CFR
FERROL centro de formación e recursos

CURSO DE TUBAXES

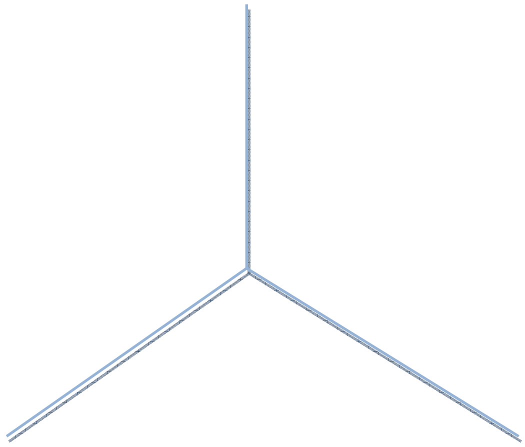
FUNDAMENTOS DE TUBERÍA INDUSTRIAL

FUNDAMENTOS DE TUBERIA

1.1 Generalidades

La proyección isométrica, es un caso particular y muy sencillo de las proyecciones axonométricas, ya que las tres escalas y los tres ángulos de cada uno de los ejes del sistema son iguales.

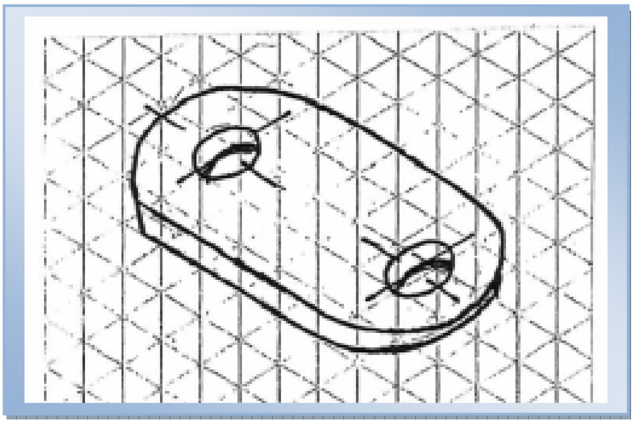
De ahí viene el nombre de ISOMÉTRICA:
ISO igual y MÉTRICA, medida.
El eje vertical se suele designar con la letra Z;
el que va hacia la derecha con la letra X y
el que va hacia la izquierda con la letra Y
tal y como se aprecia en el dibujo.
Al hacer la proyección isométrica de una figura, todas sus dimensiones quedarán reducidas en su longitud; generalmente el coeficiente de reducción suele ser de 0.816.



1.2 Representación en proyección isométrica en papel de dibujo isométrico

Un medio rápido y sencillo para representar en proyección isométrica, es el empleo de papel isométrico, en el cuál están trazadas las líneas correspondientes a los tres ángulos, tal y como se muestra en la figura.

Por medio de este sistema se pueden obtener croquis y dibujos a escala y representar, tanto piezas industriales como instalaciones de estructura metálica, instalaciones de tuberías, etc.



1.3 Representación de instalaciones de tuberías en isométrico

Una de las principales aplicaciones de la proyección isométrica tiene lugar en la representación simbólica de plantas petroquímicas, hidroeléctricas, de bombeo, sistemas de calefacción, conducciones de agua e instalaciones de tubería para la construcción naval entre otras. En este tipo de representaciones, se procede como en las piezas industriales representando sólo las líneas generales de la tubería y los símbolos correspondientes a acoplamientos, codos, reducciones, bridas, etc. En esta representación, siempre que el eje de la tubería coincida con:

- El eje Z, significa que dicha tubería está situada verticalmente
- El eje Y, significa que dicha tubería está situada horizontalmente en el alzado
- El eje X, significa que dicha tubería está situada horizontalmente en el perfil

Cada dos planos de los tres ejes del sistema, determinan los siguientes planos:

- Plano horizontal, formado por los ejes X e Y
- Plano vertical de alzado, formado por los ejes Z e Y
- Plano vertical de perfil, formado por los ejes X y Z

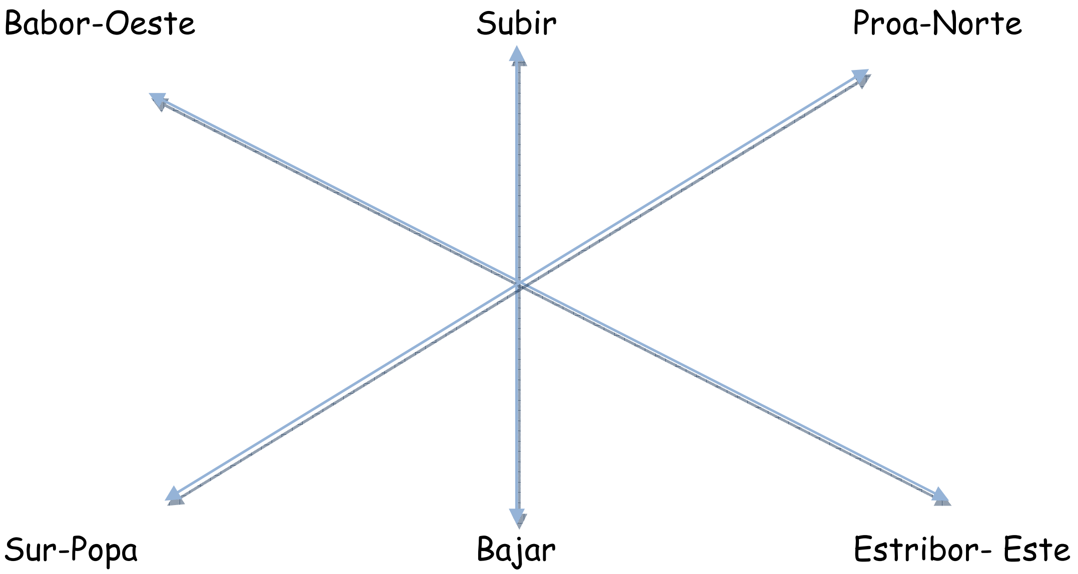
Cuando los ejes de la tubería están representados sobre los ejes:

- Z e Y
- X y Z — Significa que dicha tubería forma 90º entre sí
- X e Y

Cuando existen cambios de dirección en la tubería se representan con triángulos (trazas horizontales, verticales o combinadas).

1.4 Representación de instalaciones de tuberías en isométrico en la construcción naval

En la construcción NAVAL, los ejes X e Y se emplean como ejes principales del buque, el eje Y como eje de eslora (longitud de proa a popa), el eje X, como eje de manga (anchura de estribor a babor) y el eje Z, como eje de altura o puntal, tal y como se representa en la siguiente figura:



Pr=Proa Pp=Popa Er=Estribor Br=Babor

De este modo, según la situación de los mamparos (paredes del barco), esloras, cuadernas, tanques, etc. se dice que la tubería **"mira"** a proa, a popa, a estribor, etc.

1.5 Acotación de tuberías y accesorios en la construcción naval

Dicha acotación y representación, se hace de forma esquemática según las tablas proporcionadas de símbolos para tuberías y accesorios, acompañando al dibujo de un cuadro sinóptico en el que se reflejen: diámetros nominales de tuberías (DN), longitudes, accesorios, materiales, etc. También se suelen señalar con cotas la situación de la tubería respecto a CUADERNAS (CNA), MAMPAROS (MRO), DOBLE FONDO (D. FONDO), CUBIERTAS (CTA), LÍNEA DE CRUJÍA (C), etc.

INTERPRETACIÓN-DIRECCIÓN DE LAS TRAZAS

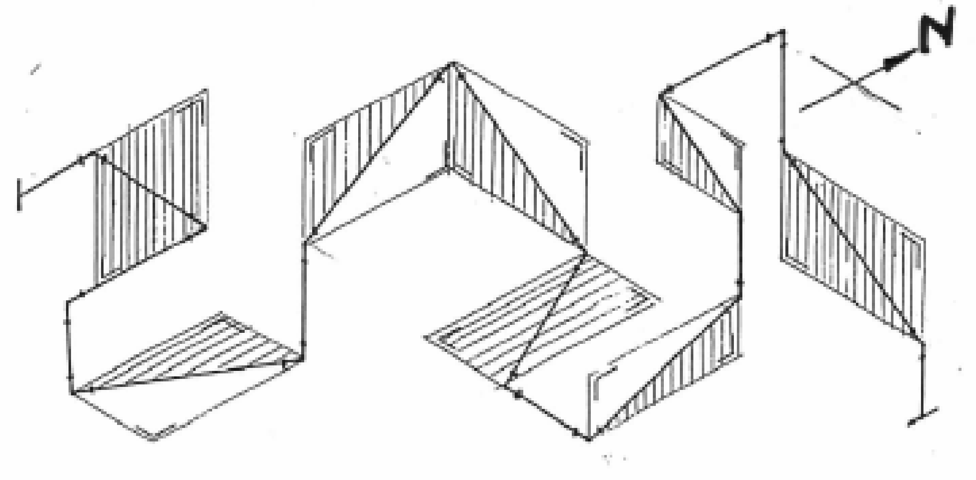
2.1 Criterio para establecer las orientaciones

Es necesario familiarizarse y habituarse a "ver" la orientación y dirección de las tuberías en los planos; para ello se hace indispensable auxiliarse de pantallas horizontales, verticales o combinadas (cubo isométrico) que nos faciliten su comprensión. También es importante observar la dirección principal de todo el conjunto (suele estar situada en la parte superior del plano) y es la que determina el inicio del estudio.

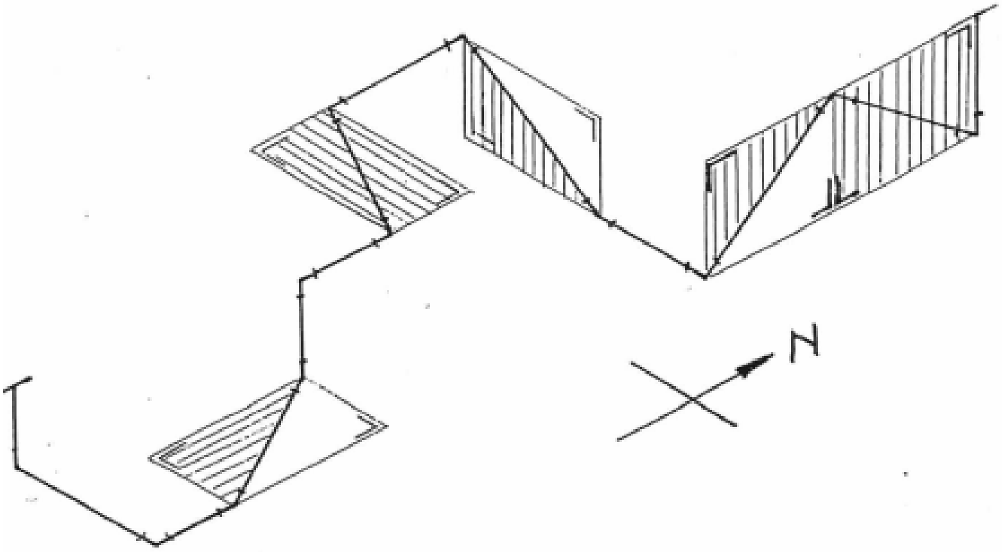
Conviene marcar los codos de la tubería con dos pequeños trazos perpendiculares que delimiten los mismos y al mismo tiempo rayar la pantalla de forma entera o a la mitad y siguiendo la dirección que llevan las trazas: pantalla vertical, siempre rayado vertical y pantalla horizontal puede hacerse paralelo a cualquiera de las dos trazas a criterio del técnico.

Para comprender mejor este apartado vamos a realizar unos ejercicios, en los cuales indicaremos la dirección seguida por la tubería y aplicando lo visto hasta ahora.

