOS

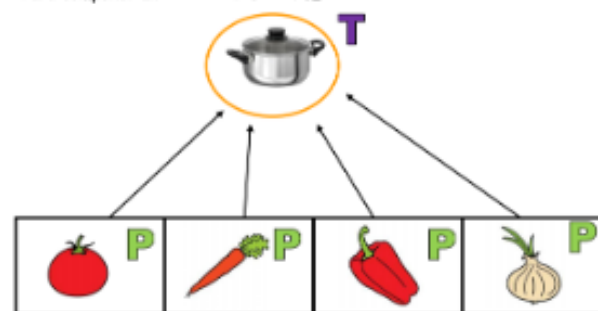
5 policubos soltos e os uno nun todo e xa temos a ACCIÓN DE SUMAR.



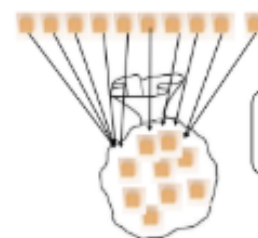
COMIDA

Para compoñer un

POTAXE



REGLETAS



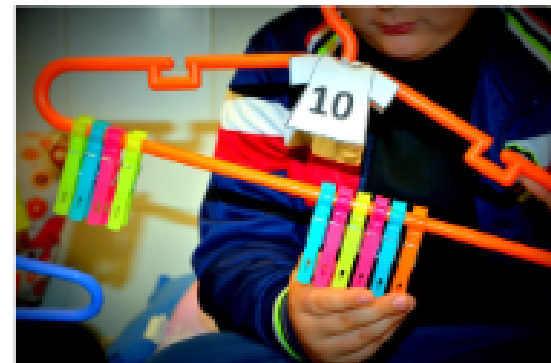
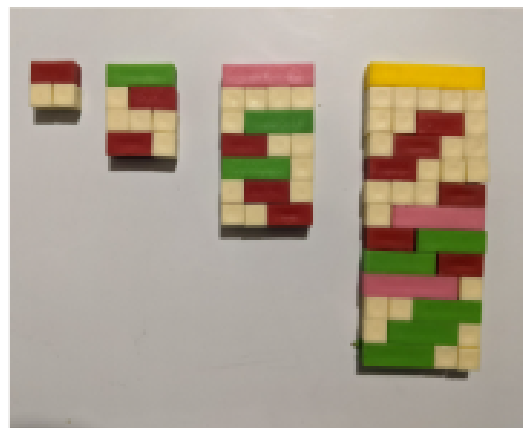
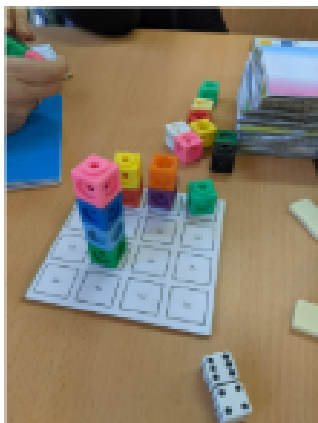
Todo 10 regletas
brancas e agrúpanse
nunha bolsa.

Imaxes de Diana Gil Ave



COMPOSICIÓN/DESCOMPOSICIÓN

É moi importante realizar diferentes actividades ou xogos para afianzar a descomposición dos números e con diferentes materiais (torres arriba, 2×1 , 1×2 ,...) Canto máis variados mellor!





Actividad de descomposición





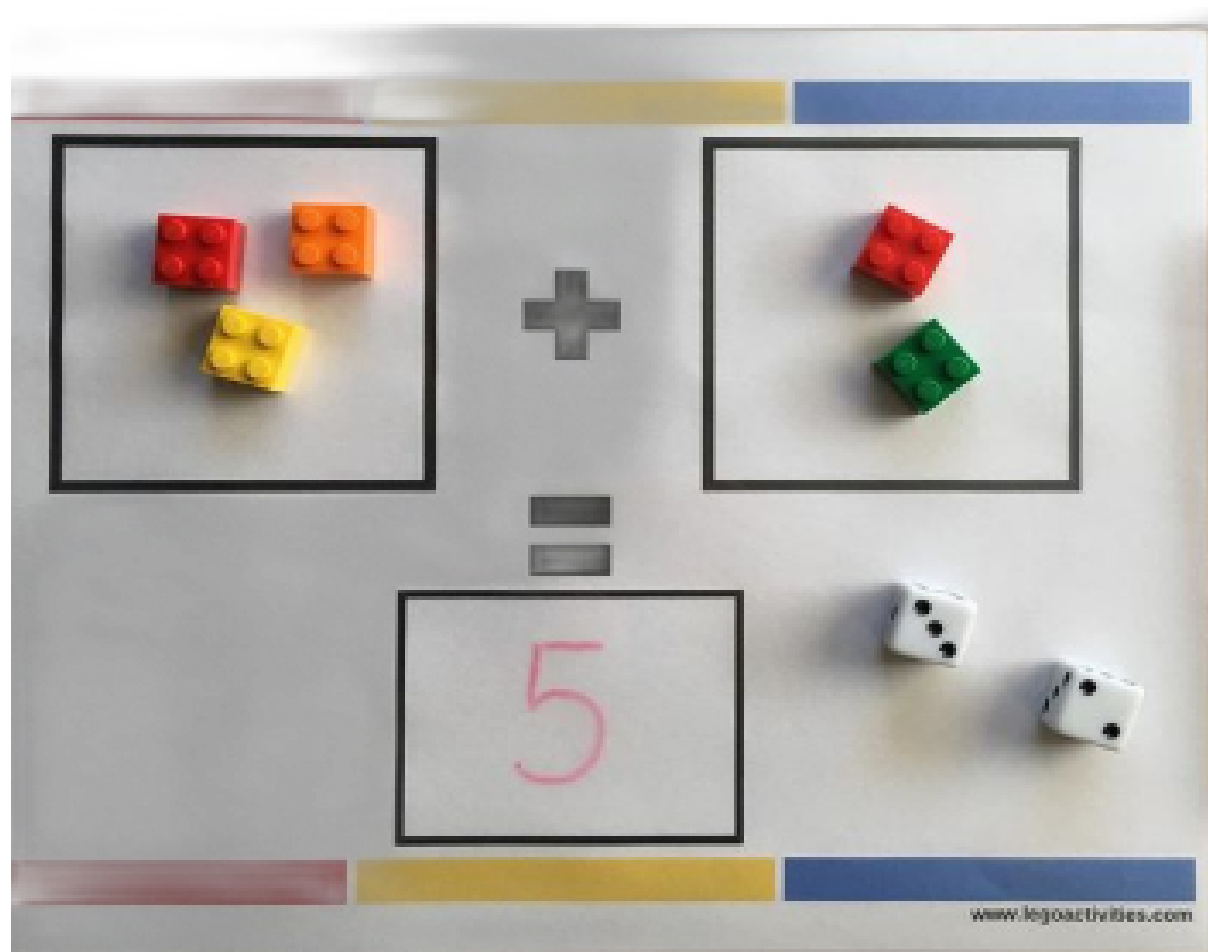
FASES DIDÁCTICAS



Josep Callís



A SUMA





FASES DIDÁCTICAS

- 1º **VIVENCIACIÓN** (O alumnado e o seu corpo como protagonista)
- 2º **MANIPULACIÓN** (Diferentes materiais).
- 3º **MANIPULACIÓN + VERBALIZACIÓN** (Manipular e posteriormente explicar o que fixo e por que o fixo así).
- 4º **VERBALIZACIÓN** (Que saiba explicar o que vai facer antes de actuar).
- 5º **MANIPULACIÓN + SIMBOLIZACIÓN GRÁFICA** (Manipular e debuxar a operación).
- 6º **SIMBOLIZACIÓN GRÁFICA SIMPLIFICADA** (Representar a operación en miniatura).
- 7º **SIMBOLIZACIÓN MATEMÁTICA** (Realizar algoritmo).
- 8º **ABSTRACCIÓN E VISUALIZACIÓN MENTAL.**

Josep Callís



A SUMA

VIVENCIACIÓN

Crear grupos, facer decenas, parellas, saltos de nenos,....

MANIPULACIÓN

Regretas, paquetes de decenas, descomposicións de números significativos para eles con diferentes materiais, máquinas de sumar, medicións, dobres e metades, series, emparellamentos...

SIMBOLIZACIÓN

Sumas na recta numérica, debuxar regretas, expresar gráficamente o realizado con regretas.

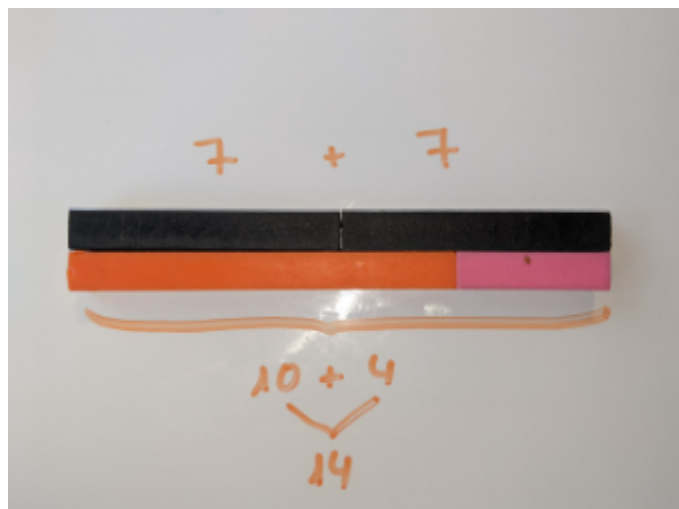
ABSTRACCIÓN

Cálculo mental e resolución de problemas a través da estimación.



AS REGRETAS

Primeiro traballamos a suma en horizontal: $7 + 7$





AS REGRETAS

Temos que pasar rápido á suma vertical: $17 + 6$

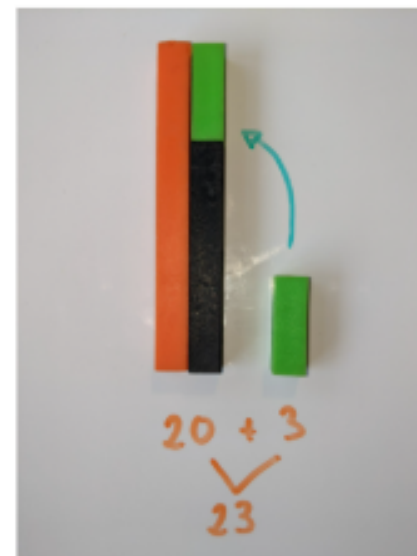
Paso 1



Paso 2



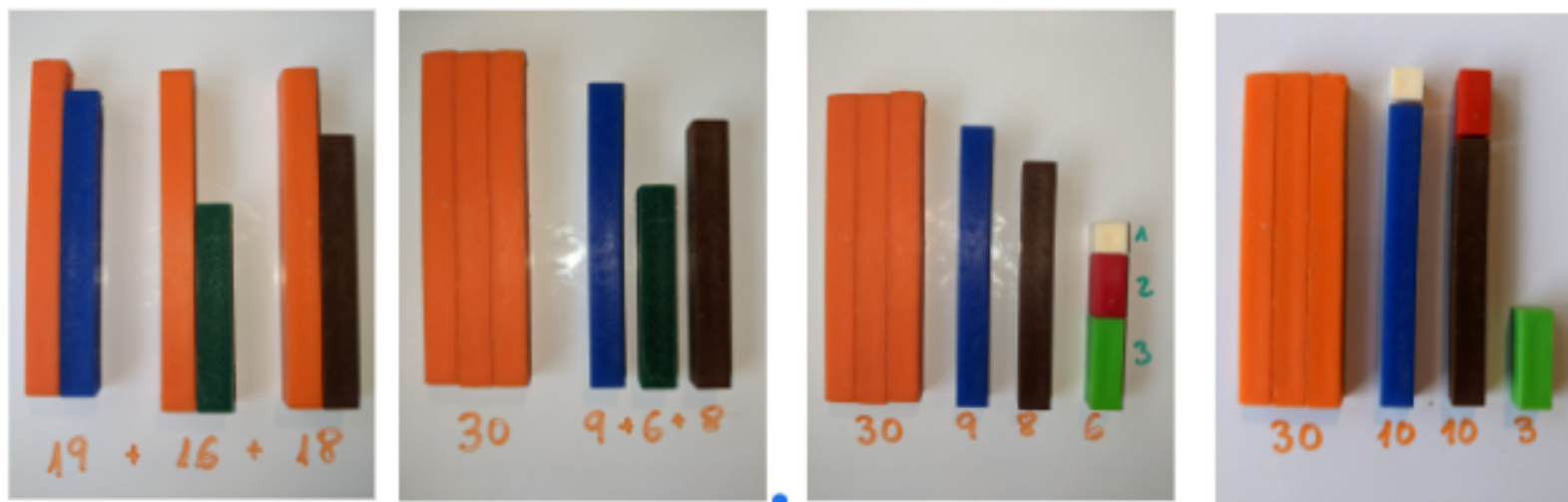
Paso 3





AS REGRETAS

Suma de varios sumandos: $19 + 16 + 18$



Os nenos/-as poden sumar utilizando diferentes estratexias. Deben comentalas na aula.



AS REGRETAS

FASE SIMBÓLICA DA SÚM

$237 + 128 + 66$

FASE 1:

$\square\square\square\square + \square\square\square + \square\square\square\square\square$

$3\square = 300$
 $11\square = 110$
 $2 = 21$

$300 + 110 + 21 = 431$

FASE 2:

$\boxed{2}\square\square\square + \boxed{1}\square\square\square + \square\square\square\square$

Cando xa non necesitan debuxar as regretas.

$450 + 365 + 286$

$900 + 100 + 90 + 11 = 1101$



AS REGRETAS

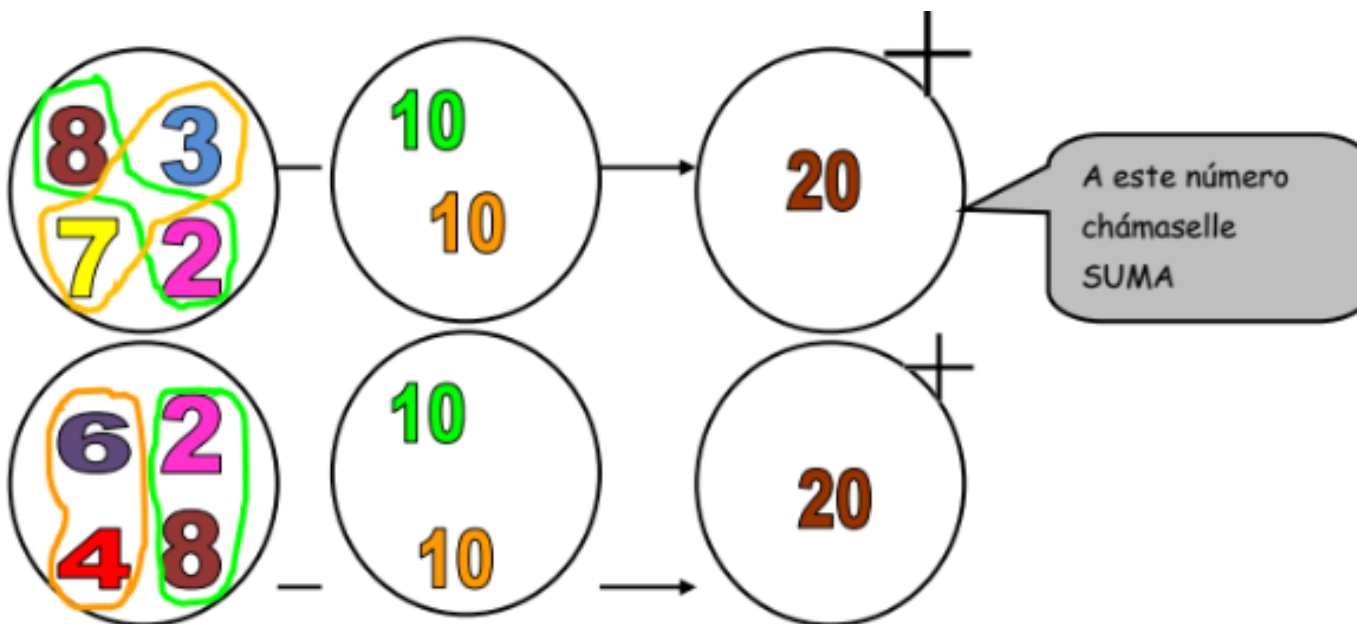
Traballo coa unidade seguida de ceros

8	80	800
7 + 1 1 + 7	70 + 10 10 + 70	700 + 100 100 + 700
6 + 2 2 + 6	60 + 20 20 + 60	600 + 200 200 + 600
5 + 3 3 + 5	50 + 30 30 + 50	500 + 300 300 + 500
4 + 4	40 + 40	400 + 400



AS REGRETAS

A SUMA AGRUPANDO 10





AS REGRETAS

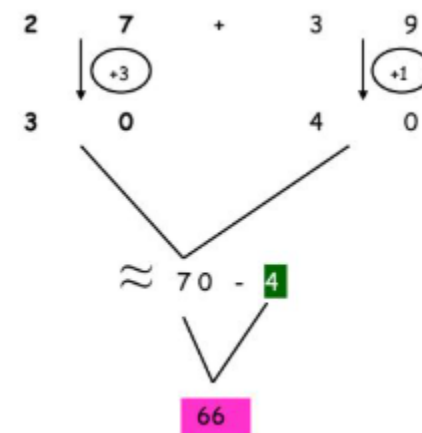
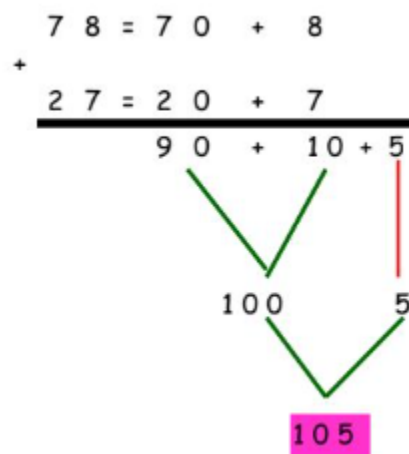
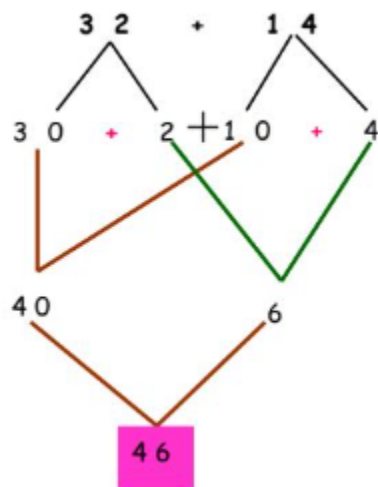
Traballo coa unidade seguida de ceros

8	80	800
7 + 1 1 + 7	70 + 10 10 + 70	700 + 100 100 + 700
6 + 2 2 + 6	60 + 20 20 + 60	600 + 200 200 + 600
5 + 3 3 + 5	50 + 30 30 + 50	500 + 300 300 + 500
4 + 4	40 + 40	400 + 400



ALGORITMO DA SUMA

Trabalho coa unidade seguida de ceros



ALGORITMO DA SUMA

①

$$\begin{array}{r} 735 = 700 + 30 + 5 \\ + 297 = 200 + 90 + 7 \\ \hline 900 + 120 + 12 \end{array} \quad (\text{DESCOMPOSICIÓN})$$

② $\rightarrow$

$$\begin{array}{r} 735 \\ + 297 \\ \hline 900 \\ 120 \\ 12 \\ \hline 1032 \end{array}$$

③ $\leftarrow$

$$\begin{array}{r} 735 \\ + 297 \\ \hline 12 \\ 120 \\ 900 \\ \hline 1032 \end{array}$$

④

$$\begin{array}{r} 735 \\ + 297 \\ \hline \textcircled{1}\textcircled{1} 922 \\ \hline 1032 \end{array}$$

⑤

$$\begin{array}{r} 735 \\ + 297 \\ \hline 1032 \end{array}$$



DIFERENTES ALGORITMOS

ESTRATEGIAS PARA LA SUMA

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: LOS VESTIDOS

$$\begin{array}{r} 326 = 300 + 20 + 6 \\ + 456 = 400 + 50 + 6 \\ \hline 782 = 700 + 70 + 12 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: EN ARriba

$$\begin{array}{r} 23 + 45 \\ \swarrow \searrow \\ 60 + 8 \\ \hline 68 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: REDONDO

$$\begin{array}{r} 223 + 305 = 428 \\ -3 \quad -5 \quad +8 \\ \hline 220 \quad 300 = 420 \end{array}$$

ESTRATEGIA SUMA EN CAJA

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 20 & 40 \\ \hline 3 & 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 60 \\ 8 \\ \hline 68 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: PODER PODER PARTIR DEL MAYOR

$$\begin{array}{r} 23 + 45 \\ \quad \quad \quad +20 \\ \quad \quad \quad \hline 65 \\ \quad \quad \quad +3 \\ \quad \quad \quad \hline 68 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: TIRAR EL PEDRO DE ALARCA, TIRAR...

$$\begin{array}{r} 60 \\ \swarrow \searrow \\ 23 + 45 \\ \quad \quad \quad \hline 68 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: SUMA EQUIVALENTE "ALLOVERO"

$$\begin{array}{r} 28 + 41 = 39 \\ + 30 \\ \hline 69 \end{array}$$

ESTRATEGIA SUMA EN CAJA

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 200 & 100 \\ \hline 30 & 50 \\ \hline 8 & 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 300 \\ 80 \\ 13 \\ \hline 393 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: LAS PESTANAS

$$\begin{array}{r} 60 \quad 23 \quad 8 \\ \quad \quad \quad \hline 68 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: TIRAR EL PEDRO DE ALARCA, TIRAR...

$$\begin{array}{r} 60 \\ \swarrow \searrow \\ 23 + 45 \\ \quad \quad \quad \hline 68 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: SUMA EQUIVALENTE "ALLOVERO"

$$\begin{array}{r} 534 + 326 \\ \quad \quad \quad \hline 860 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: LOS VESTIDOS

$$\begin{array}{r} 23 = 20 + 3 \\ 45 = 40 + 5 \\ \hline 68 = 60 + 8 \end{array}$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: MONO DULTAR, BARRA, SALCANTAS...

$$23 + 45 = 60 + 8 = 68$$

ESTRATEGIA PARA LA SUMA: REDONDO

$$\begin{array}{r} 28 \xrightarrow{+2} 30 \\ + 47 \xrightarrow{+3} 50 \\ \hline 75 \xleftarrow{-5} 80 \end{array}$$