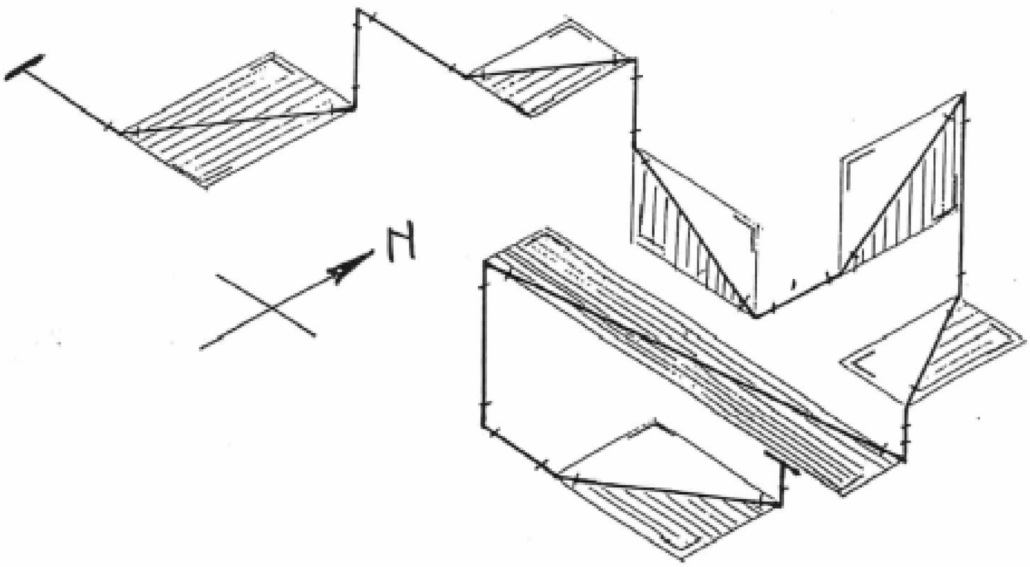
1.-



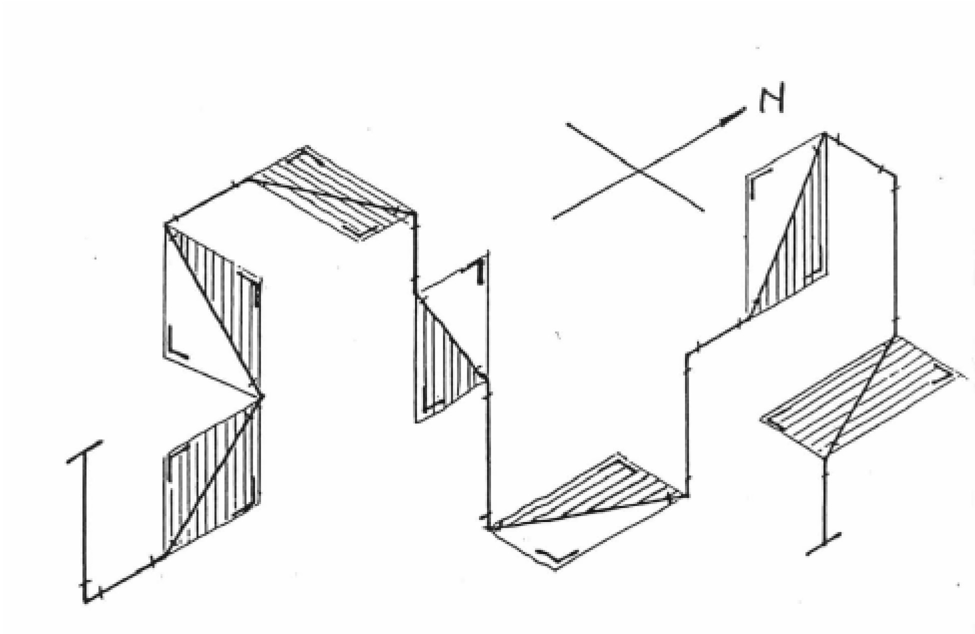
2.-



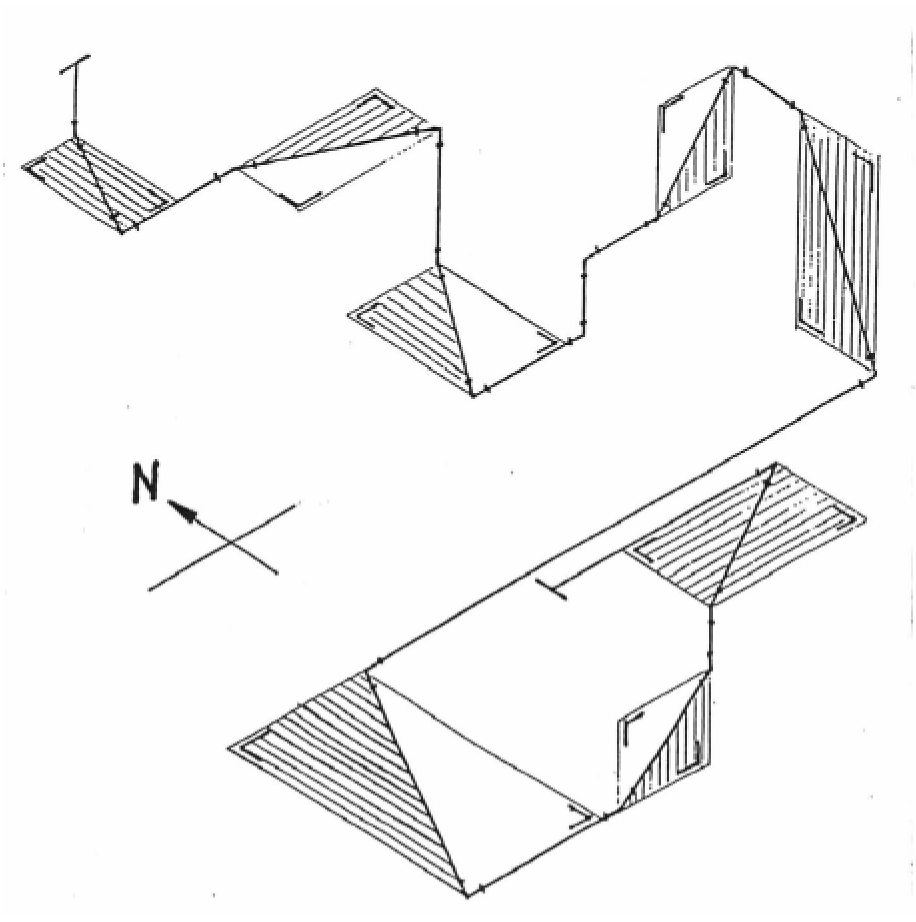
3.-



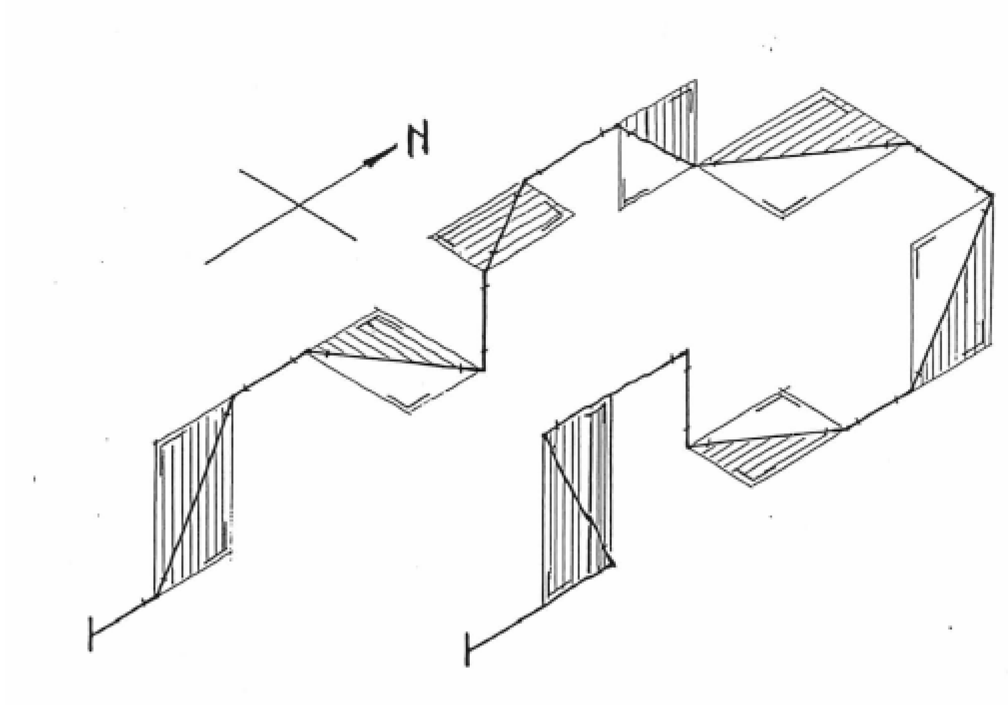
4.-



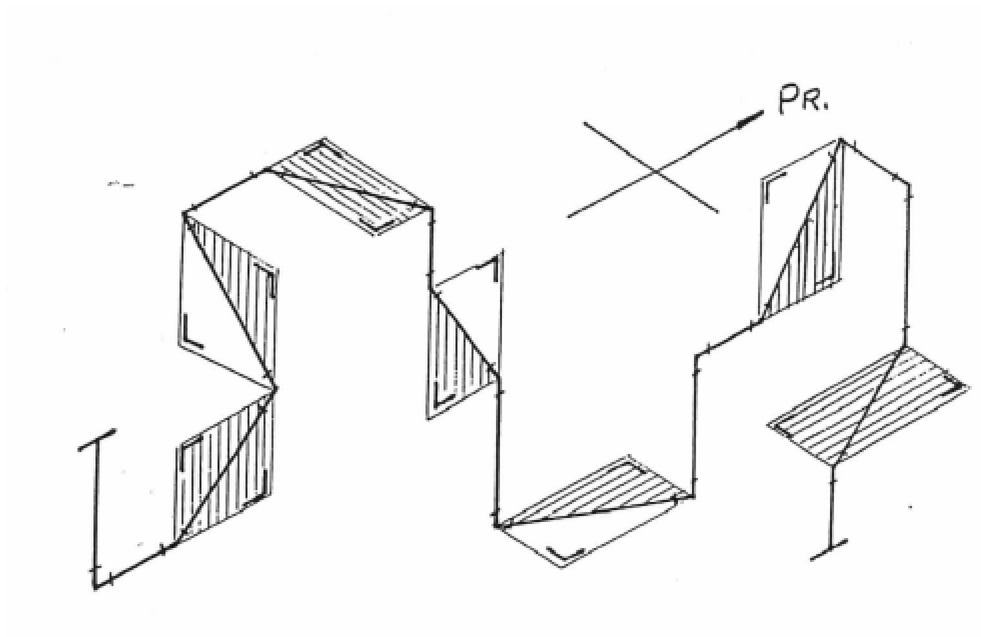
5.-



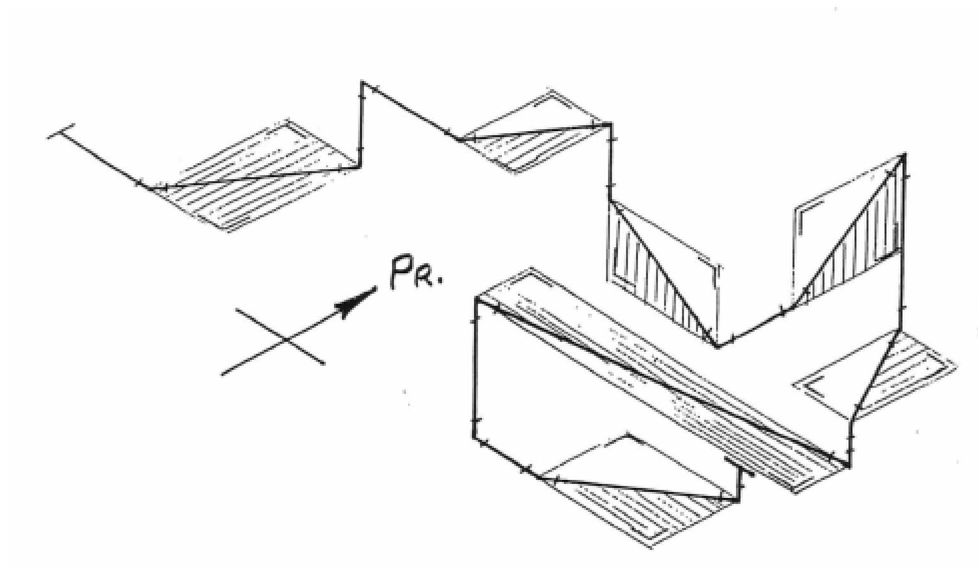
6.-



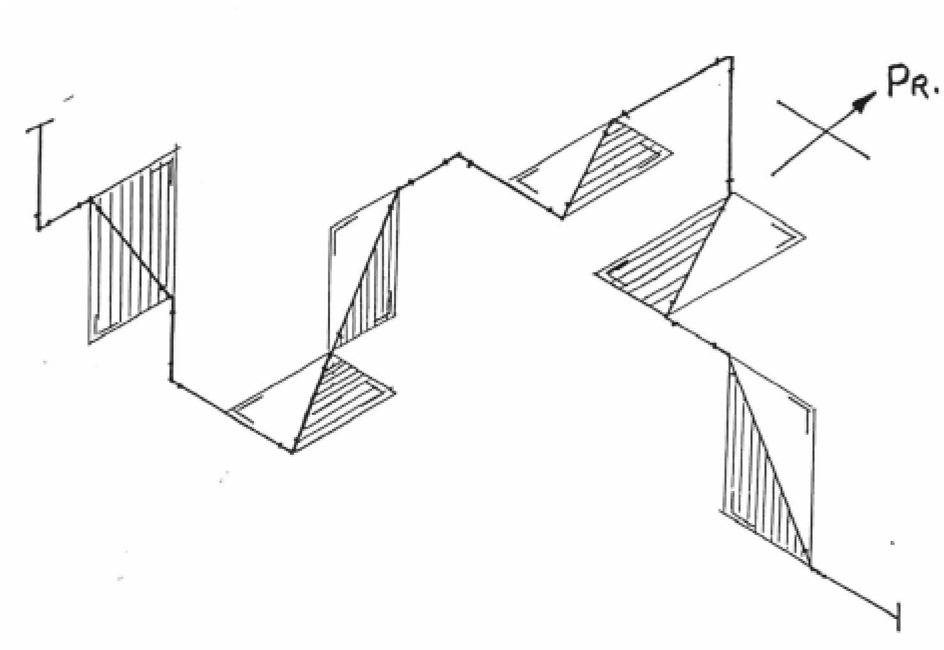
7.-



8.-



9.-



NORMATIVA TÉCNICA APLICADA A TUBERÍA INDUSTRIAL

3.1 Principales normas

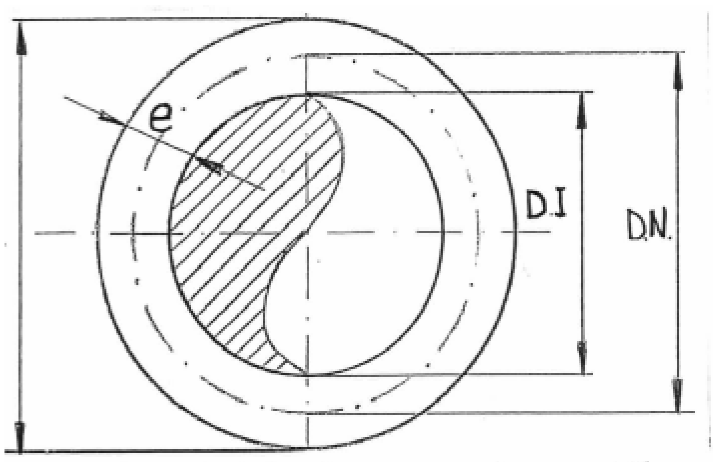
Las normas técnicas en tubería industrial juegan un papel importantísimo y tanto es así, que se hace necesario aplicar correctamente la norma correspondiente. Las principales normas que se aplican son:

- DIN E ISO
- ANSI
- ASTM
- API
- BS

Es conveniente acudir a los manuales de las empresas suministradoras de tubos y/o accesorios, pues suelen estar actualizados, a la propia norma o al programa Pipe Data Pro. En dichos manuales suelen reflejarse tipos de tubos y medidas, accesorios para tubería (bridas, curvas, tes, reducciones, etc.) con lo cual el amplio abanico de posibilidades es un recurso a tener muy en cuenta.

3.2 Medidas de los tubos

En general, los tubos se clasifican en dos tipos: tubos con soldadura y tubos sin soldadura, con independencia de la norma que se aplique. Suelen denominarse por su paso nominal en pulgadas y el diámetro exterior, aunque no existe una regla fija, en todo caso en las tuberías se pueden considerar tres diámetros diferentes.



Diámetro exterior (DE) Diámetro nominal (DN) Diámetro interior (DI)

DE.- Existen varios espesores (series) para cada Ø nominal de tubos y generalmente el Ø exterior de los tubos no suele variar con los espesores.

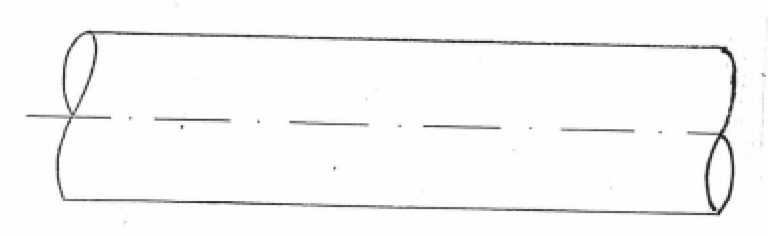
DN.- Algunas veces se usa para denominar al tubo y no tiene porque coincidir con el diámetro interior ni con el diámetro exterior.

DI.- Varía siempre o de acuerdo con el espesor del tubo

En general, a partir de tubería de 14", el diámetro nominal casi coincide con el diámetro exterior.

3.3 Representación simbólica de tubería en los planos

En los planos, cuando los tubos sean de 2,5" o mayores, estos vendrán representados como se especifica:



En cambio, cuando sean de 2" o menores, se representarán de esta otra forma:

3.4 Tipos de codos

Los codos son los elementos que unen los tramos rectos de tuberías (cañas, carretes, etc.), las cuales están dispuestas en diferentes direcciones y además los hay de diferentes grados en función de su aplicación. En función del radio de curvatura los hay de dos tipos: radio largo y radio corto, siendo muy importante conocer el código utilizado para elegir el codo necesario. La norma ISO-DIN establece dos tipos:

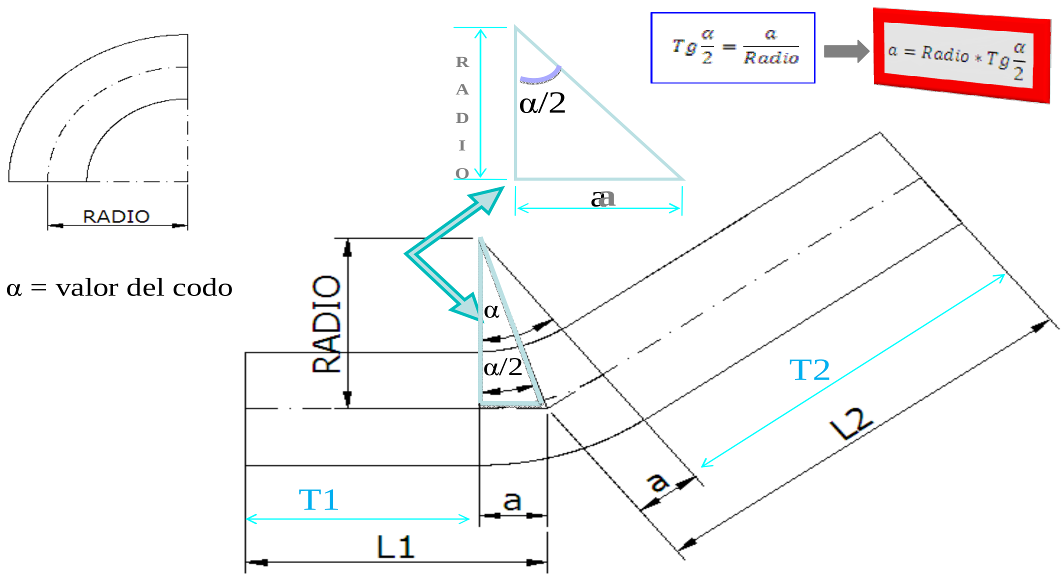
- Codo de radio normal (Norma 5D) tipo hamburguesa. Radio medio al eje, aproximadamente igual a 2,5 veces el diámetro interior de la tubería
- Codo de radio corto (Norma 3D) tipo hamburguesa. Radio medio al eje, aproximadamente igual a 1,5 veces el diámetro interior de la tubería
- Tipo Bilbao, que tienen menor aplicación

3.5 Cálculo de los avances

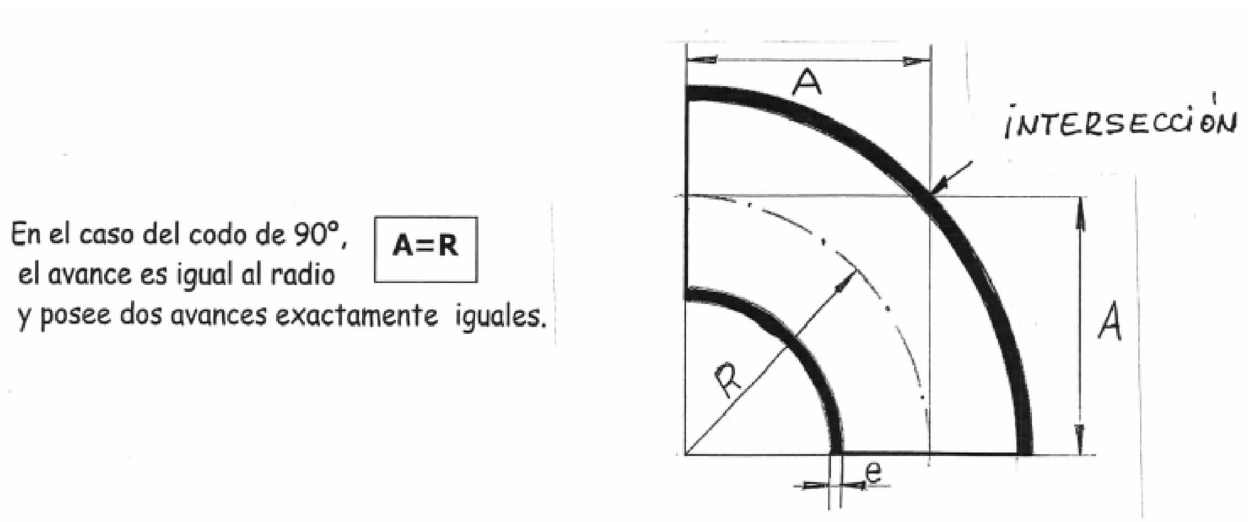
Se llama avance de un codo a la distancia comprendida entre la intersección de los ejes de simetría, perpendiculares a las bocas. Básicamente, son de tres tipos:

- Menores de 90º
- Iguales a 90º
- Mayores de 90º

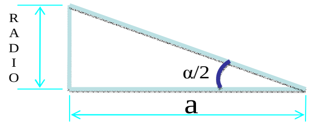
CÁLCULO DE AVANCES DE CODOS MENORES DE 90º



CÁLCULO DE AVANCES DE CODOS IGUALES A 90º

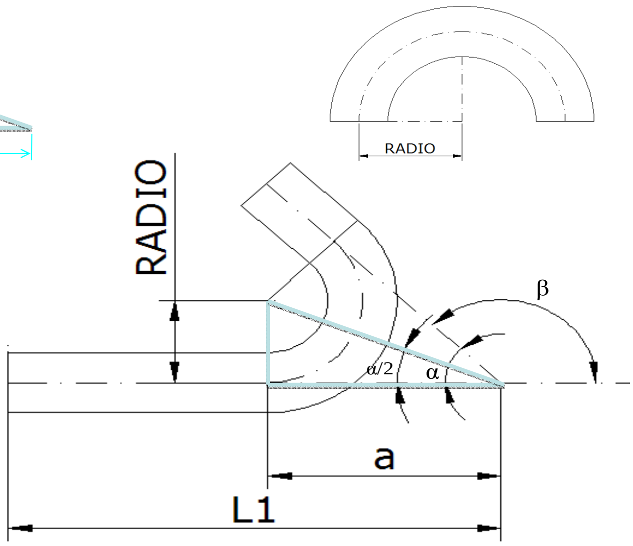


CÁLCULO DE AVANCES DE CODOS MAYORES DE 90º

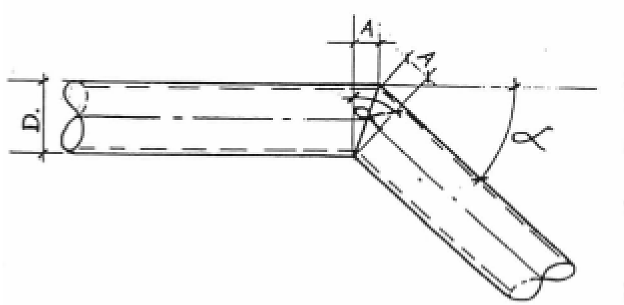


$$Tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{Radio}{a}$$

$$\boxed{a = \frac{radio}{Tg\alpha/2}}$$



CÁLCULO DE AVANCES DE CODOS OBTENIDOS DEL MISMO TUBO



$$\boxed{A = D \cdot \frac{tg\alpha}{2}}$$

Es bastante común, confundir radio y diámetro y aplicarlos de forma equivocada en la fórmula anterior a la hora de realizar el cálculo de un codo, ya que estos pueden ser suministrados de forma comercial y no siendo éste el caso, lo obtendremos a partir del propio tubo.

En el ejemplo siguiente, se presenta una bayoneta o quebranto, que suele usarse para realizar desviaciones de tubería en la misma dirección pero a diferente plano. Igualmente se puede recurrir a un codo comercial calculando su avance y ángulo o bien, construirlo a partir del propio tubo por proceso de curvado en máquina. En ambos casos, se requiere un cálculo sencillo y a veces el empleo de tablas sencillas donde sólo es necesario aplicar los valores indicados.

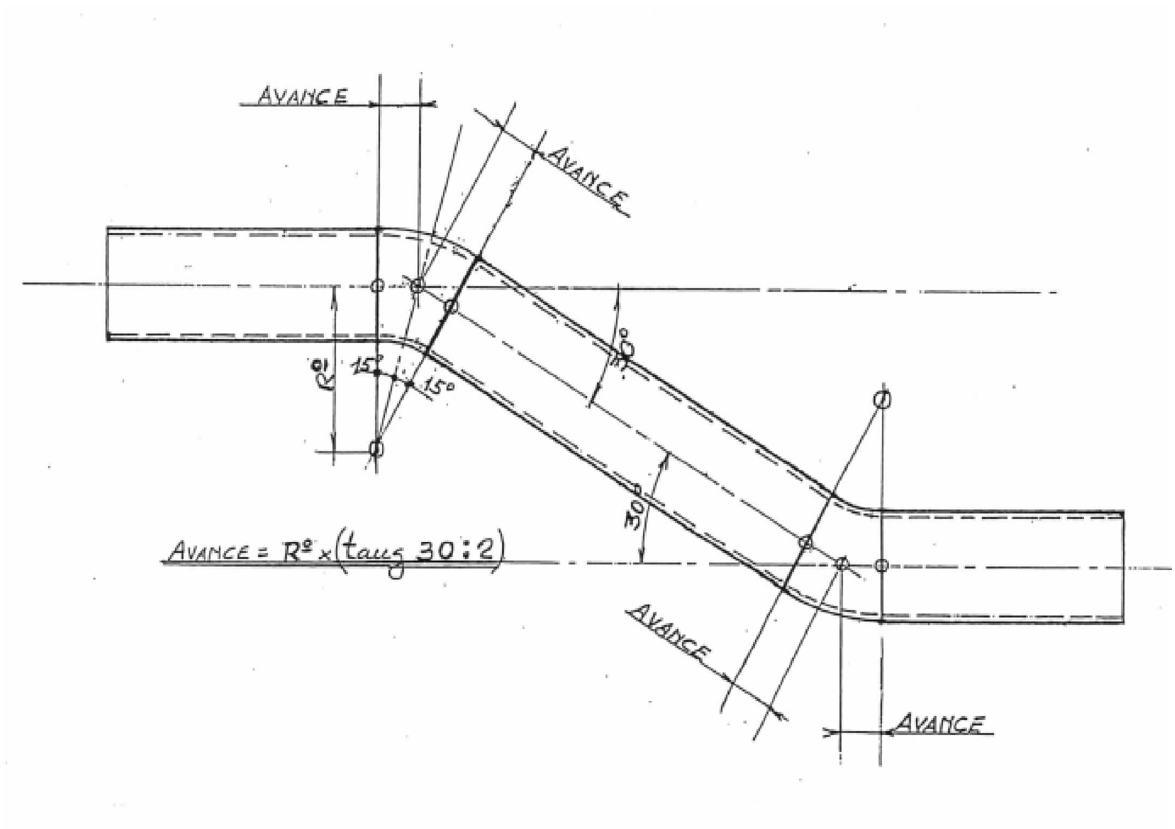
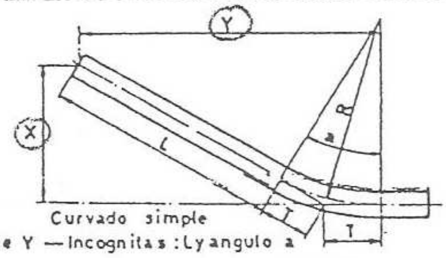


Tabla para el cálculo de codos en tubería mediante máquina curvadora

NORMAS

HOJA Nº λ.63

CALCULO DE CURVAS DE TUBERIA

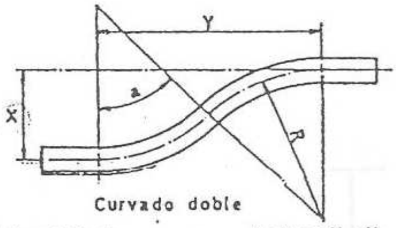


Curvado simple

ATOS: R, X e Y — Incognitas: L y angulo a

$$L = \sqrt{Y^2 + X^2 - 2RX}$$

$$tg\,\frac{a}{2} = \frac{X}{Y + L} \qquad T = \frac{XR}{Y + L}$$



Curvado doble

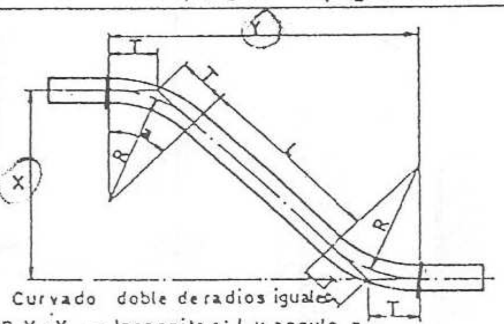
Datos: R y X
Incognitas: Y y angulo a

$$Y = \sqrt{4RX - X^2}$$

$$tg\,\frac{a}{2} = \frac{X}{Y}$$

Datos: X e Y
Incognitas: R y angulo a

$$R = \frac{Y^2 + X^2}{4X} \qquad tg\,\frac{a}{2} = \frac{X}{Y}$$



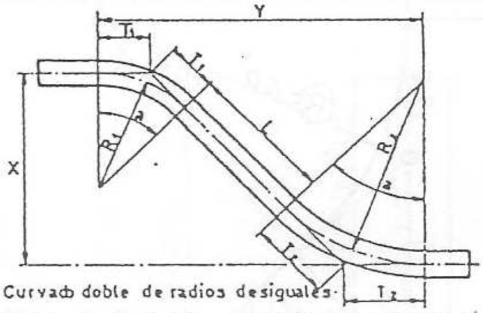
Curvado doble de radios iguales

Datos: R, X e Y — Incognitas: L y angulo a

Para $Y > \sqrt{4RX - X^2}$

$$L = \sqrt{Y^2 + X^2 - 4RX}$$

$$tg\,\frac{a}{2} = \frac{X}{Y + L} \qquad T = \frac{RX}{Y + X}$$



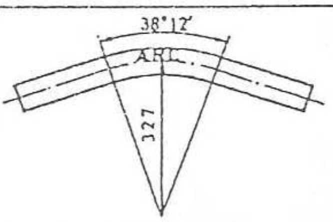
Curvado doble de radios desiguales

Datos: R_1, R_2, X y Y. — Incognitas: L y angulo a

Para $Y > \sqrt{2(R_1 + R_2)X - X^2}$

$$L = \sqrt{Y^2 + X^2 - 2(R_1 + R_2)X}$$

$$tg\,\frac{a}{2} = \frac{X}{Y + L} \qquad T_1 = \frac{R_1 X}{Y + L}, \quad T_2 = \frac{R_2 X}{Y + L}$$



LONGITUD DE UN ARCO PARA UN ANGULO DADO

PROBLEMA.— Cual es la longitud de un arco de 38° 12' para un radio de 327 m/

$$\begin{array}{r} 38^\circ - 0'6632 \\ 12' - 0'00349 \\ \hline 0'66669 \end{array}$$

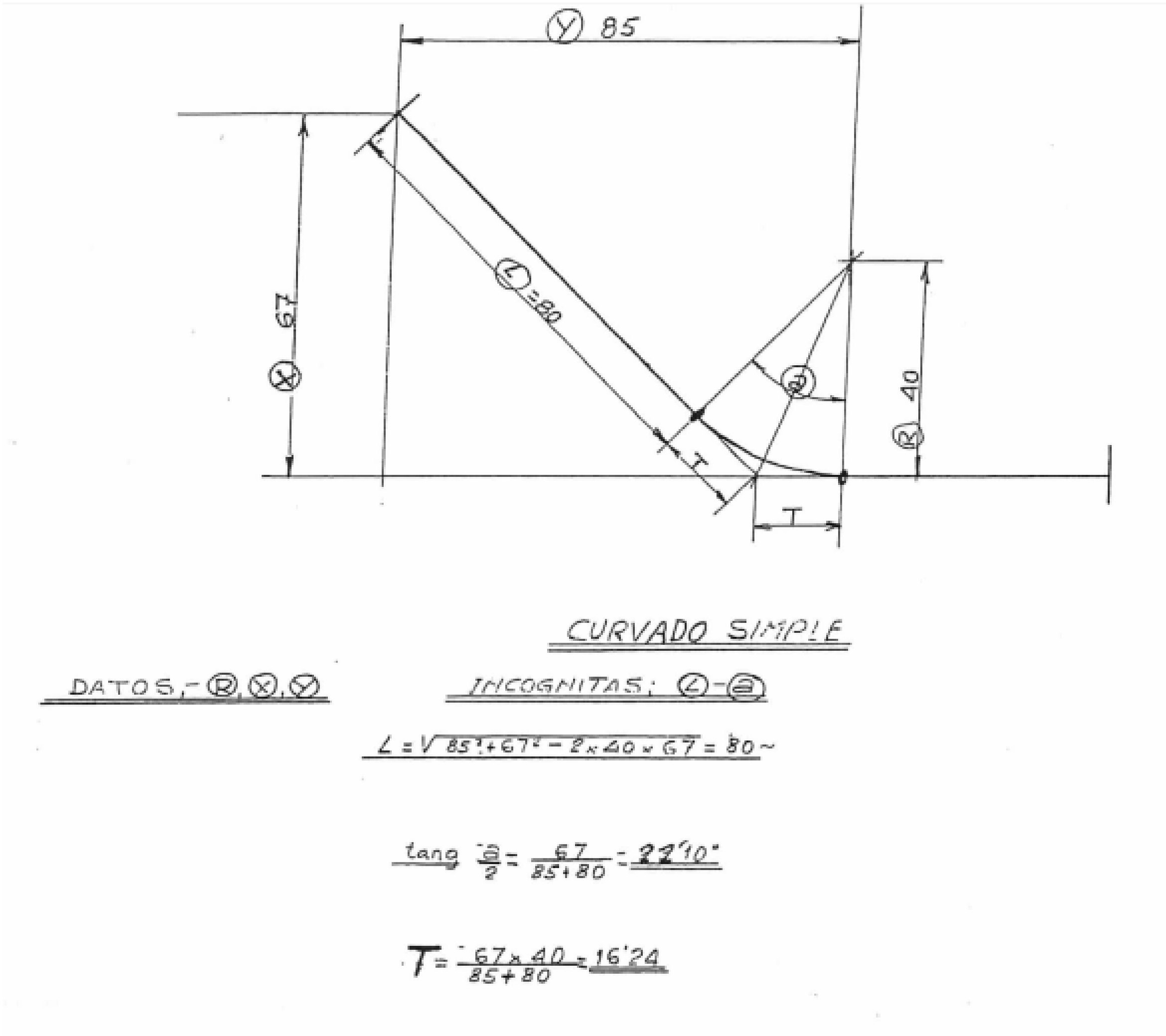
La tabla de abajo nos da los valores para R=1 nosotros tendremos 0'66669 × 327 = 219