ESTRATEGIAS PARA LA RESTA



AS REGRETAS

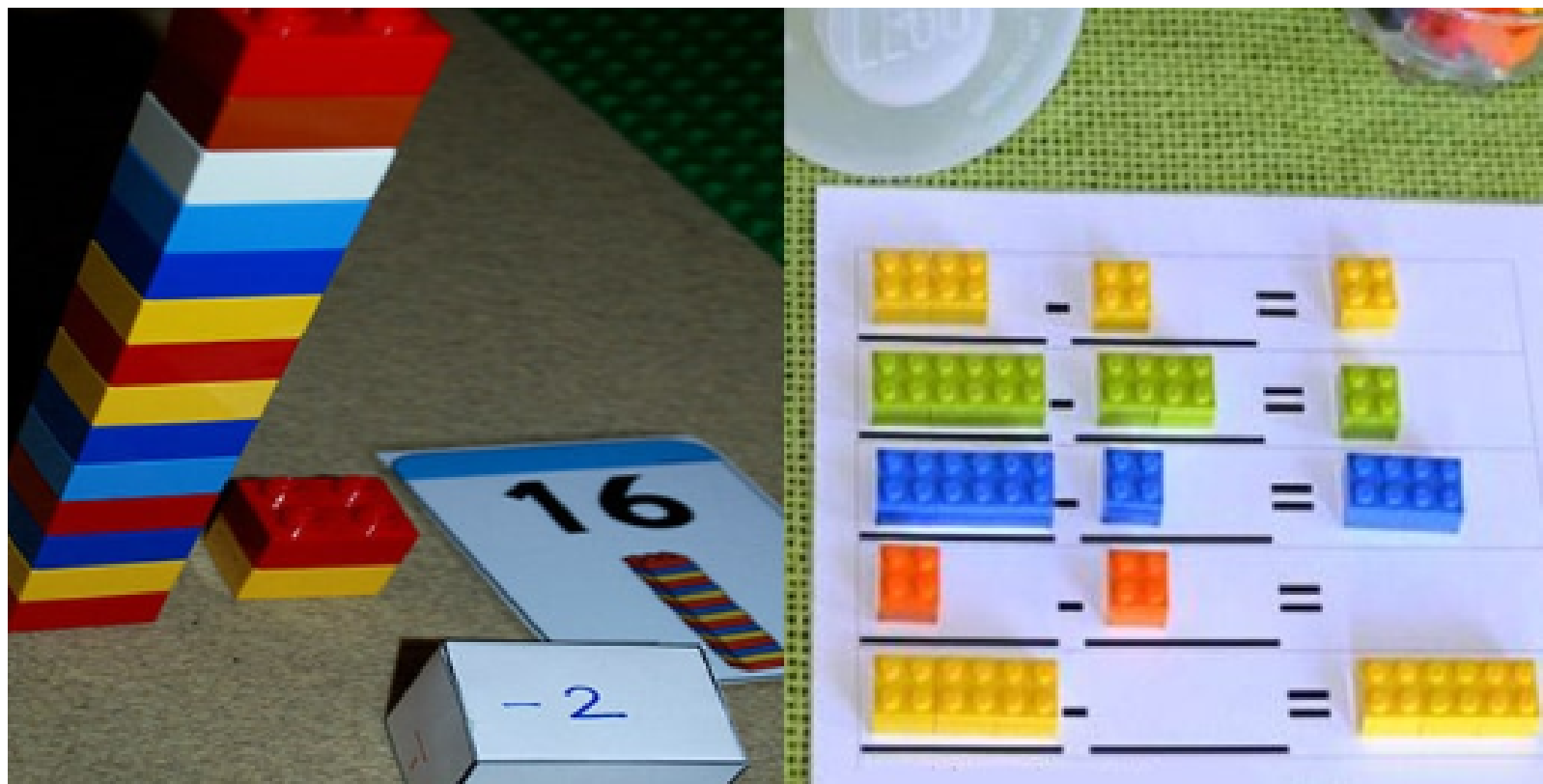
Traballo coa unidade seguida de ceros

8	80	800
7 + 1 1 + 7	70 + 10 10 + 70	700 + 100 100 + 700
6 + 2 2 + 6	60 + 20 20 + 60	600 + 200 200 + 600
5 + 3 3 + 5	50 + 30 30 + 50	500 + 300 300 + 500
4 + 4	40 + 40	400 + 400



...

A RESTA



...



AS REGRETAS

VIVENCIACIÓN

Facer desaparecer nenos, xogo na recta numérica do corredor, baixar escaleiras,....

MANIPULACIÓN

Regretas, amigos do..., Utlizando diferentes métodos (quitando, completando e compensando), regretas + moedas, só moedas,

SIMBOLIZACIÓN

Resta na recta numérica, debuxar regretas, expresar gráficamente o realizado con regretas, restar na taboa pitagórica, ...

ABSTRACCIÓN Cálculo mental e resolución de problemas a través da descomposición e as propiedades fundamentais da resta.



...

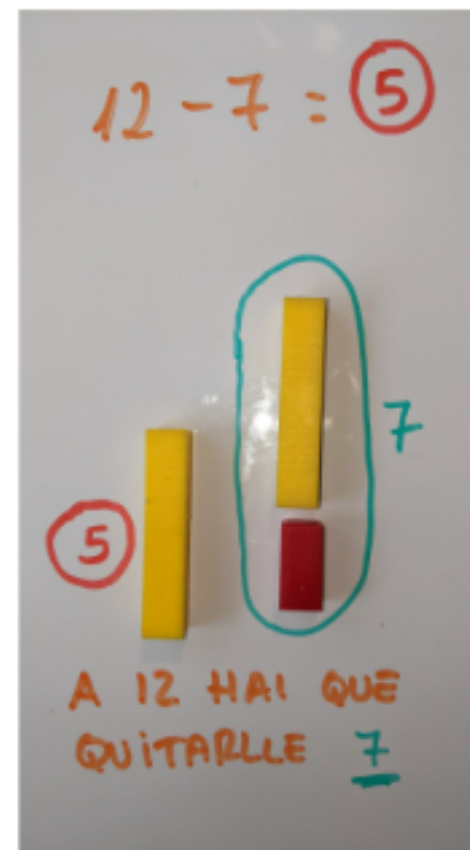
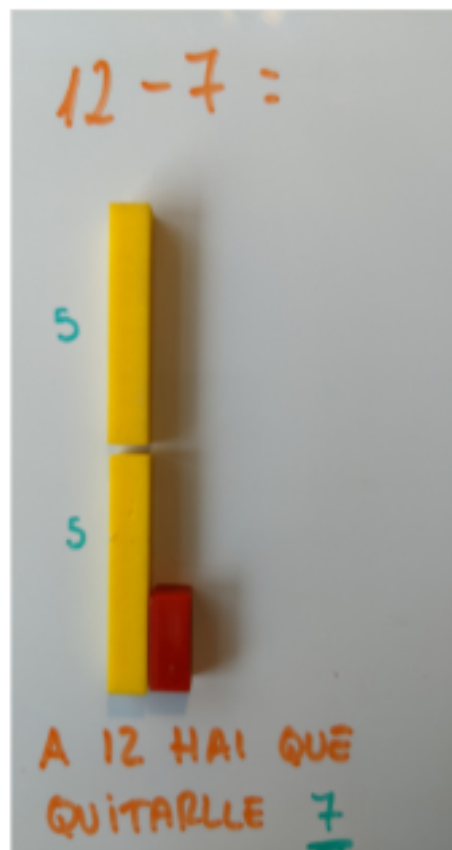
AS REGRETAS



...



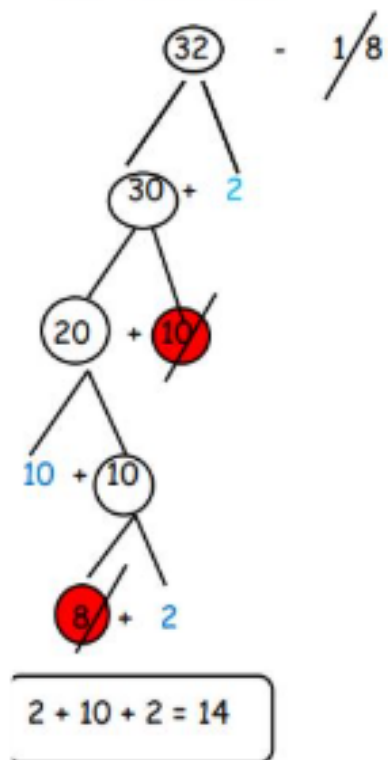
AS REGRETAS





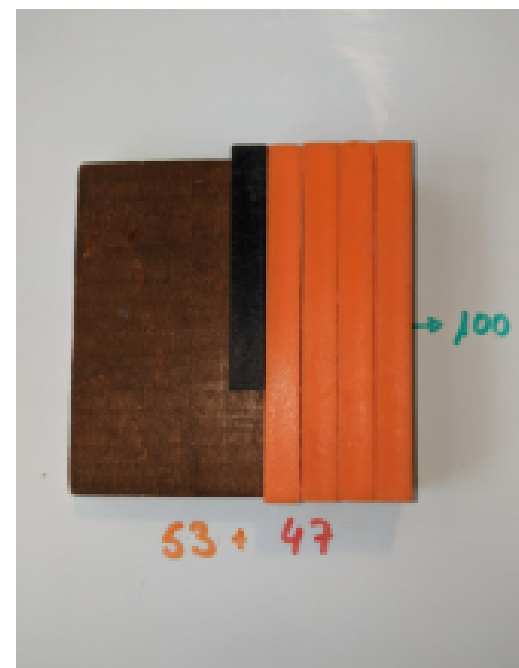
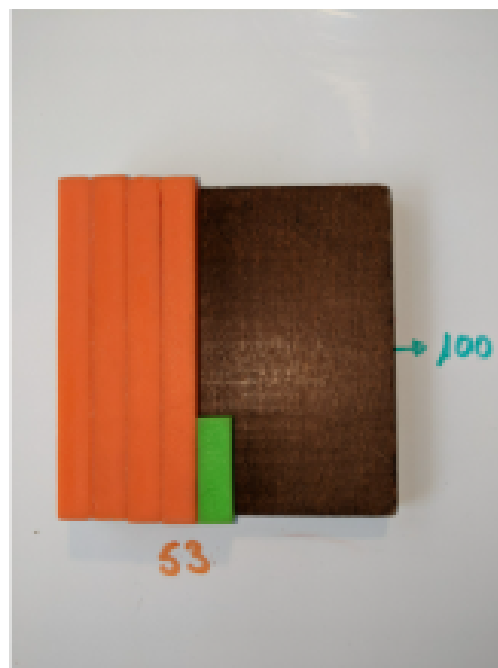
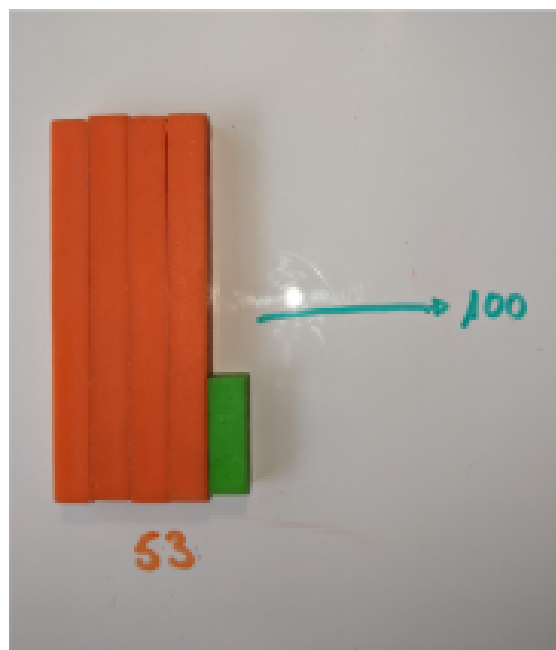
AS REGRETAS