VALOR DE ARCOS CORRESPONDIENTES A UN ANGULO DADO PARA R=1

GRADOS	ARCOS	GRADOS	ARCOS	GRADOS	ARCOS	GRADOS	ARCOS	GRADOS	ARCOS	GRADOS	ARCOS
1	0'0175	16	0'2793	31	0'5441	46	0'8025	61	1'0647	76	1'3265
2	0'0349	17	0'2967	32	0'5585	47	0'8203	62	1'0821	77	1'3439
3	0'0524	18	0'3142	33	0'5760	48	0'8378	63	1'0996	78	1'3614
4	0'0698	19	0'3316	34	0'5934	49	0'8552	64	1'1170	79	1'3788
5	0'0873	20	0'3491	35	0'6109	50	0'8727	65	1'1345	80	1'3963
6	0'1047	21	0'3665	36	0'6283	51	0'8901	66	1'1519	81	1'4137
7	0'1222	22	0'3840	37	0'6458	52	0'9076	67	1'1694	82	1'4312
8	0'1396	23	0'4014	38	0'6632	53	0'9250	68	1'1868	83	1'4486
9	0'1571	24	0'4189	39	0'6807	54	0'9425	69	1'2043	84	1'4661
10	0'1745	25	0'4363	40	0'6981	55	0'9599	70	1'2217	85	1'4835
11	0'1920	26	0'4538	41	0'7156	56	0'9774	71	1'2392	86	1'5010
12	0'2094	27	0'4712	42	0'7330	57	0'9948	72	1'2566	87	1'5184
13	0'2269	28	0'4887	43	0'7505	58	1'0123	73	1'2741	88	1'5359
14	0'2443	29	0'5061	44	0'7679	59	1'0297	74	1'2915	89	1'5533
15	0'2618	30	0'5236	45	0'7854	60	1'0472	75	1'3090	90	1'5708

MINUT.	ARCOS	MINUT.	ARCOS	MINUT.	ARCOS	MINUT.	ARCOS
1	0'00029	16	0'00465	31	0'00901	46	0'01338
2	0'00058	17	0'00494	32	0'00930	47	0'01367
3	0'00087	18	0'00523	33	0'00959	48	0'01396
4	0'00116	19	0'00552	34	0'00989	49	0'01425
5	0'00145	20	0'00581	35	0'01018	50	0'01454
6	0'00174	21	0'00610	36	0'01047	51	0'01483
7	0'00203	22	0'00639	37	0'01076	52	0'01512
8	0'00233	23	0'00669	38	0'01105	53	0'01541
9	0'00261	24	0'00698	39	0'01134	54	0'01570
10	0'00290	25	0'00727	40	0'01163	55	0'01599
11	0'00319	26	0'00756	41	0'01192	56	0'01628
12	0'00349	27	0'00785	42	0'01221	57	0'01658
13	0'00378	28	0'00814	43	0'01250	58	0'01687
14	0'00407	29	0'00843	44	0'01279	59	0'01716
15	0'00436	30	0'00872	45	0'01309	60	0'01754

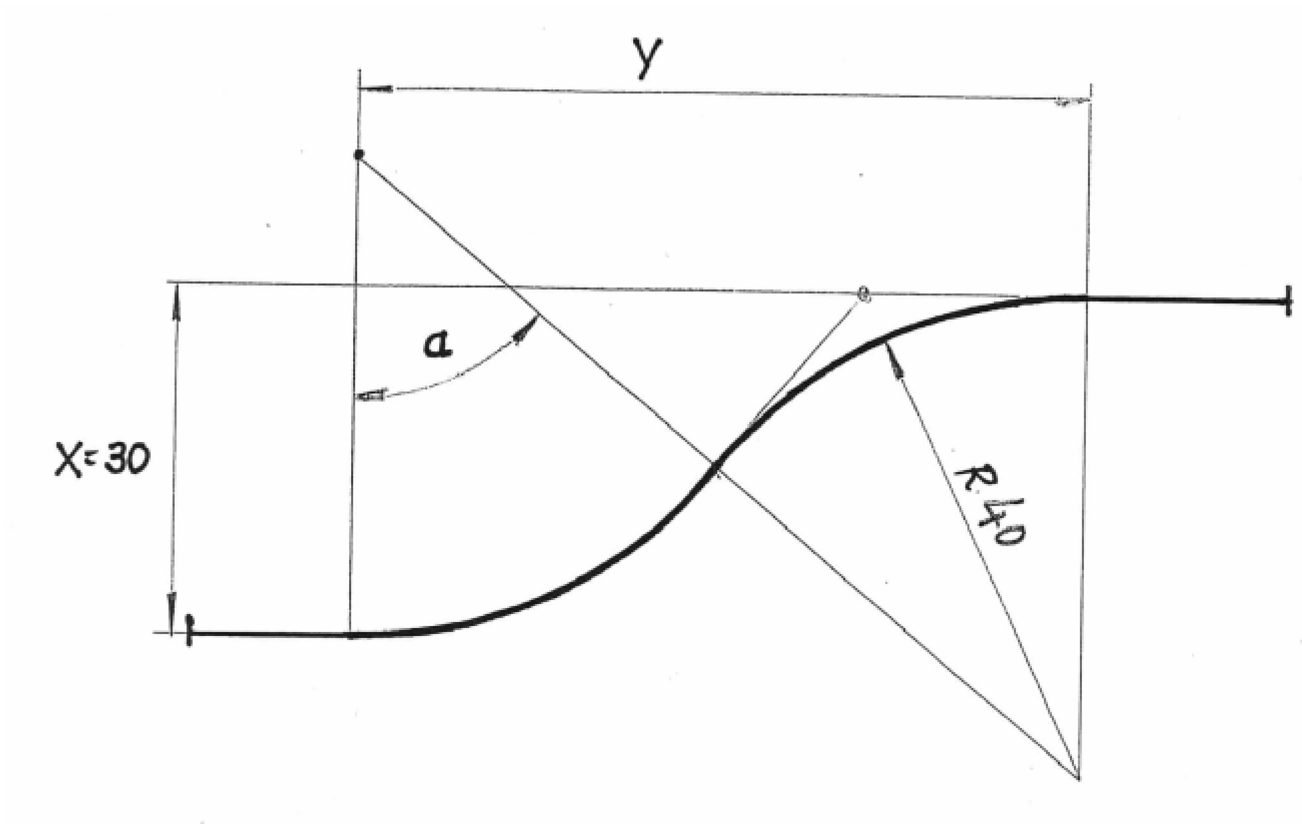
Veamos un ejemplo, donde aplicando la tabla anterior averiguaremos las incógnitas L y a.



La solución es: L= 80mm. a = 22º 6´

En el siguiente, se omiten los pasos dados y se debe plantear la resolución del ejercicio en las dos situaciones, es decir, para los dos tipos de incógnitas, ya que se trata de un curvado doble.

Realizar el cálculo del avance.



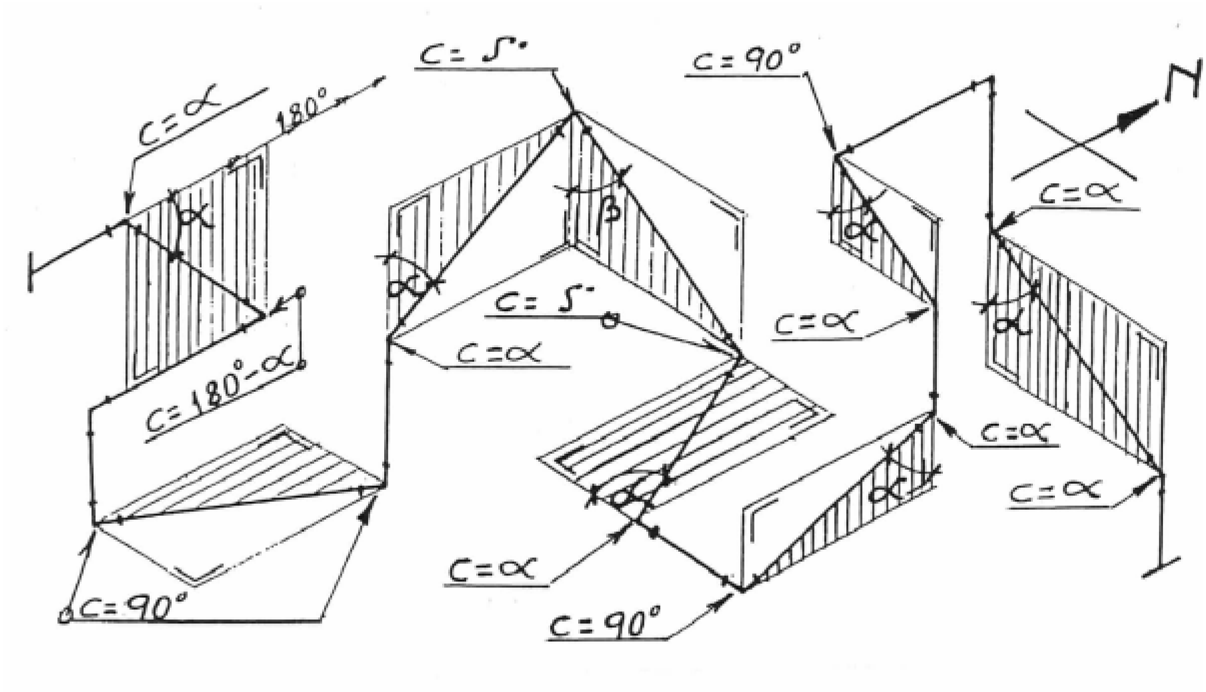
Soluciones: 1.- incógnitas Y= 62.4 Tg a/2=25.67º

2.- incógnitas R=0 Tg a/2=25.67º

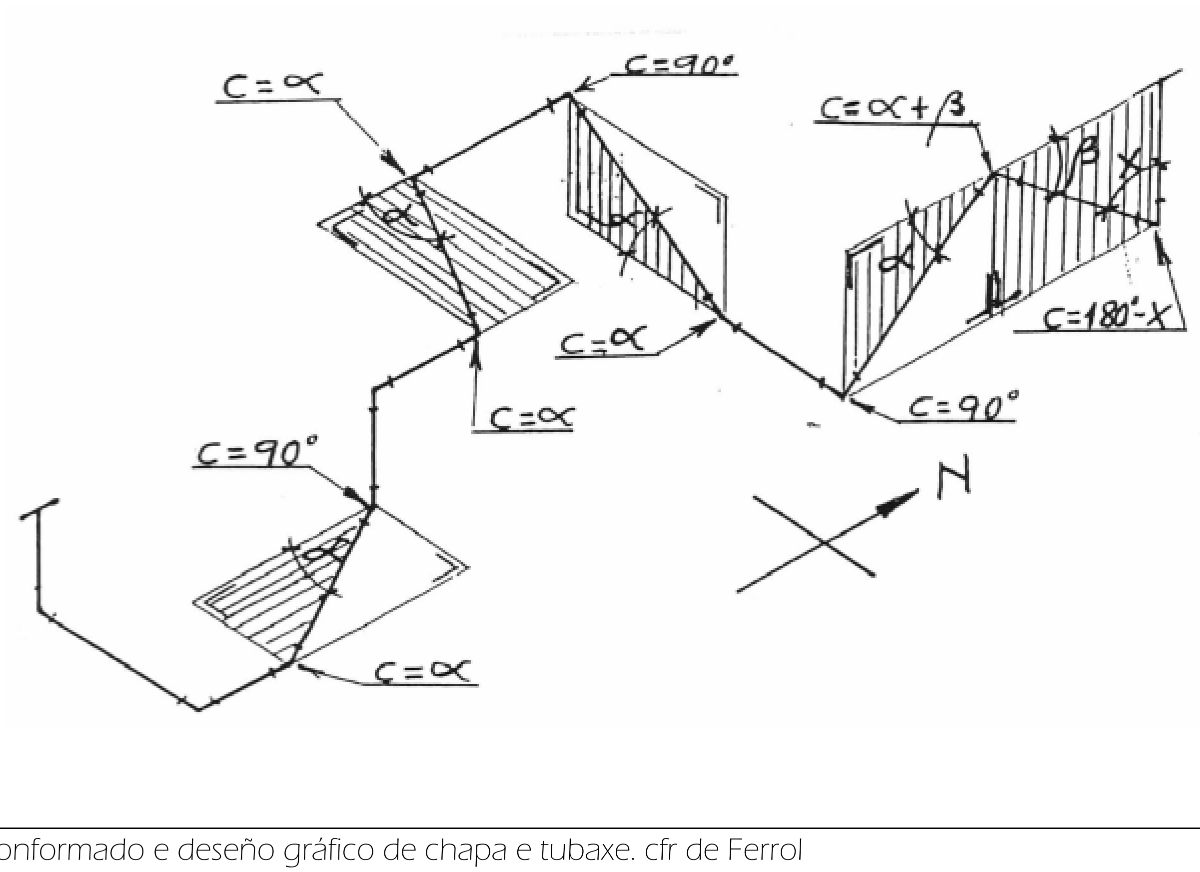
Avance= 19.22mm.

Seguidamente, en las siguientes figuras vamos a establecer el valor del ángulo que forma el codo, es decir, el suplemento (valor del ángulo real del codo), ya que de la correcta aplicación del mismo depende garantizar el cálculo de dicho ángulo. Recordar, que el ángulo del codo es aquél, que rompe la trayectoria que llevaría el tubo o caña si no existiera dicho codo, Esto, nos permitirá avanzar hacia el estudio del cubo isométrico y establecer las pantallas que nos servirán de referencia para el cálculo.

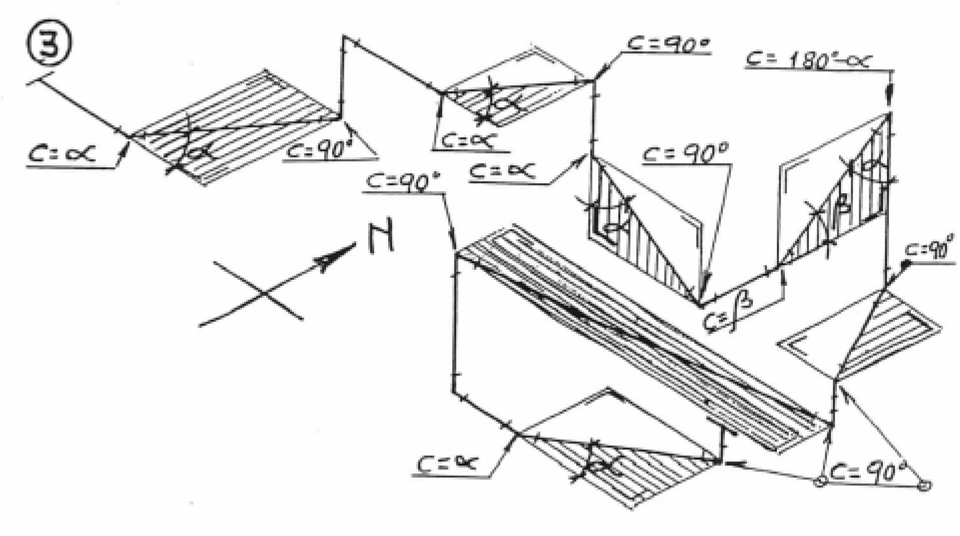
1.



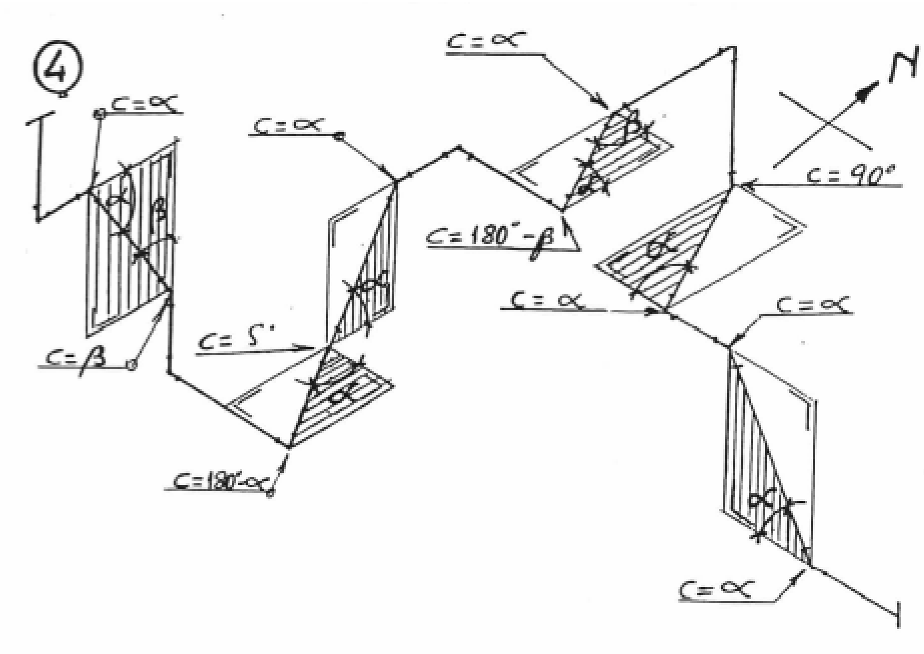
2.



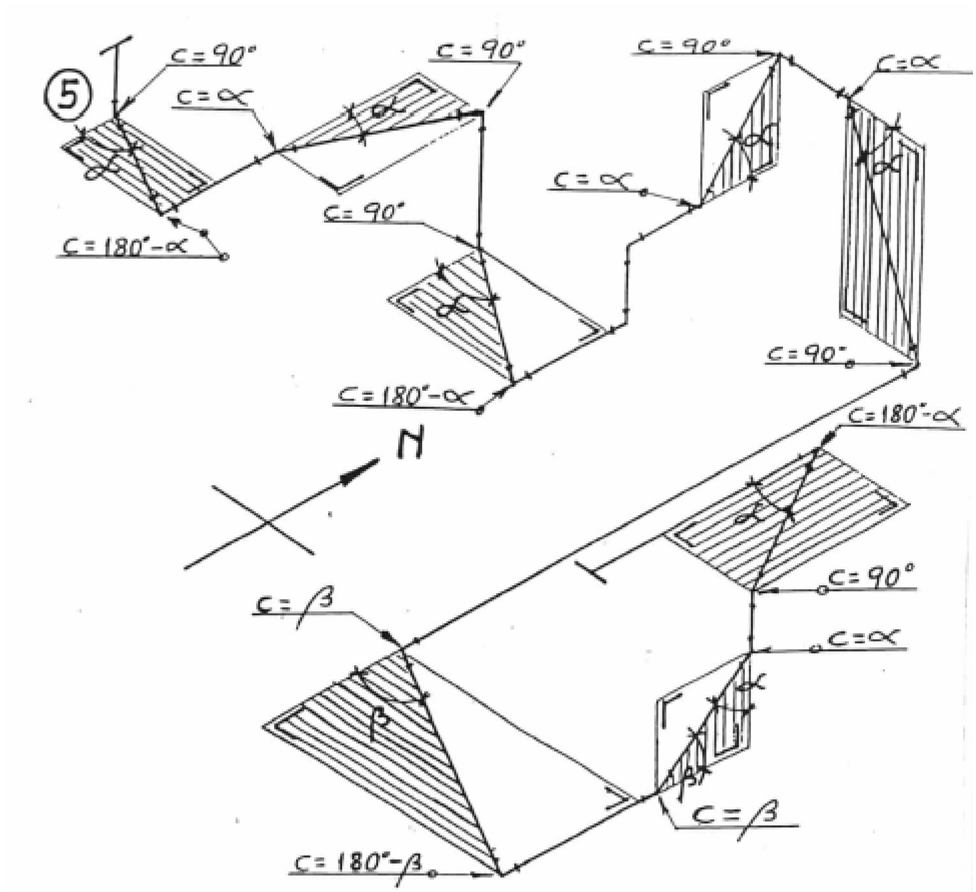
3.


3
C=α
C=90°
C=α
C=90°
C=180°-α
C=90°
C=α
C=90°
N
C=β
C=90°
C=α
C=90°

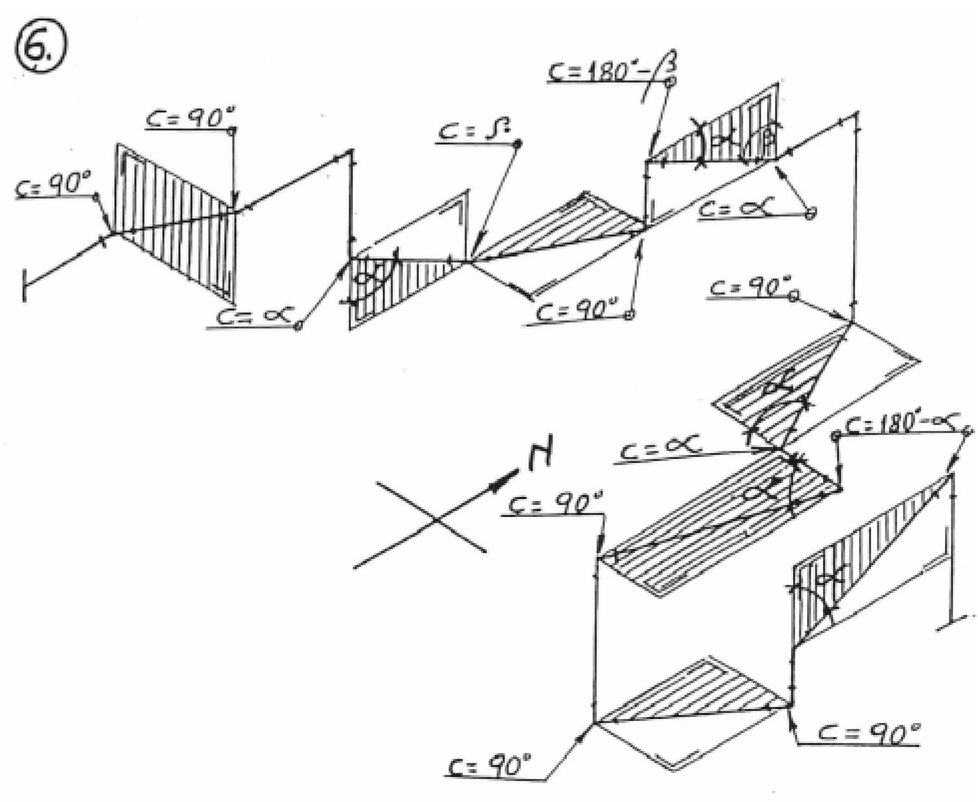
4.


4
C=α
C=α
C=α
N
C=90°
C=180°-β
C=α
C=α
C=β
C=5°
C=180°-α
C=α

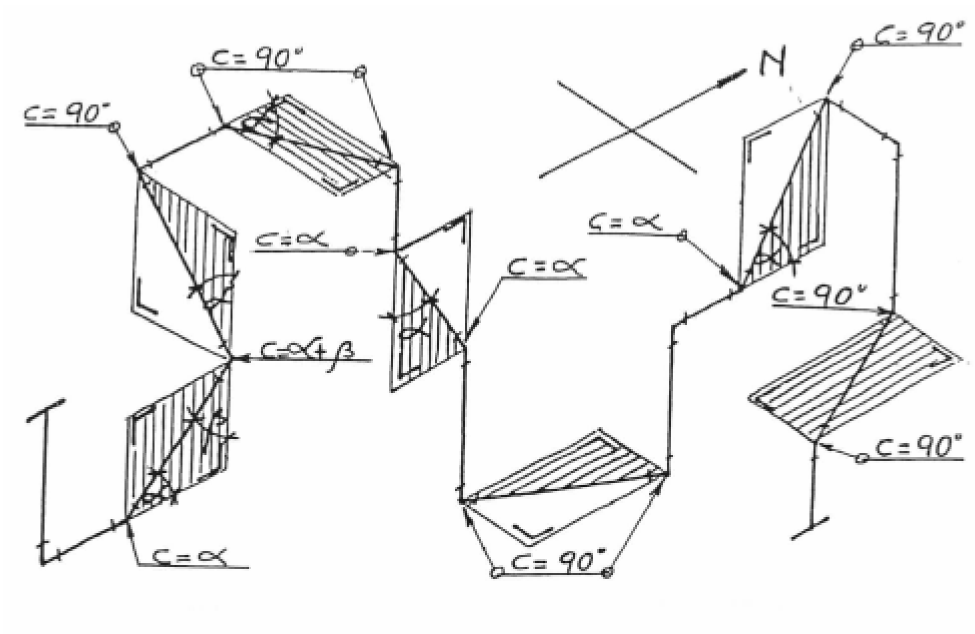
5.



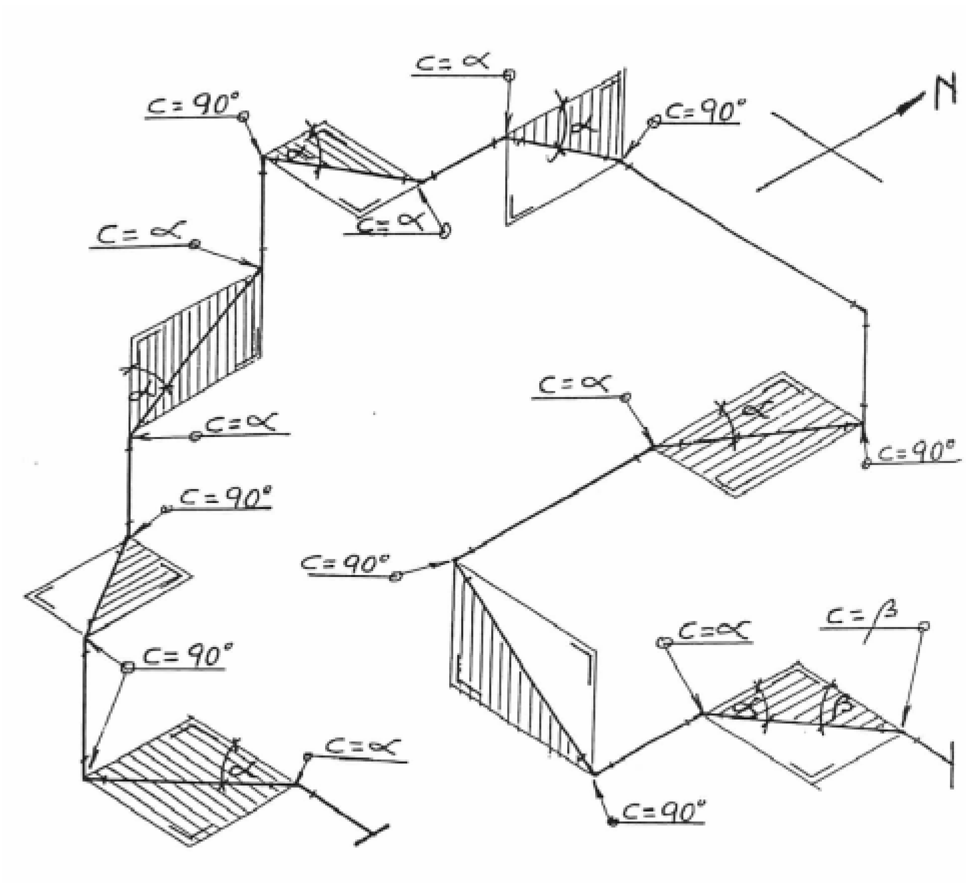
6.



7.

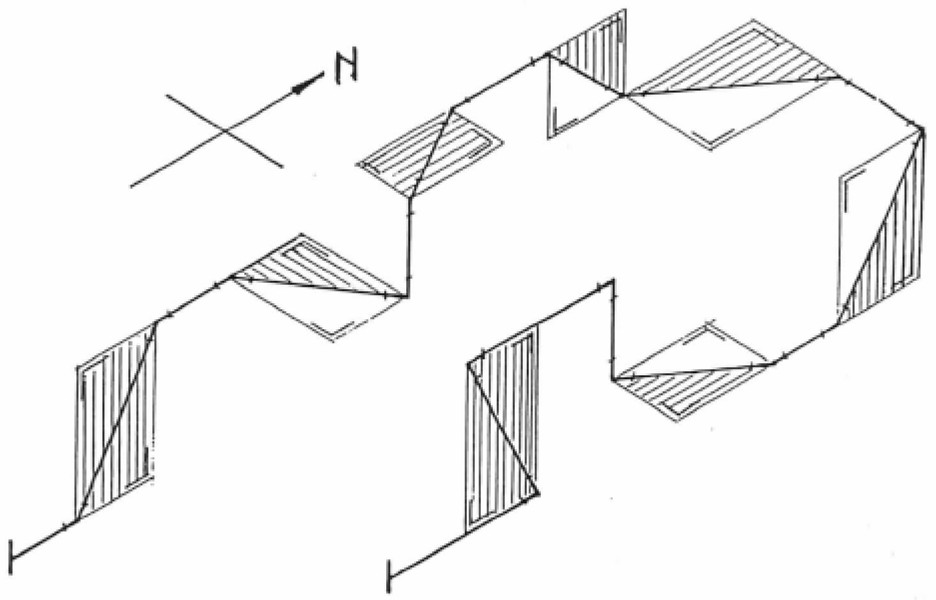

c= 90°
c= 90°
c= 90°
N
c= α
c= α
c= α
c=α+β
c= 90°
c= 90°
c= α
c= 90°

8.

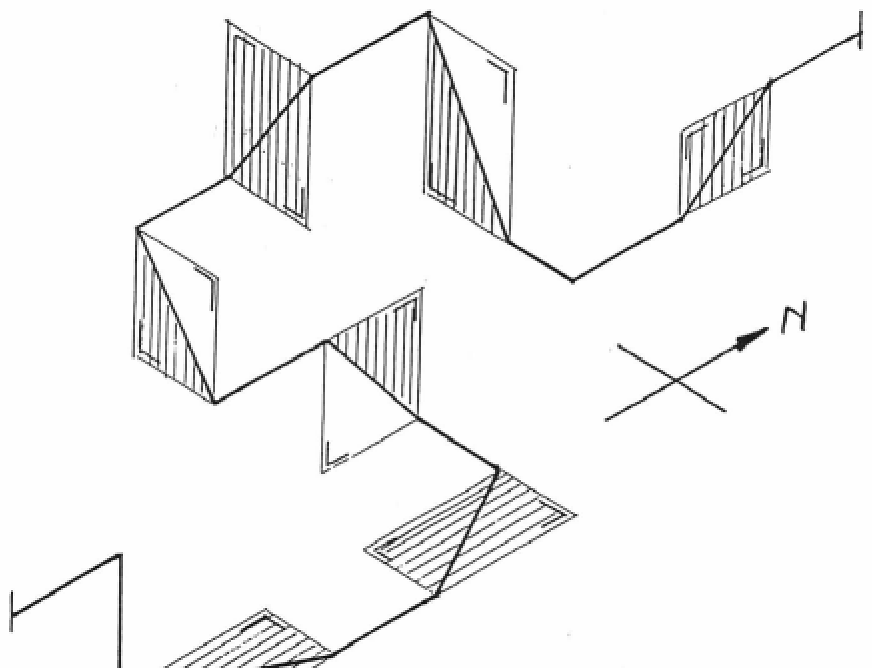

c= α
c= 90°
c= 90°
N
c= α
c= α
c= α
c= α
c= 90°
c= 90°
c= 90°
c= 90°
c= α
c= β
c= α
c= 90°

A continuación, en estos dos casos, intentar colocar ordenadamente los ángulos de los codos.

1.



2.



En el estudio de los planos auxiliares sobre los que se asientan los tramos de tubería y los codos que unen los mismos, vamos a ver unas láminas de modelos resueltos, para posteriormente realizar ejercicios en los que falta rayar dichos planos auxiliares necesarios para el establecimiento del ángulo del codo.