$$32 - 18 = 14$$



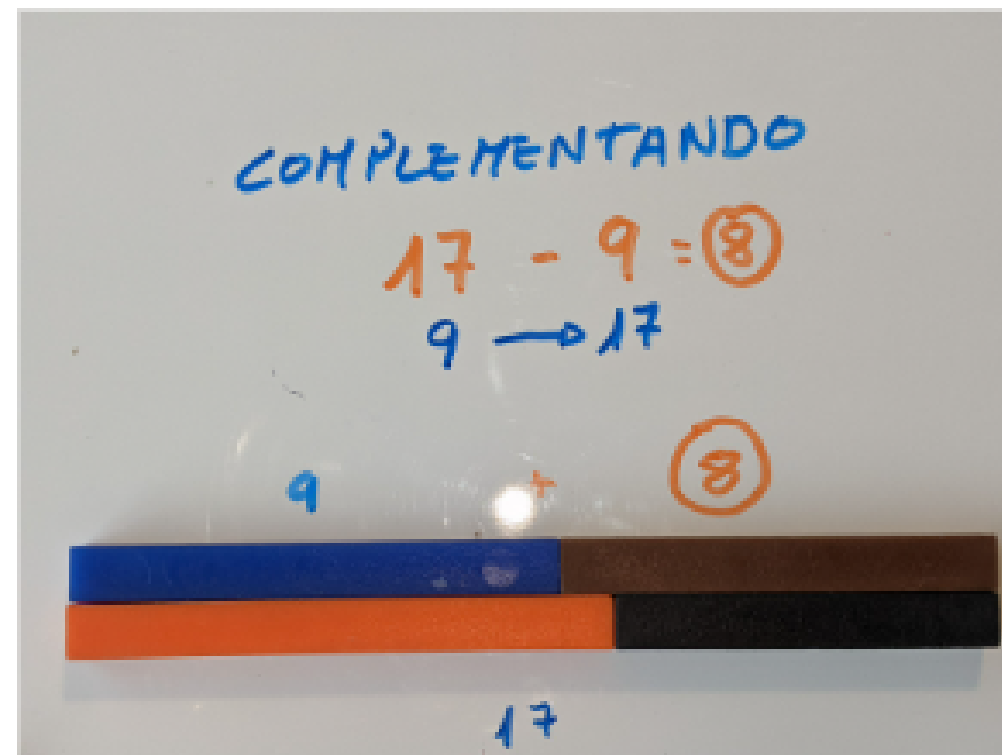
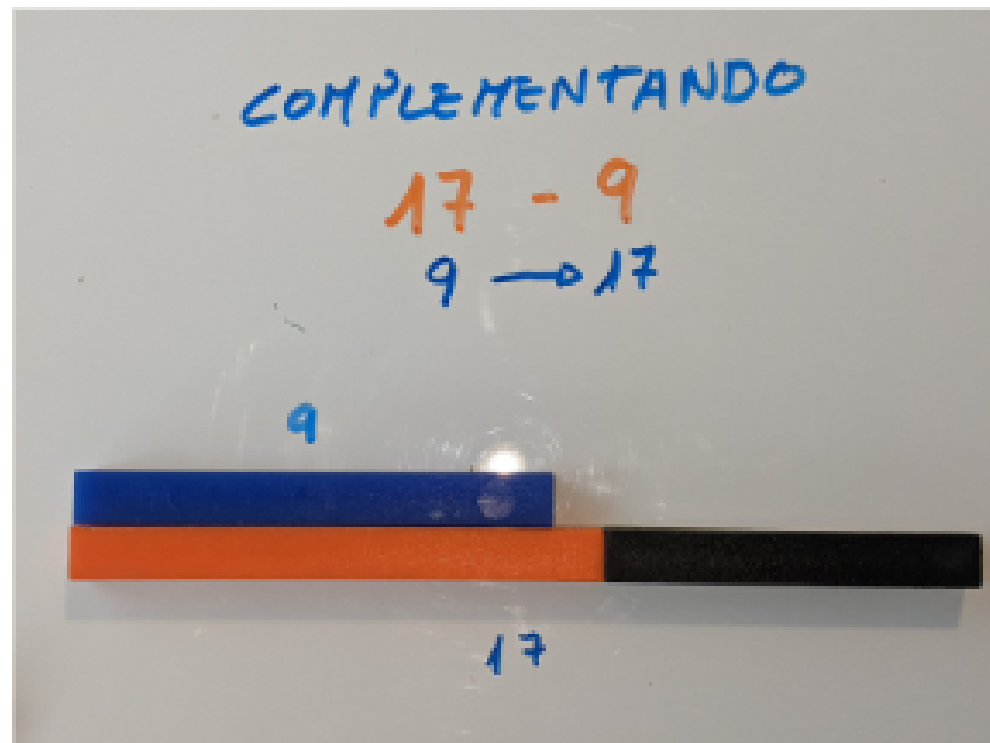


AMIGOS DO 100



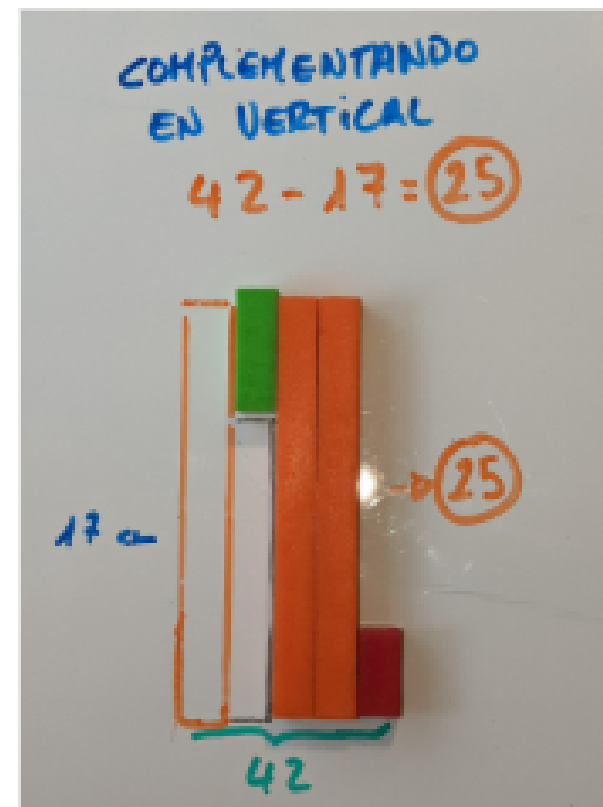
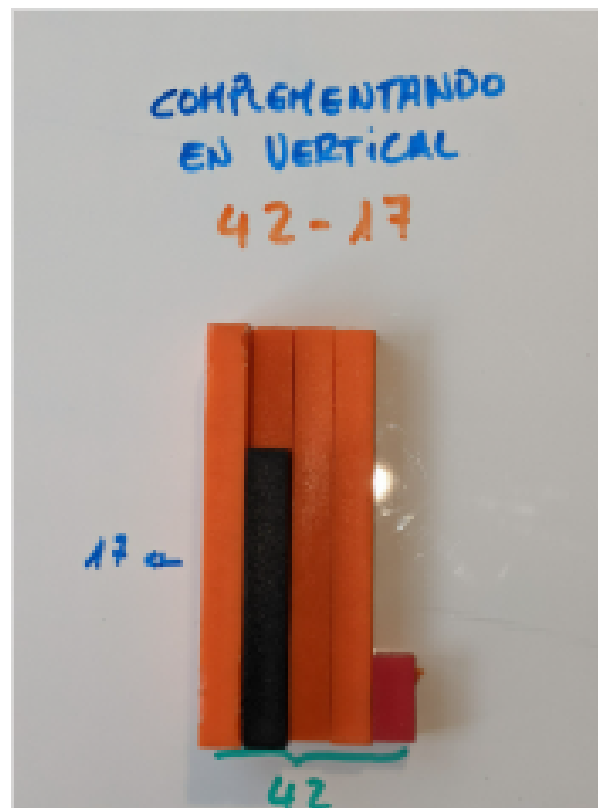


RESTA COMPLEMENTANDO



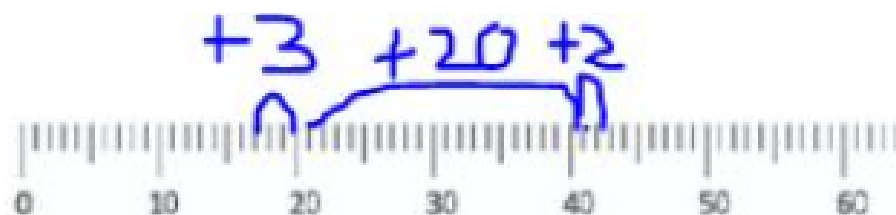


RESTA COMPLEMENTANDO





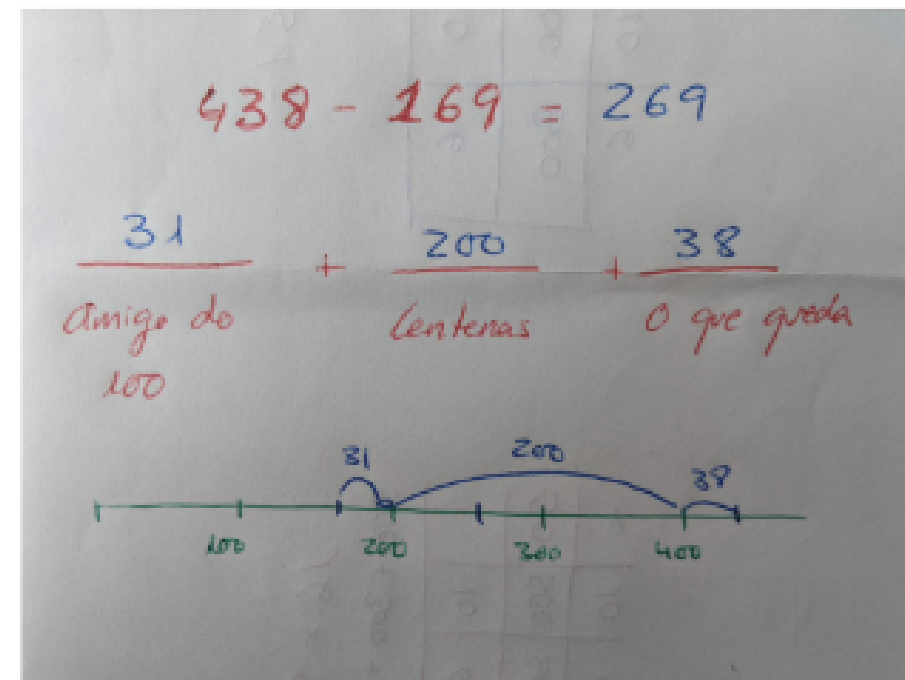
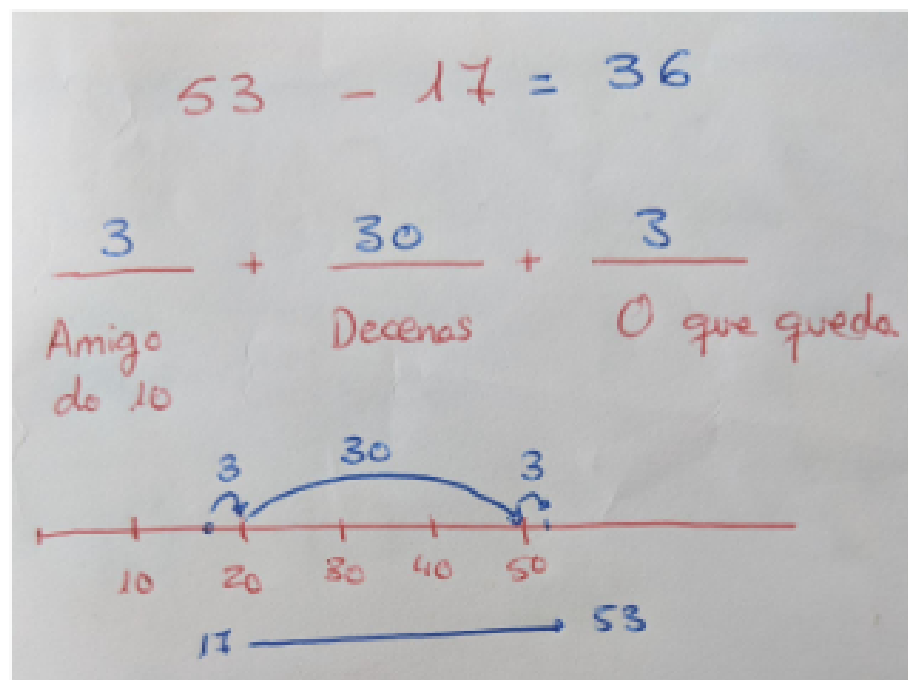
FASE SIMBÓLICA