LÁMINA1

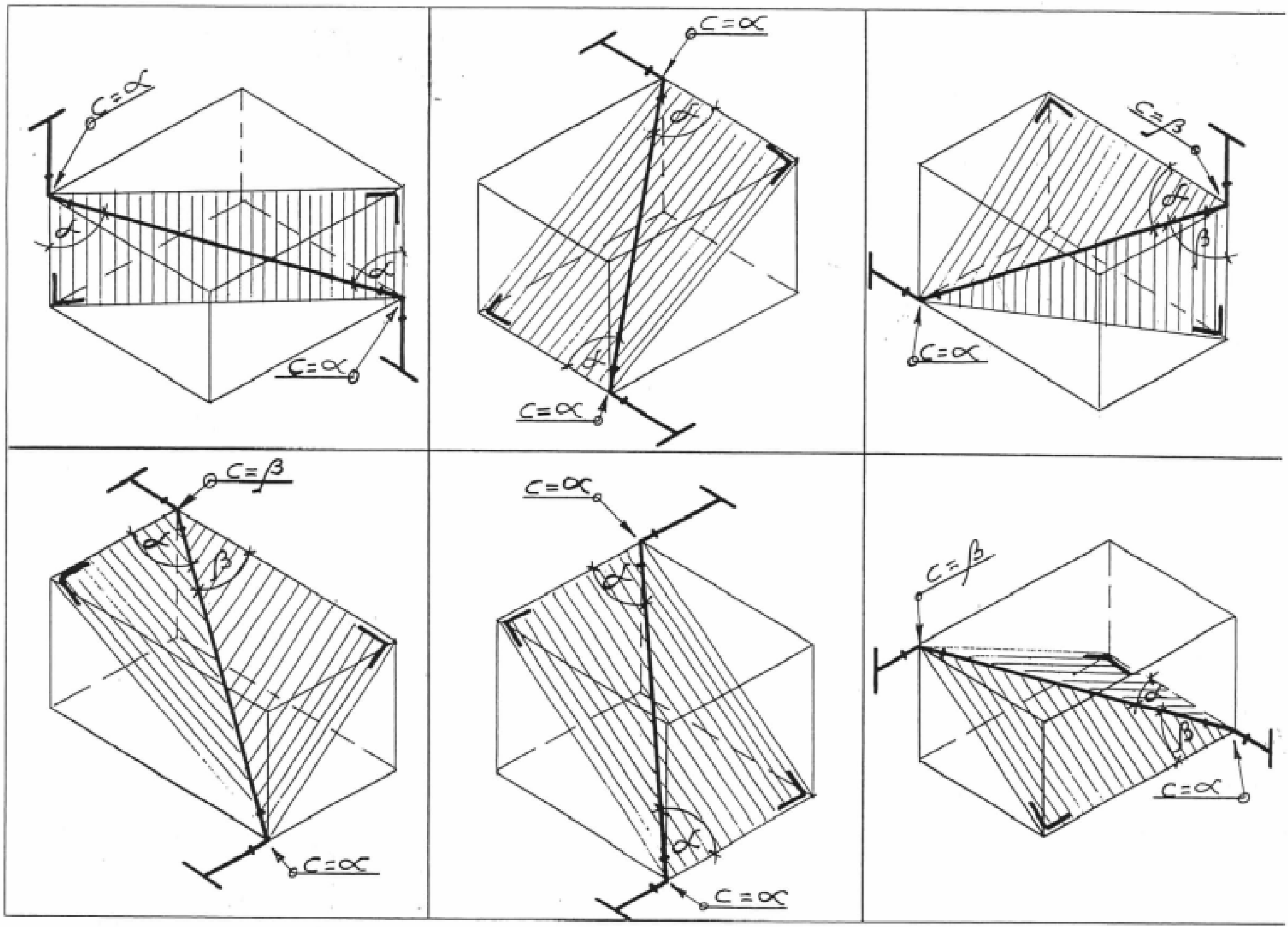


LÁMINA DE EJERCICIOS 1

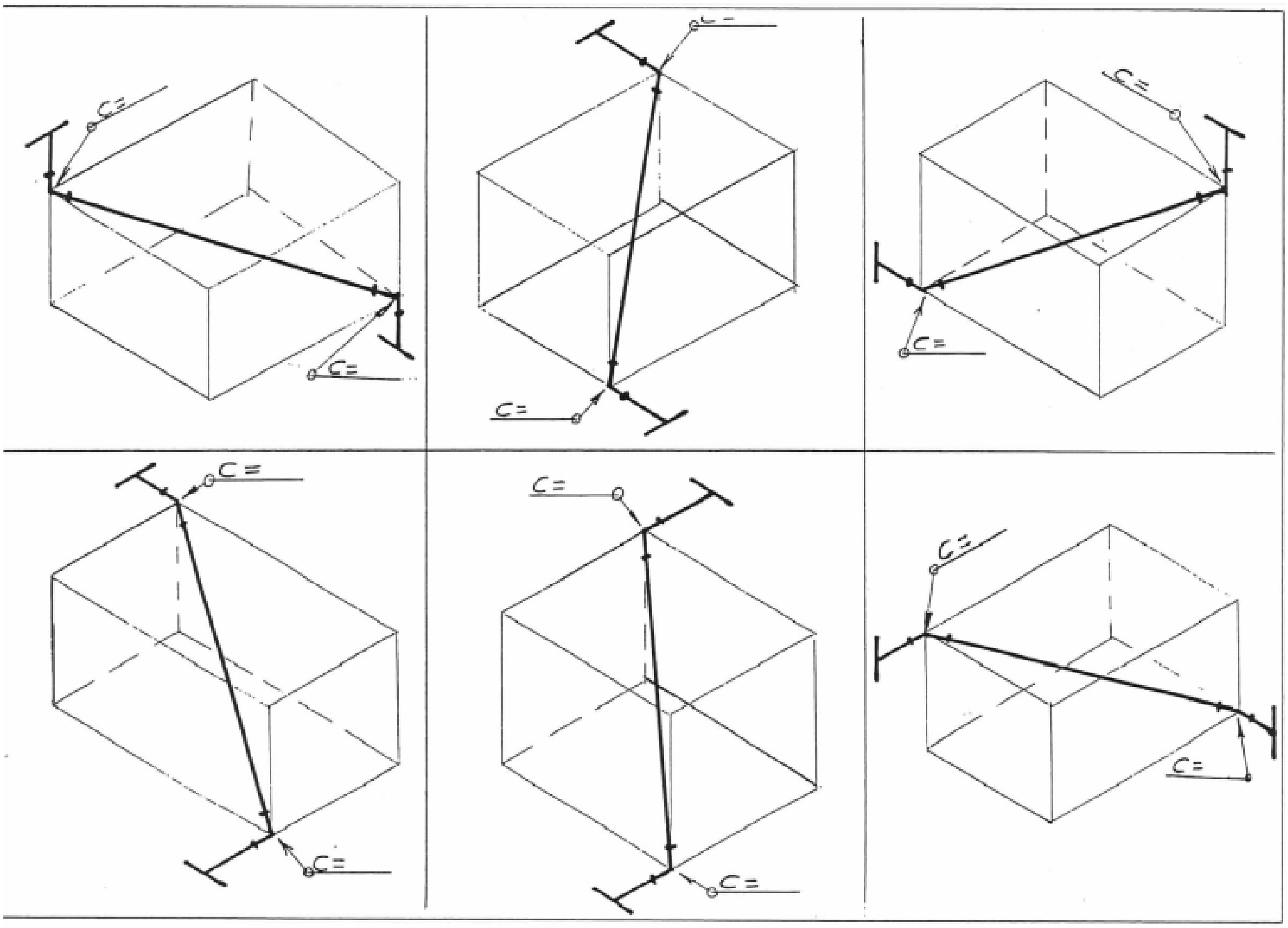


LÁMINA 2

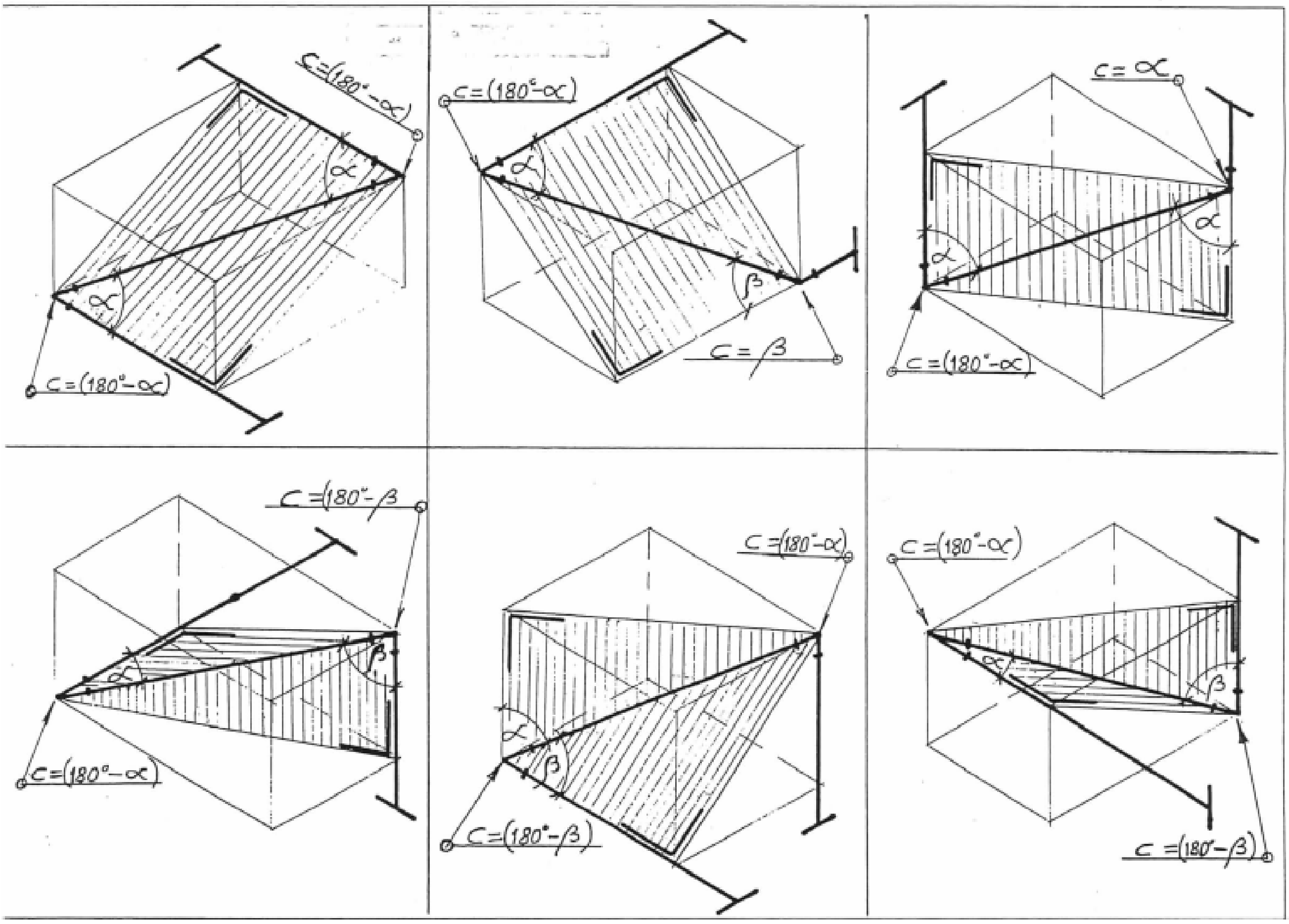
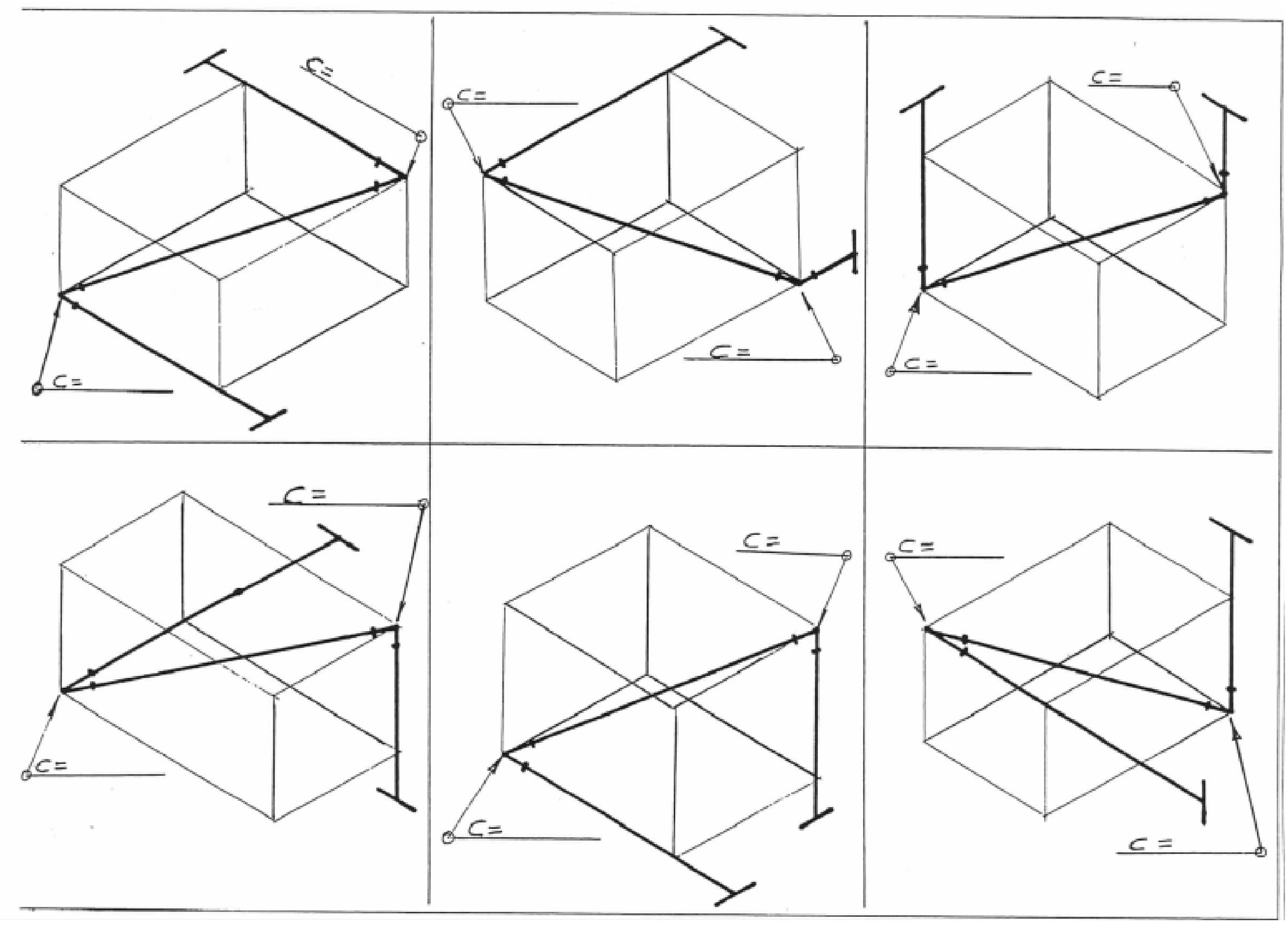

C=(180°–α)
C=(180°–α)
C=(180°–α)
C=β
C=α
C=(180°–α)
C=(180°–β
C=(180°–α)
C=(180°–α)
C=(180°–β)
C=(180°–α)
C=(180°–β)

LÁMINA DE EJERCICIOS 2



Se relacionan a continuación varias fórmulas a modo de recordatorio, relativas al cálculo y resolución de diversos tipos de triángulos: rectángulos (aplicación del teorema de Pitágoras) y no rectángulos (aplicación del teorema del coseno).