	Final de la decena	Decenas	Lo que falta	Resultado
$42 - 17$ (17 $\Rightarrow$ 42)	3	20	2	25



FASE GRÁFICA



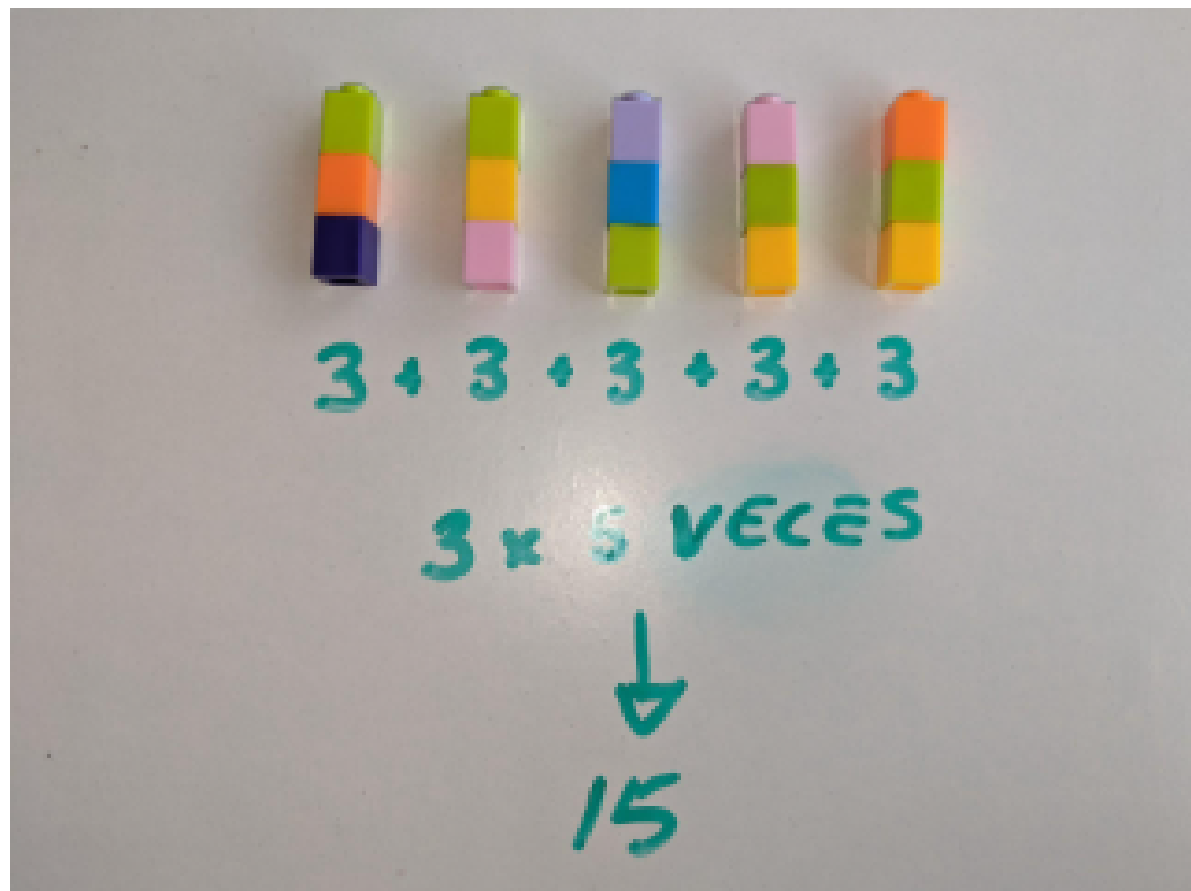
ALGORITMO DA RESTA

$$\begin{array}{r} 71 \\ - 47 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 70 + 1 \\ 40 + 7 \\ \hline 20 + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 305 \\ - 187 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 300 + 0 + 5 \\ 100 + 80 + 7 \\ \hline 100 + 10 + 8 \end{array}$$

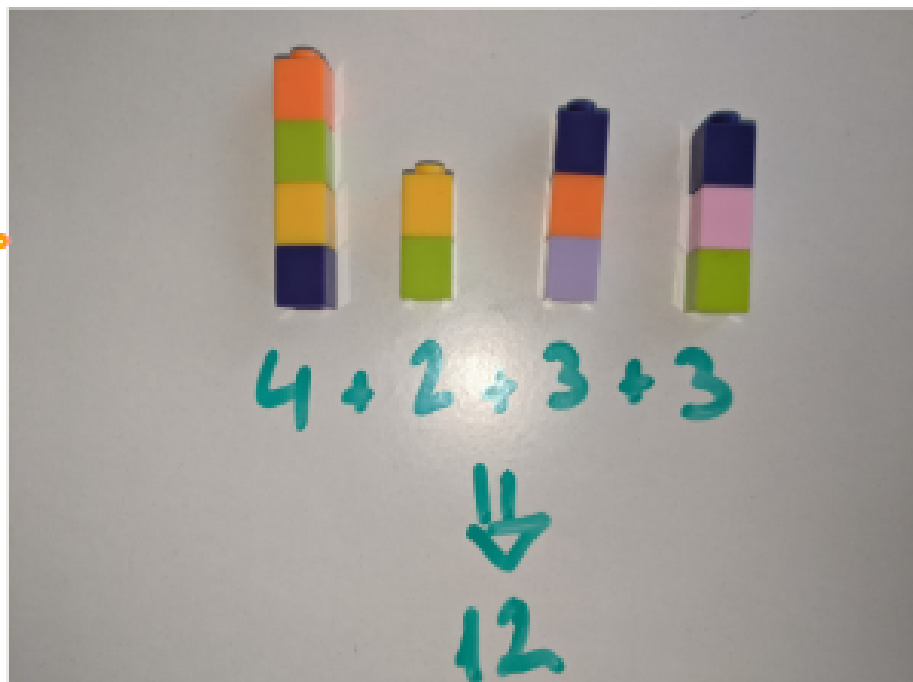
$$\begin{array}{r} 2473 \\ - 795 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 2000 + 400 + 70 + 3 \\ 1000 + 700 + 90 + 5 \\ \hline 0 + 600 + 70 + 8 \end{array}$$

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA





ESTRUTURA MULTIPLICATIVA





...

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA



...



ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

VIVENCIACIÓN Agruparse en grupos con cordas,...Facer agrupamentos eles mesmos.Saltar as táboas na recta numérica.

MANIPULACIÓN É importante que os nenos fagan moitos paquetes de diferentes unidades e con diferentes materias.

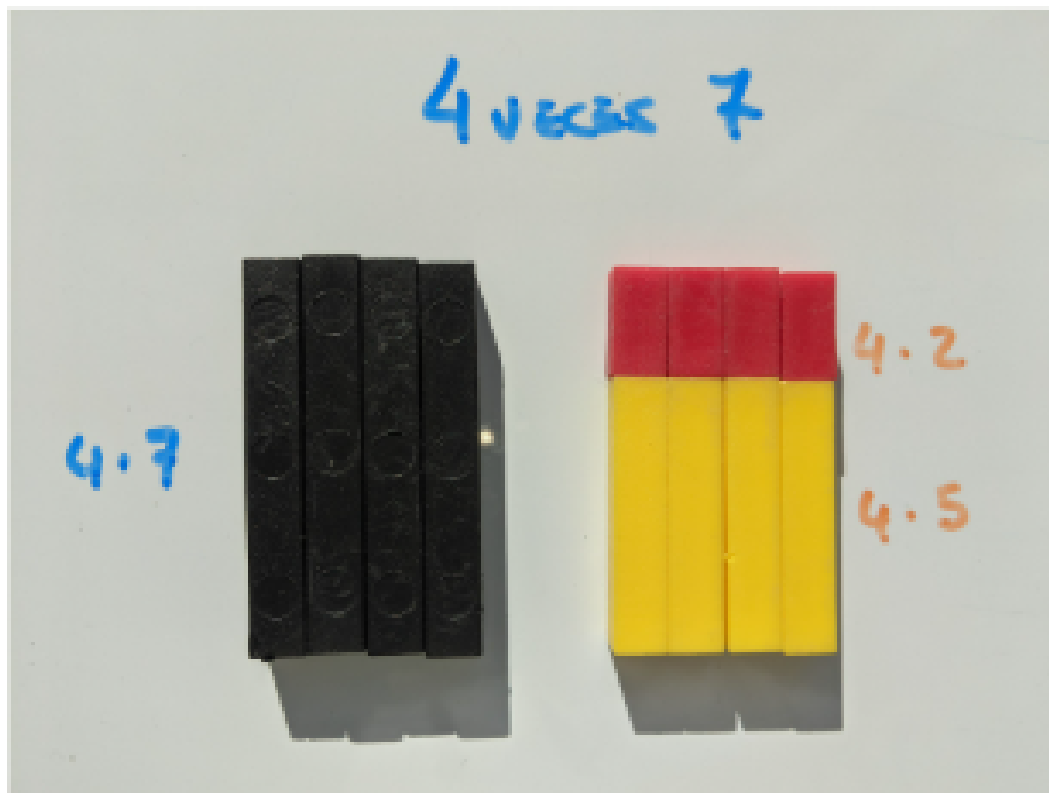
SIMBOLIZACIÓN
Debuxar as multiplicacións xeométricamente, coñecer diferentes algoritmos,...

ABSTRACCIÓN
Potenciar o cálculo mental

XERALIZACIÓN
Atopar patróns na composición e descomposición das multiplicacións.



ESTRUTURA MULTIPLICATIVA



Táboa do 3 = 2 + 1

Táboa do 4 = dobre da do 2

Táboa do 5 = a metade da do 10

Táboa do 6 = 5 + 1

Táboa do 7 = 5 + 2

Táboa do 8 = dobre da do 4

Táboa do 9 = 10 - 1

Táboa do 25 = 25, 50, 75 ou 100...



ESTRUTURA MULTIPLICATIVA



Que vemos aquí?

- Formas xeométricas
- Cadrados
- Propiedade conmutativa na multiplicación (non xeométricamente)



ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

$$(4 \times 5) + (5 \times 5)$$



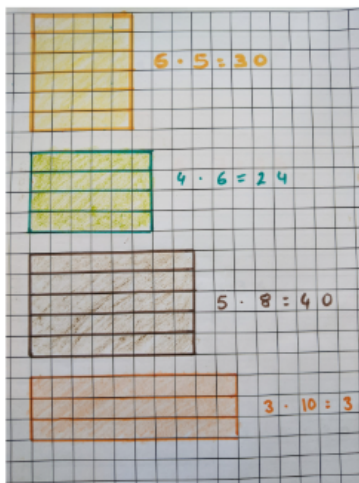
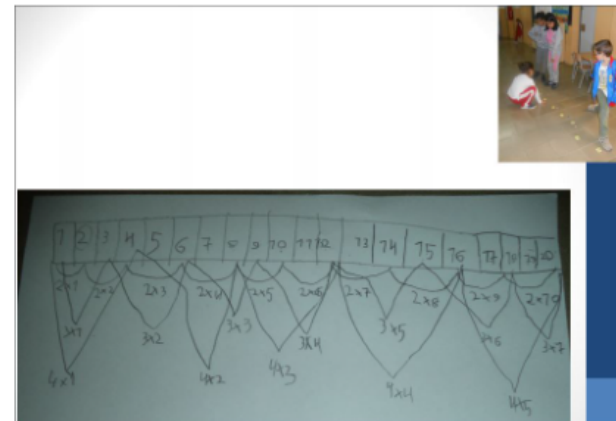
$$(5 \times 12) + (1 \times 2) + (4 \times 3)$$



$$(9 \times 6) + (4 \times 3)$$



$$(3 \times 10) + (6 \times 2) + (6 \times 1)$$



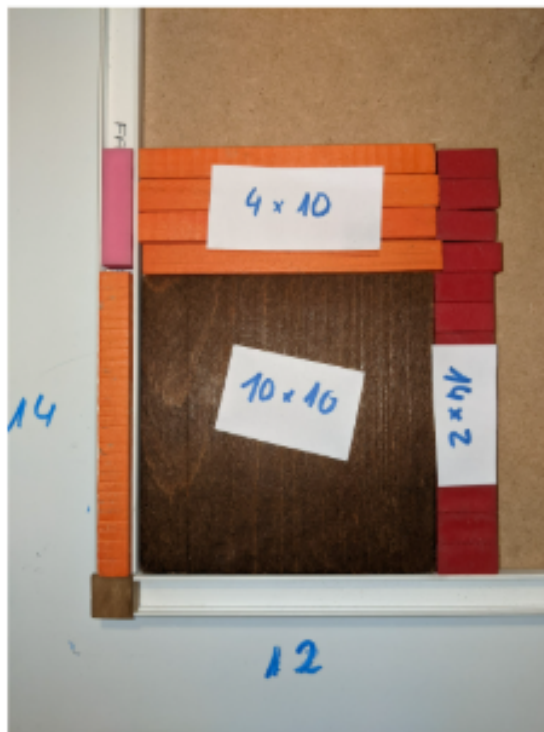
24				
PAQUETS DE...	QUANTS PAQUETS?	QUANTS SOBREN?	MULTIPLICACIÓ	SUMA
1	24	0	1 x 24	1+1
2	12	0	2 x 12	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2
3	8	0	3 x 8	3+3+3+3+3+3+3+3
4	6	0	4 x 6	4+4+4+4+4+4
5	4	4	5 x 4 + 4	5+5+5+5+4
6	4	0	6 x 4	6+6+6+6
7	3	3	7 x 3 + 3	7+7+7+3
8	3	0	8 x 3	8+8+8
9	2	6	9 x 2 + 6	9+9+6
10	2	4	10 x 2 + 4	10+10+4





...

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA



...



ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

4	(barras arriba) 40	(Cadrado de cor) 8
10	(Placas) 100	(Barras direita) 20
X	10	2



ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

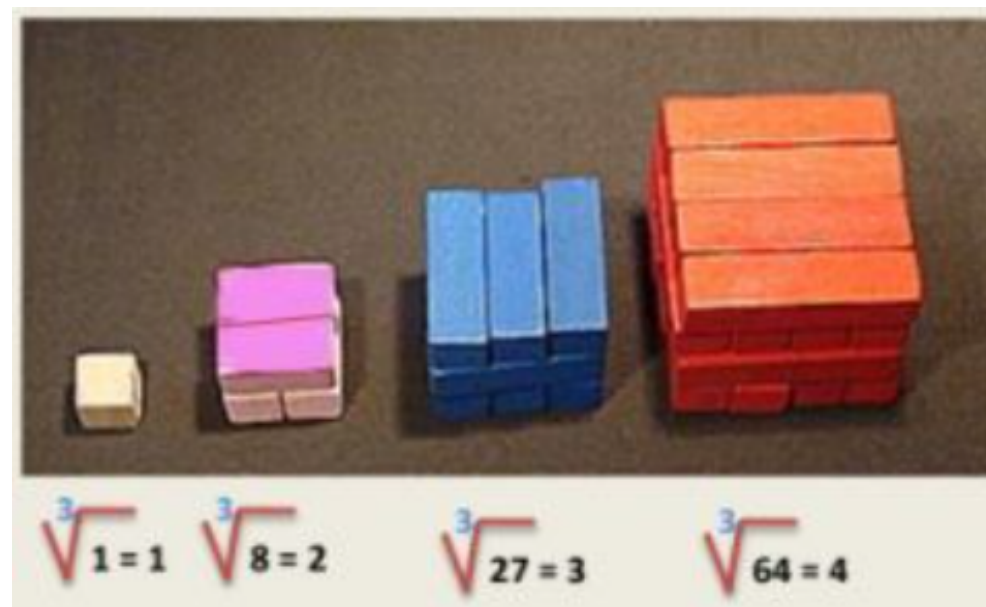
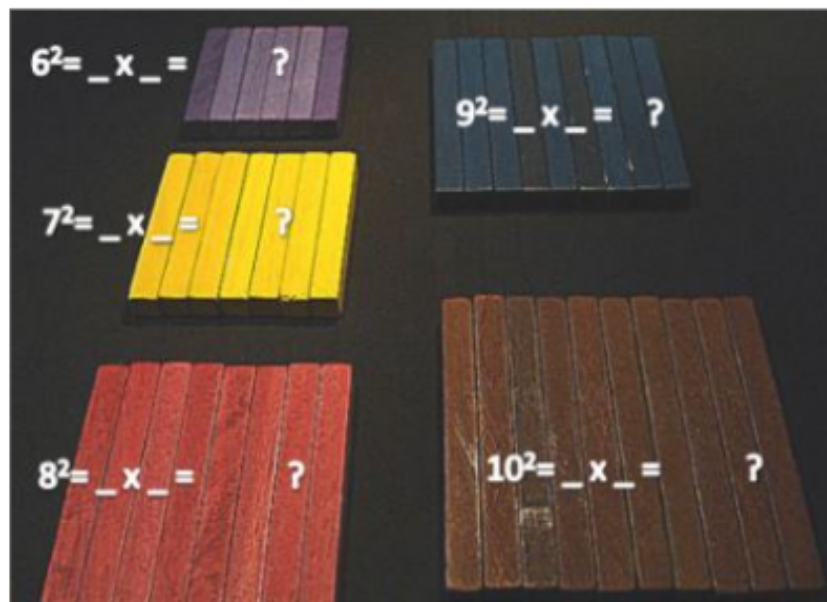
$$\begin{array}{r} \times \quad 3 \\ 19 \end{array} = \begin{array}{r} 10 + 9 \\ \times 3 \\ \hline 30 + 20 + 7 \\ \swarrow \quad \searrow \quad | \\ 50 \quad 7 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 3 \\ \hline 300 \\ 60 \\ 15 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 125 \\ \times 3 \\ \hline 300 \\ 60 \\ 15 \end{array}} \right\} \quad | \quad \mathbf{375}$$



...

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

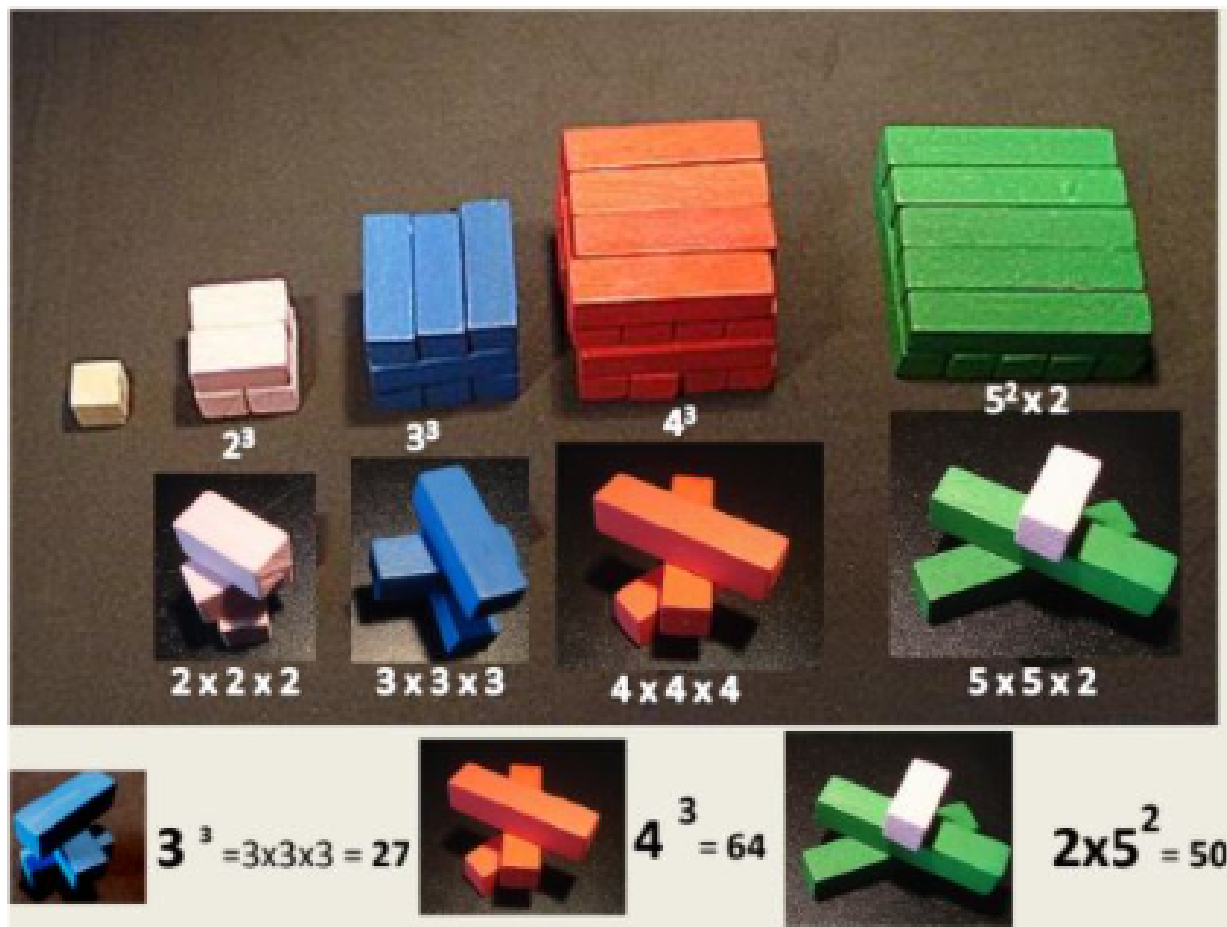


...



...

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA



...