<u>TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS</u> (uno de los ángulos tiene 90º)

Se presentan 4 casos:

- Dados los dos catetos
- Dado un cateto y la hipotenusa
- Dado un cateto y un ángulo
- Dada la hipotenusa y el ángulo

A= 90º

B+C=90º $a^2=b^2+c^2$

b= a x senB

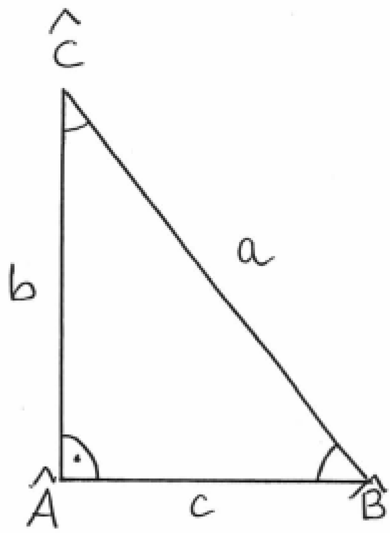
c= a x cosB

b= c x tg B

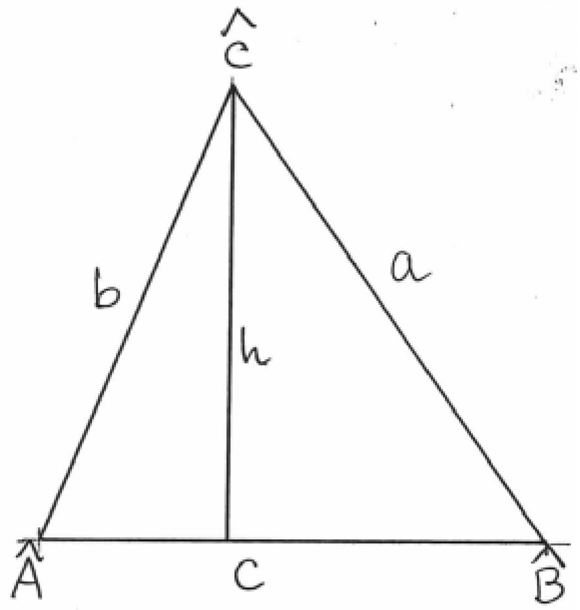
c= b x tg C

b= a x cosC

c= a x senC



<u>TRIÁNGULOS NO RECTÁNGULOS</u> (ninguno de los ángulos tiene 90º)



$$A^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$$

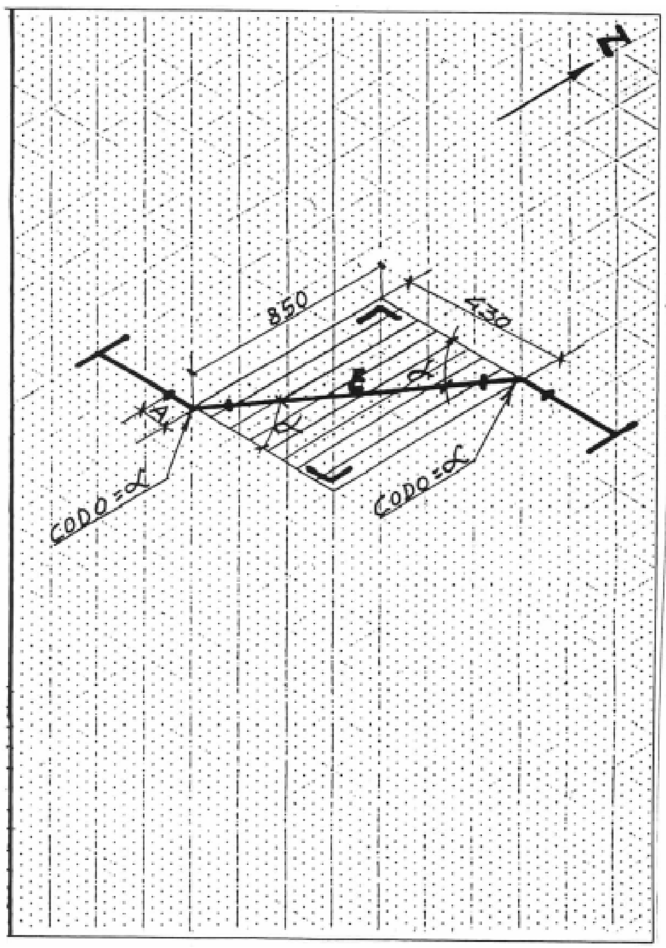
$$B^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos B$$

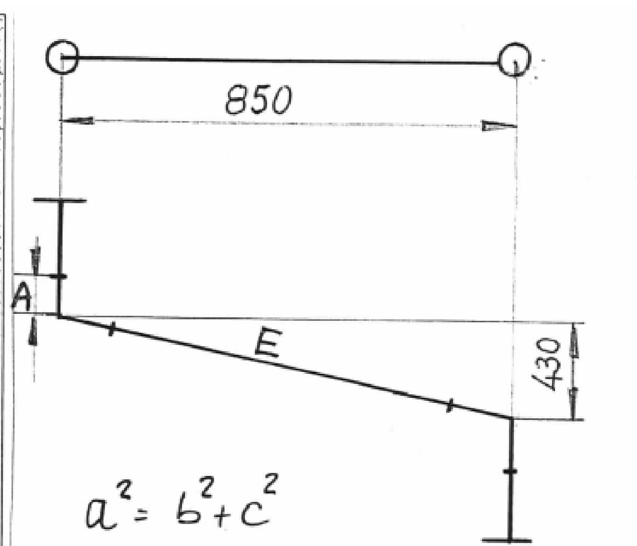
$$C^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos C$$

Seguidamente realizaremos ejercicios sobre al cálculo de tubería, aplicando la formulación de los triángulos, donde se plantea averiguar el avance de los codos propuestos, teniendo en cuenta que, los mismos se obtienen a partir del mismo tubo (codo no comercial) y por tanto aplicaremos la fórmula que corresponda. Es necesario averiguar el diámetro exterior del tubo en función de su nomenclatura.

<u>Caso 1</u>

Tubo de acero al carbono sin soldadura (DIN 2440/78) cuyo paso nominal es PN=4"





$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$E = \sqrt{850^2 + 430^2} = 952,5$$

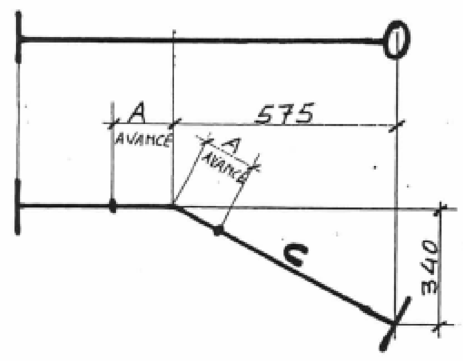
$$\text{codo } \alpha = tg\ \frac{850}{430} = 63,16^\circ$$

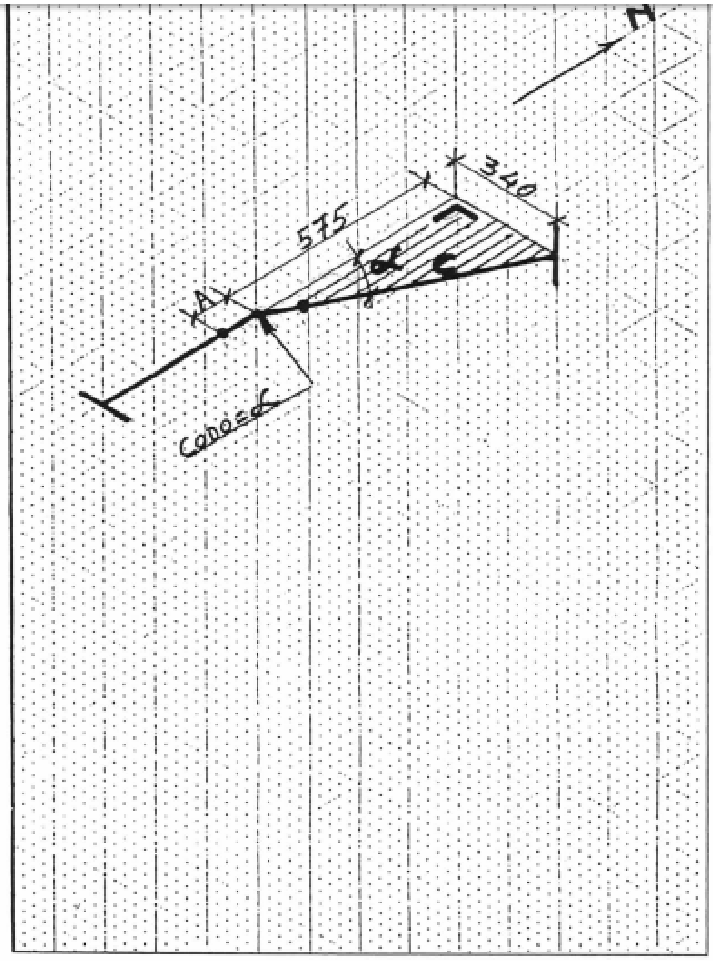
$$A = tg\ \alpha/2 \times D = tg\ \frac{63,16^\circ}{2} \times 114,3$$

$$\underline{A = 70'26 \text{ mm.}}$$

Caso 2

Tubo de acero al carbono sin soldadura (DIN 2440/78) cuyo espesor es 4.50mm.





Comparar este tubo con el DIN 2441/78 para el mismo espesor.

$C = \sqrt{575^2 + 340^2} = 668$

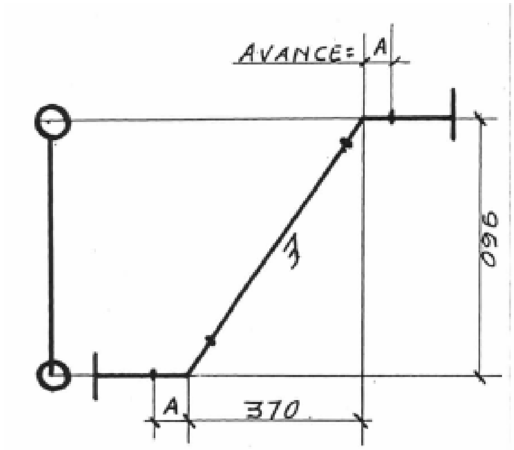
codo $\alpha = tg\ \frac{340}{575} = 30{,}59°$

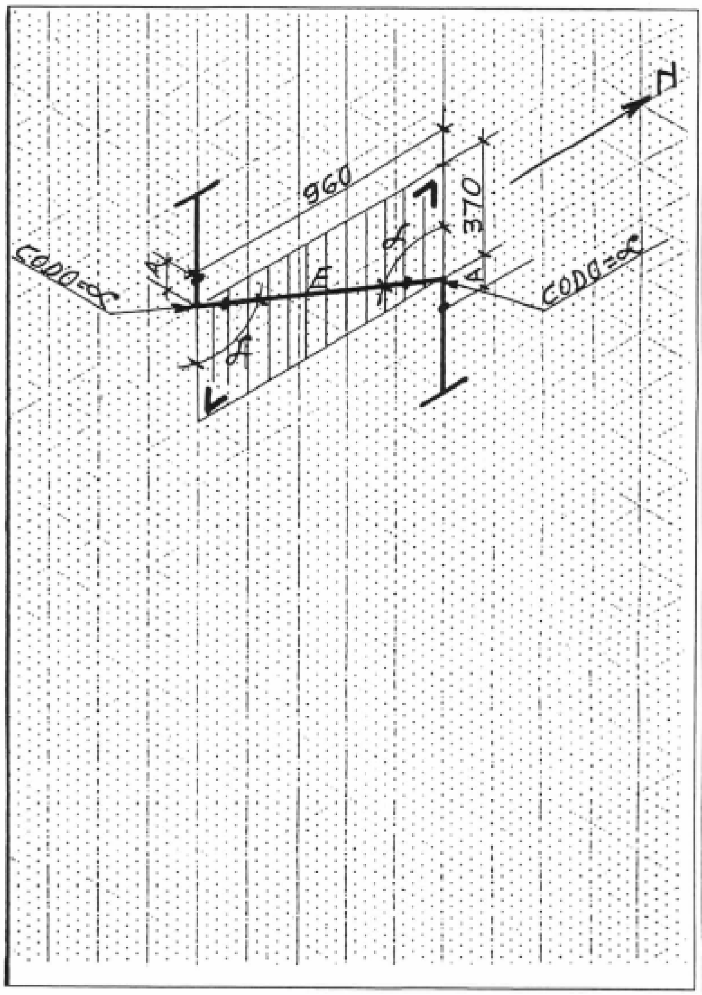
A= tg (30,59º/2) x 114,3

A= 31,25 PN= 4”

Caso 3

Tubo de acero al carbono sin soldadura (DIN 2448/81) cuyo espesor de pared normalizado es de 4mm. y el diámetro corresponde a la serie 1.





A continuación, comenzaremos a realizar cálculos de tubería situada en el cubo isométrico y nos auxiliaremos de pantallas al objeto de establecer los ángulos de los codos. Es muy importante saber elegir el plano inclinado que mejor se adapte a la interpretación y posterior resolución de cada ejercicio.

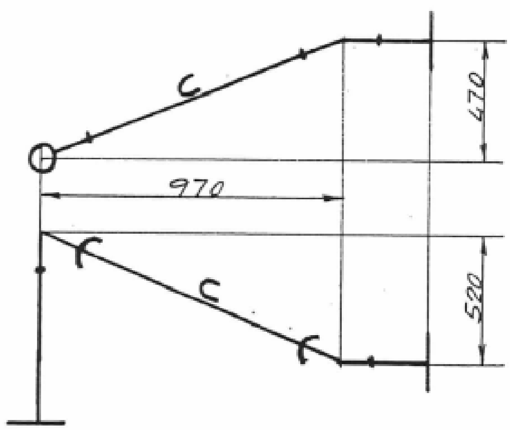
Prestar especial atención a las vistas que definen la orientación de los tubos.

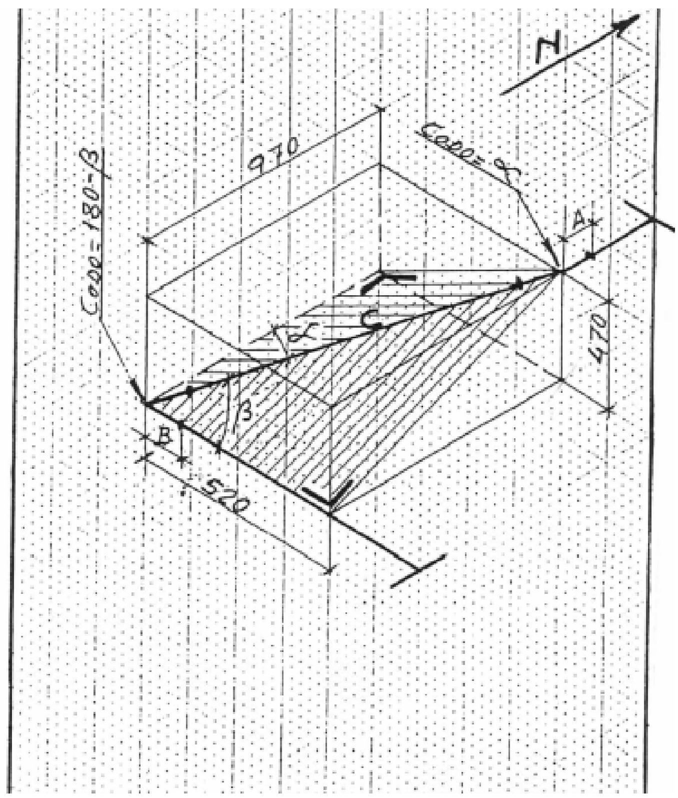
Para simplificar los cálculos, todos los tubos de acero serán con soldadura del tipo ASTM-API con un espesor de 6.02mm. y un Schedule 40.

Ejercicio 1

Tubo de ....”

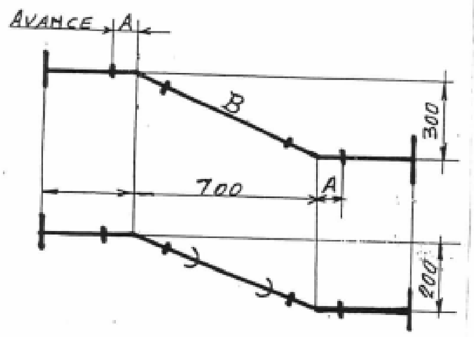
Diámetro exterior ....mm.