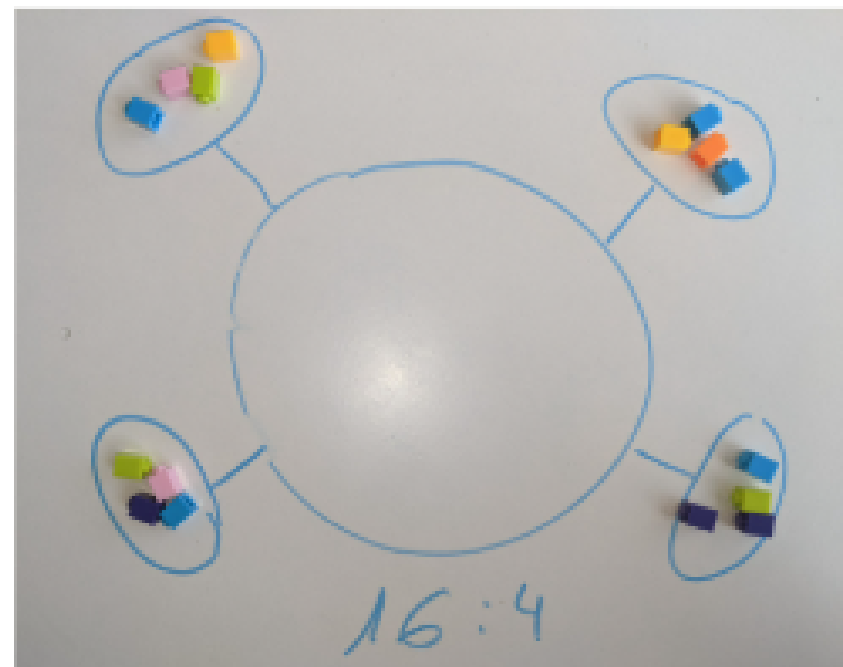
A DIVISIÓN



- Dividir é repartir en partes iguais.
- Ven sendo o contrario da multiplicación.
- É unha sucesión continuada dunha resta.
- Atopar o lado dun rectángulo

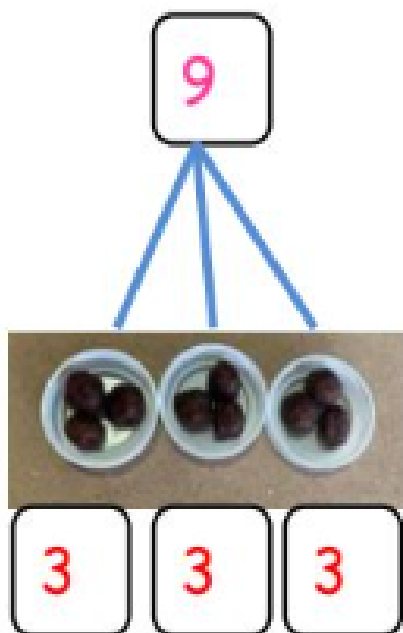


A DIVISIÓN





A DIVISIÓN



TODO: 9

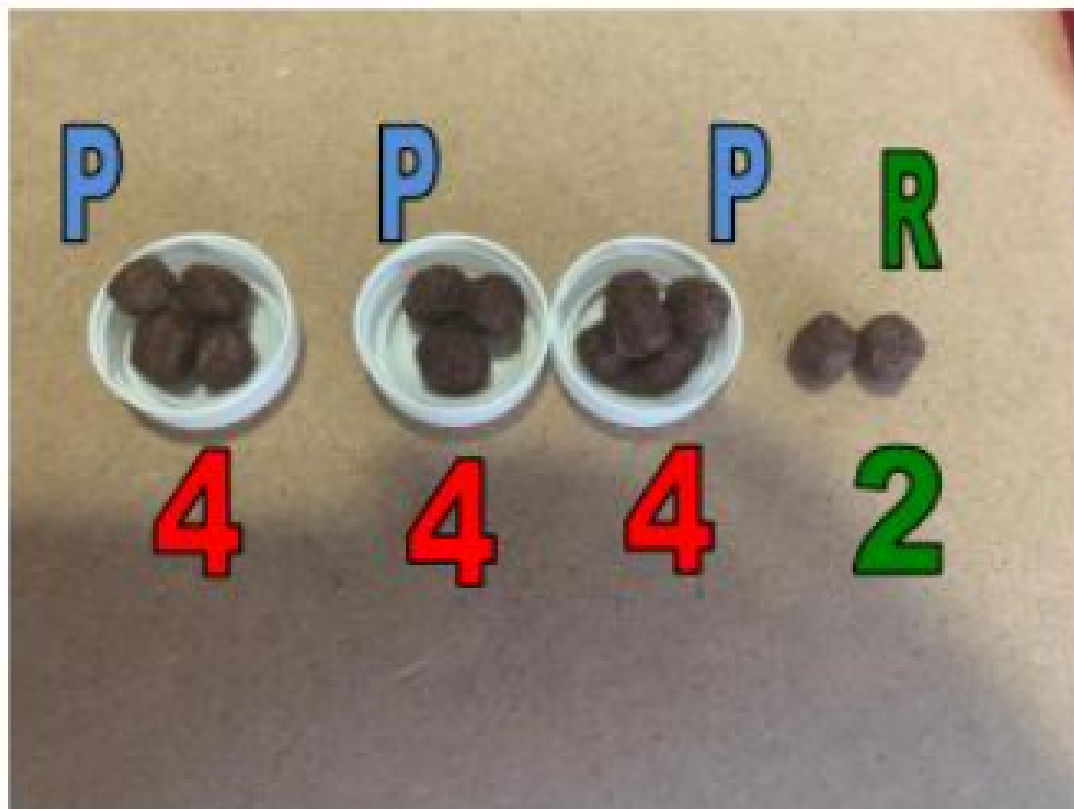
PARTES: 3

VALOR: 3

Comezamos siempre a trabajar a división como o reparto en partes iguales. Temos que comezar con **elementos unitarios**.



A DIVISIÓN



TODO: 14

PARTE: 3

VALOR: 4

RESTO: 2

Imaxes de Diana Gil



A DIVISIÓN

Hai 12 xogadores e queremos facer 2 equipos. Cantos xogadores poñemos en cada equipo de tal maneira que en cada equipo vaia o mesmo número de xogadores...e continuamos investigando.

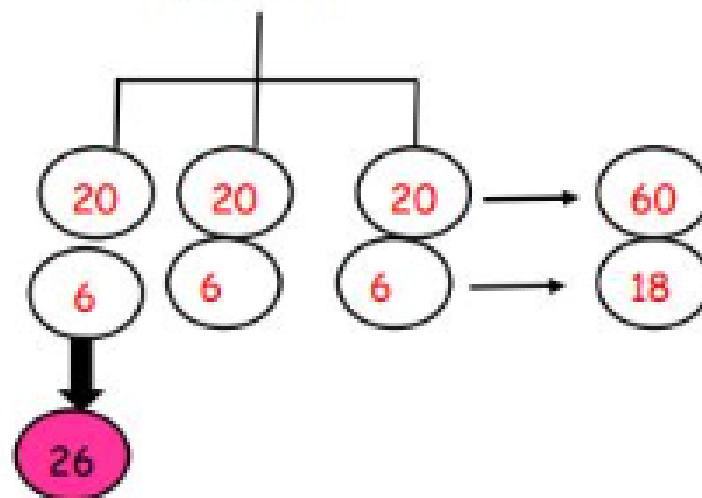
TODO	PARTE	VALOR	RESTO	Aproveitamos para relacionalo coa multiplicación
12	2	6	0	$2 \times 6 = 12$
12	6	2	0	$6 \times 2 = 12$
12	4	3	0	$4 \times 3 = 12$
12	3	4	0	$3 \times 4 = 12$
12	2	5	2	$(2 \times 5) + 2 = 12$
12	5	2	2	$(5 \times 2) + 2 = 12$



A DIVISIÓN

$$78 : 3 = 26$$

$$(60 + 18)$$



1º descomponemos

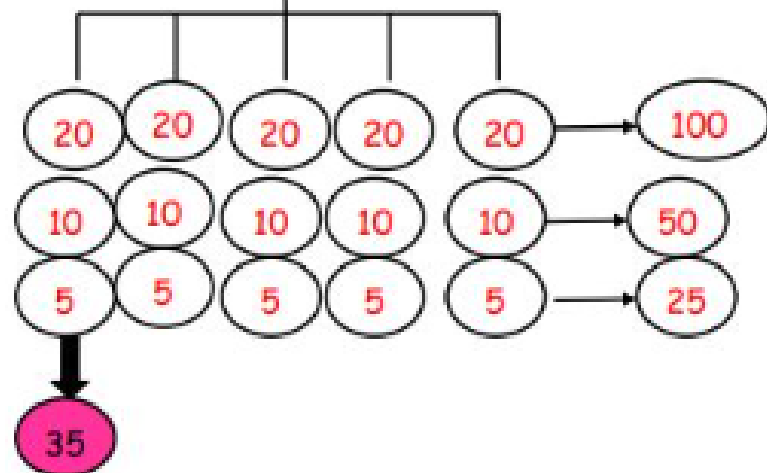
2º Repartimos



A DIVISIÓN

● $176 \text{ alumnos} : 5 \text{ autobuses} = 35 \text{ R}=1$

$(100 + 50 + 25 + 1)$



O protagonista é a táboa do 5.

Que nº pondrías que foxen fáciles de dividir entre 5?

Maneira simplificada

$176 \text{ alumnos} : 5 \text{ autobuses} = 35 \text{ R}=1$

$(100 + 50 + 25 + 1)$



$Q = 35$

$R = 1$

Imaxes de Diana Gil



A DIVISIÓN



Collemos a táboa para multiplicar, formamos o 245 e montamos o 15 no divisor.

Temos que saber cantos 15 necesito para ocupar o rectángulo que forma 245.



A DIVISIÓN



245

-150

95

-75

20

- 15

Resto 5

15

$15 \times 10 = 150$

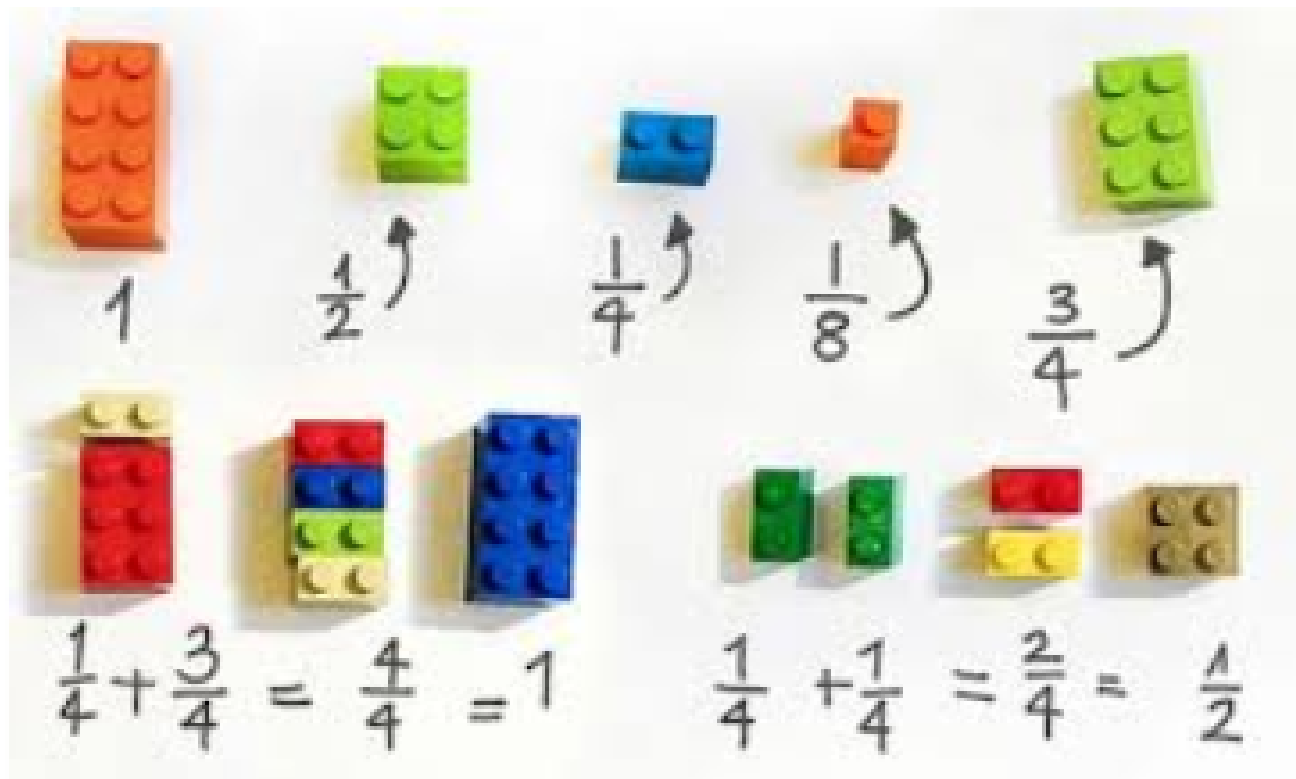
$15 \times 5 = 75$

$15 \times 1 = 15$

Valor 16



FPD





FPD

Que é a fracción?

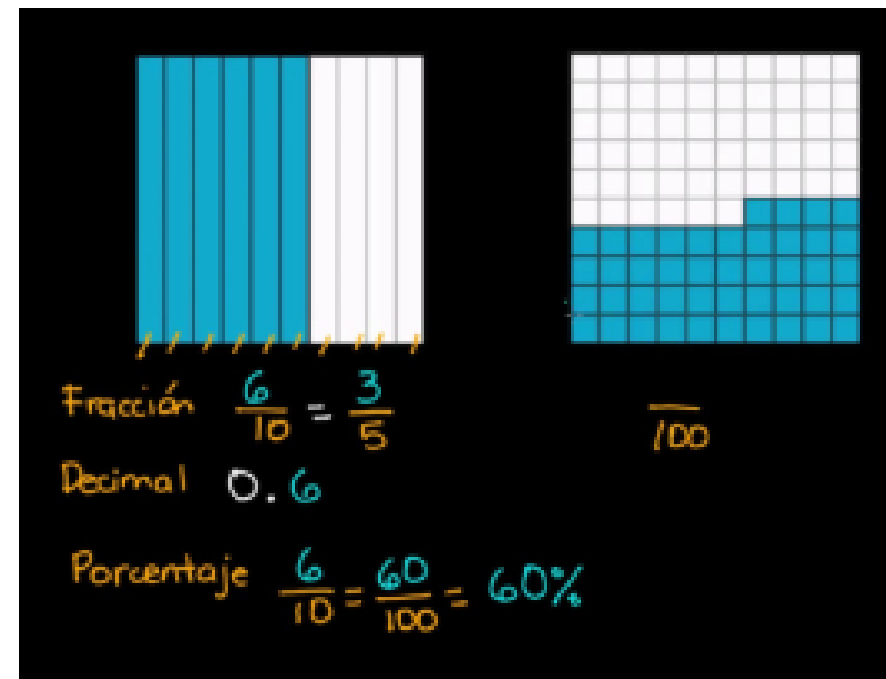
Unha parte da unidade.

Que é a porcentaxe?

Unha fracción de 100 partes iguais.

Que é o decimal?

Un número inferior ó 1 e que pode ser o resultado dunha fracción.







FPD

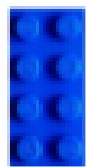


	T_g	$\dagger$	tp	C	R
T_g	1	$1/2$	$1/4$	$1/2$	$1/2$
$\dagger$	2	1	$1/2$	1	1
tp	4	2	1	2	2
C	2	1	$1/2$	1	1
R	2	1	$1/2$	1	1



FPD

LEGO FRACCIONES



la unidad



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{8}$



$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{4}$



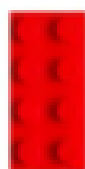
$\frac{4}{8}$

suma de fracciones



$\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

=



$\frac{4}{4}$

=



la unidad



$\frac{1}{10}$

rojo



$\frac{1}{10}$

naranja



$\frac{2}{10}$

amarillo



$\frac{3}{10}$

azul



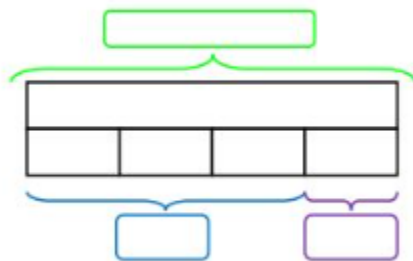
$\frac{3}{10}$

verde

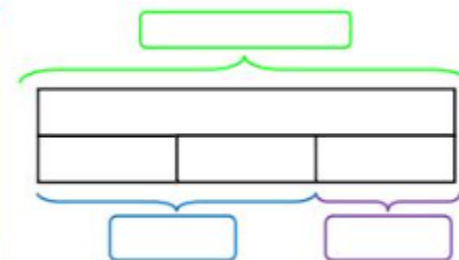


FPD

De una clase de 24 alumnos $\frac{1}{4}$ son niños y el resto son niñas. ¿Cuántas niñas hay?



De los 15 € tenía, me gasté $\frac{2}{3}$ ¿cuánto dinero me queda en la cartera?



a) $\frac{1}{4}R + \frac{1}{3}AZ =$

c) $\frac{1}{2}I - \frac{1}{2}r =$

e) $\frac{2}{5}v + \frac{1}{5}m =$

El código secreto: **Nivel Experto**

⚠ ¡Atención! Tu respuesta debe ser un solo número.

Si la blanca = 2

Si la rosa = 0,50

Si la ...

a) $\frac{2}{4}g + \frac{2}{3}I =$

b) $6M - \frac{2}{14}R =$

c) $\frac{6}{3}AZ - \frac{3}{2}m =$

✓ 1º Dibujar rectángulos con lápiz.

✓ 2º Repasar de rojo.

✓ 3º Colorear de azul.

UNIDAD DIVIDIDA EN 100 PARTES IGUALES

EJERCICIO 1

1º) Dibuja rectángulos. Cada uno que contenga 50 partes de las 100.

2º) ¿Cuántos rectángulos dibujaste? ____ Repasa 1 de color rojo.

3º) Colorea ese rectángulo de azul.



FRACCIÓN

PORCENTAJE

DECIMAL

FRACCIÓN

PORCENTAJE

DECIMAL

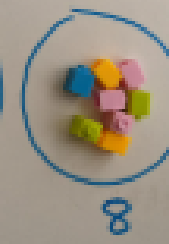
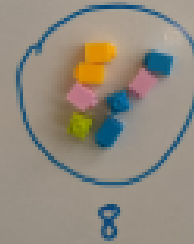
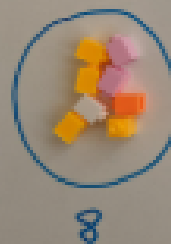


FPD

25% de 32 : ?

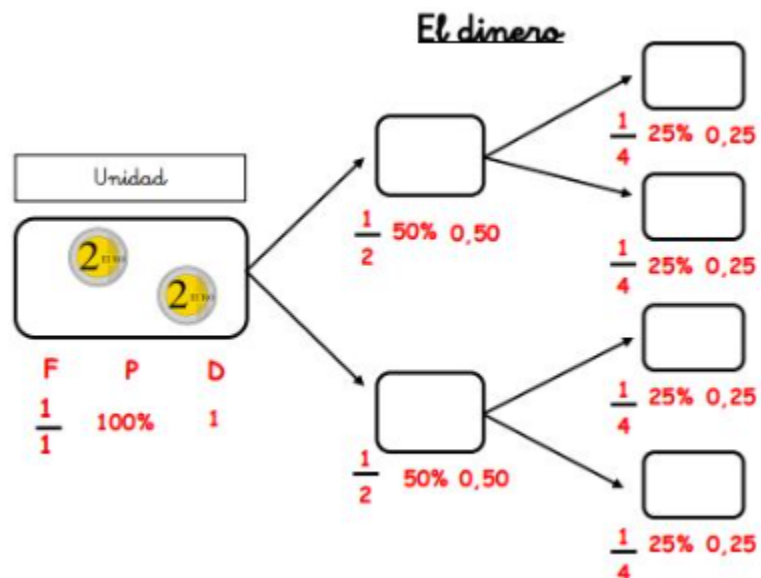


25% de 32
 $\downarrow$
 $\frac{1}{4}$ de 32

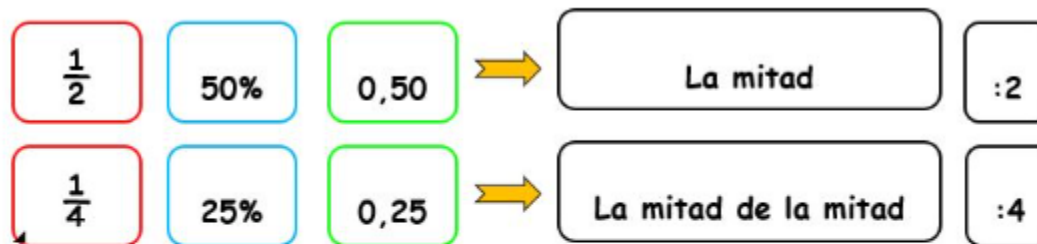




FPD



1.- Calcular el 50% y el 25% de la unidad.



Practicamos el 50% de la unidad (Mitad)

a)

50% de 20 € = ____

0,50 x 20 € = ____



$\frac{1}{2}$ de 20 € = ____

Diagram showing a horizontal line with a vertical tick mark in the middle, representing the division of 20 € into two equal parts.



FPD

PORCENTAJES FUNDAMENTALES



Unidad	50%	25%	75%	10%	20%	5%	1%
18 €							
60 							
15 m							
180 km							



FPD

$$65\% \text{ de } 40 = (50\% \text{ de } 40 + 10\% \text{ de } 40 + 5\% \text{ de } 40) = 26$$



20

+



4

+



2



FPD

645 euros : 5 pessoas

129,60

$$645 = 500 + 100 + 45 + 3$$



:5

$$100 + 20 + 9 + \frac{3}{5}$$



$$129 + 0,60$$

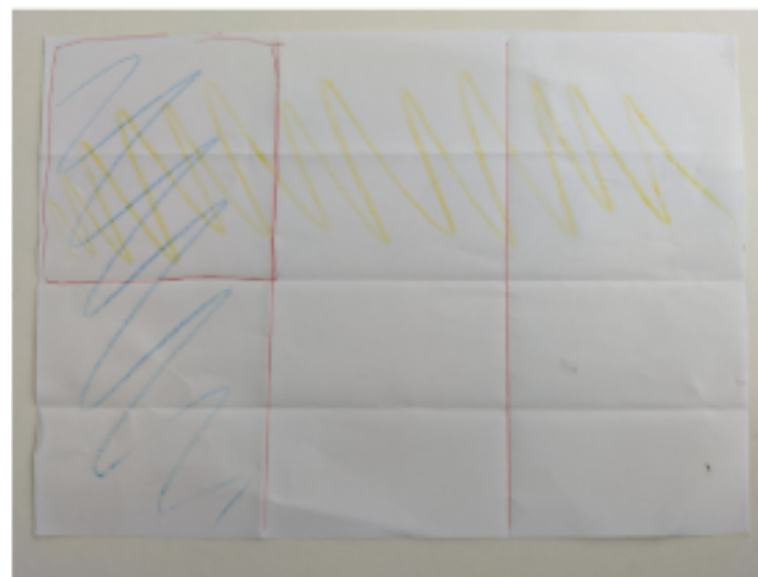


FPD

$$1/3 \times 2/4 = ?$$

Podemos entendelo mellor se o plantexamos como $1/3$ de $2/4$ ou un 33% de $2/4$.

A intersección entre $1/3$ do papel e $2/4$ do papel en perpendicular. Conseguiamos que coincidan $2/12$, que ven sendo $1/6$.





FPD

Dependendo da operação, podemos utilizar os diferentes caminhos que nos oferece a FPD

A quarta parte de 650



$\frac{1}{4}$ de 650 (A metade da metade)



25% de 650 (A metade da metade ou $10\%+10\%+5\%$)



$650 \times 0,25$ (utilizando un algoritmo)