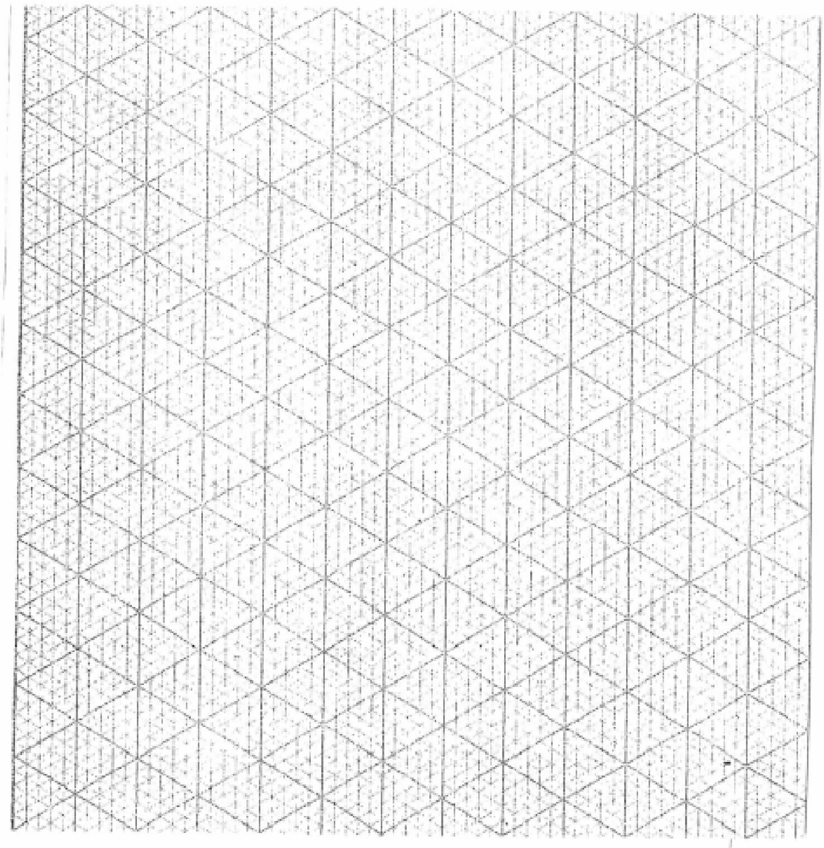




Ejercicio 2

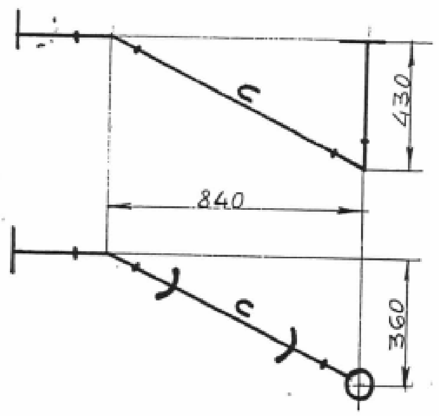
A la vista del diédrico propuesto, dibujar el isométrico correspondiente y calcular el tubo B, así como los avances.

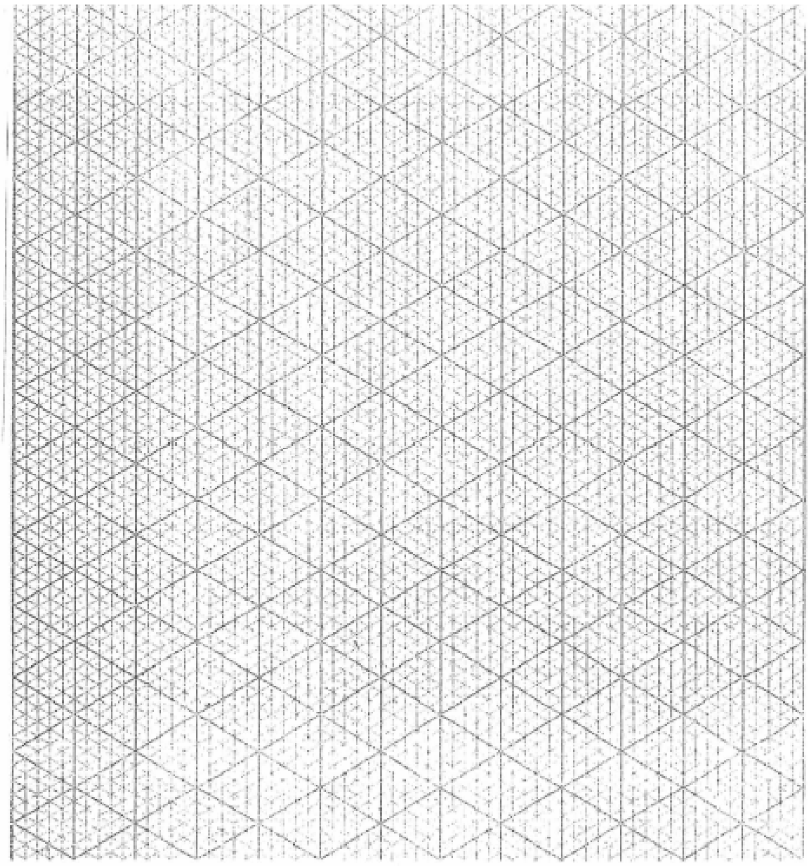




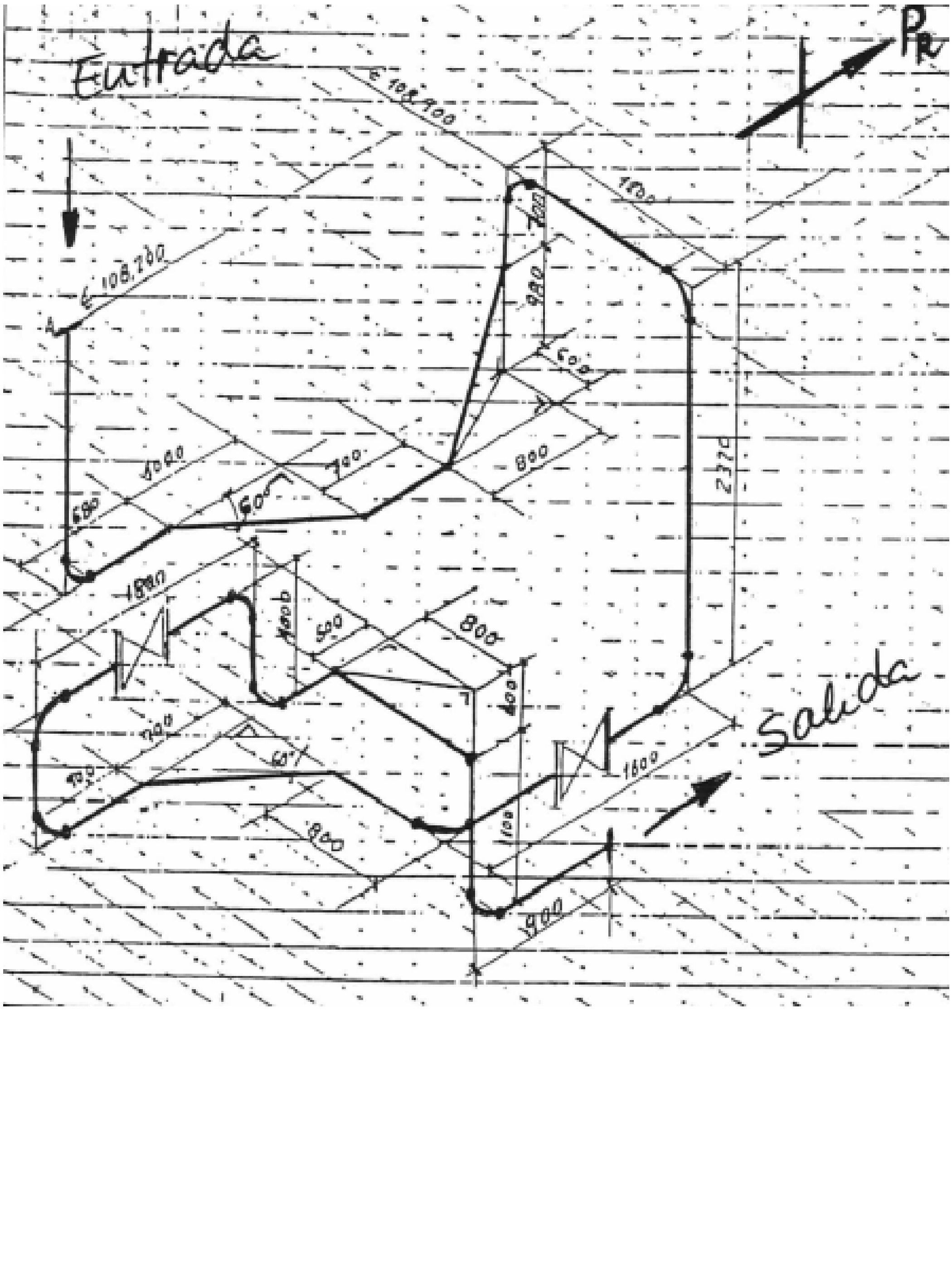
Ejercicio 3

A la vista del diédrico propuesto, se pide dibujar el isométrico correspondiente y calcular el tubo C, así como los avances A y B.

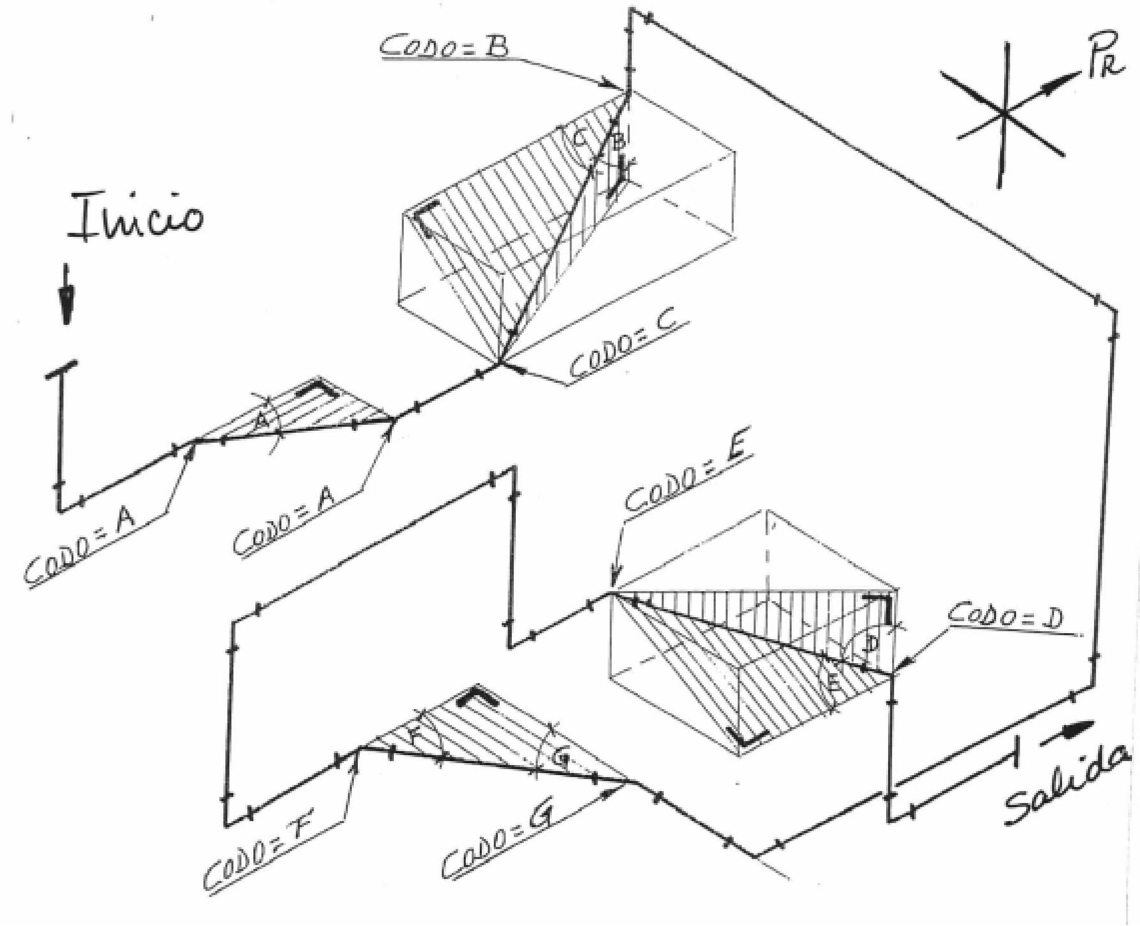




En el siguiente ejercicio, estudiar la tubería propuesta y representarla mediante los correspondientes planos sin tener en cuenta los accesorios (dos válvulas de paso). Seguir el recorrido propuesto, marcando los codos de 90º y nombrando el resto

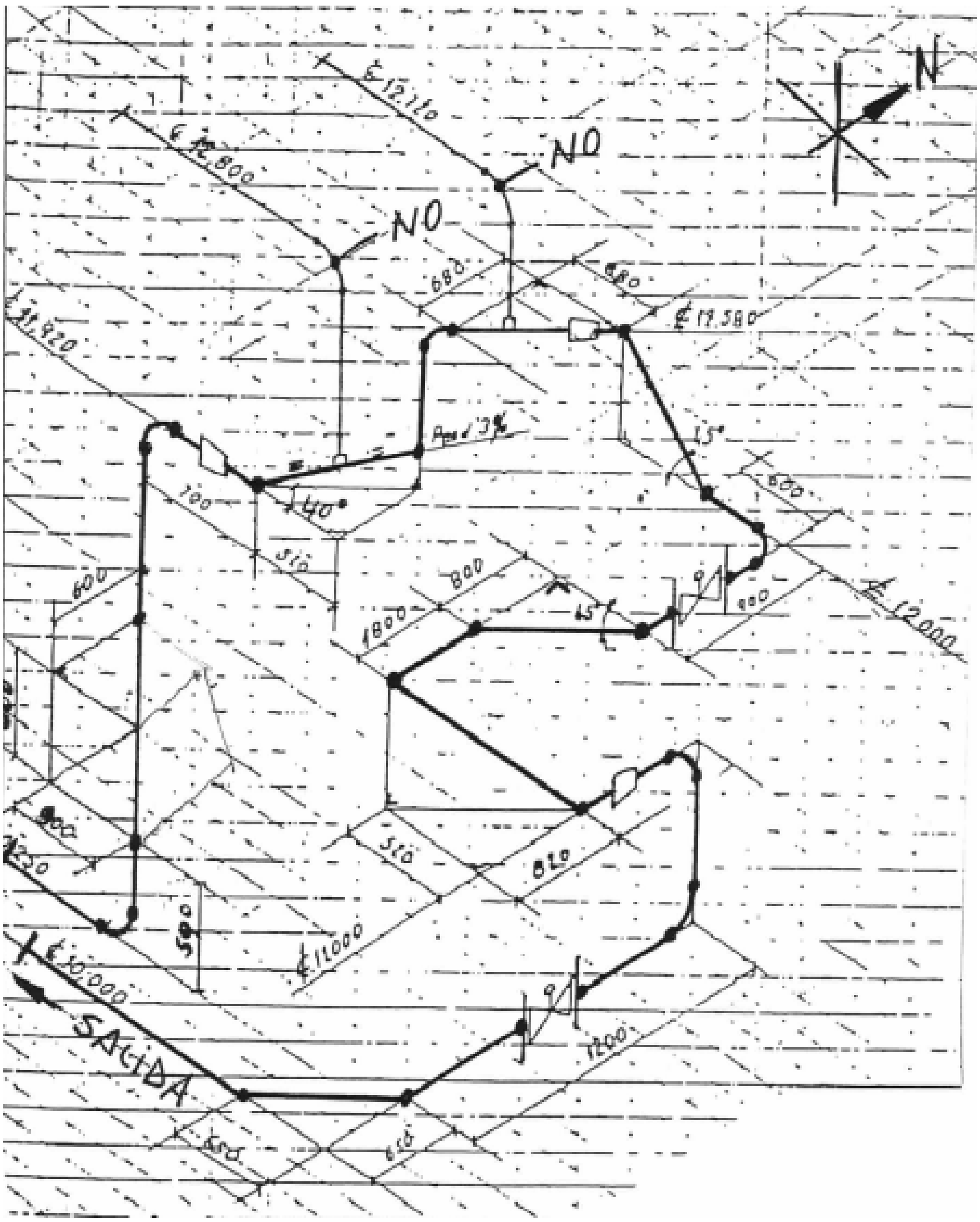


Solución al ejercicio anterior:

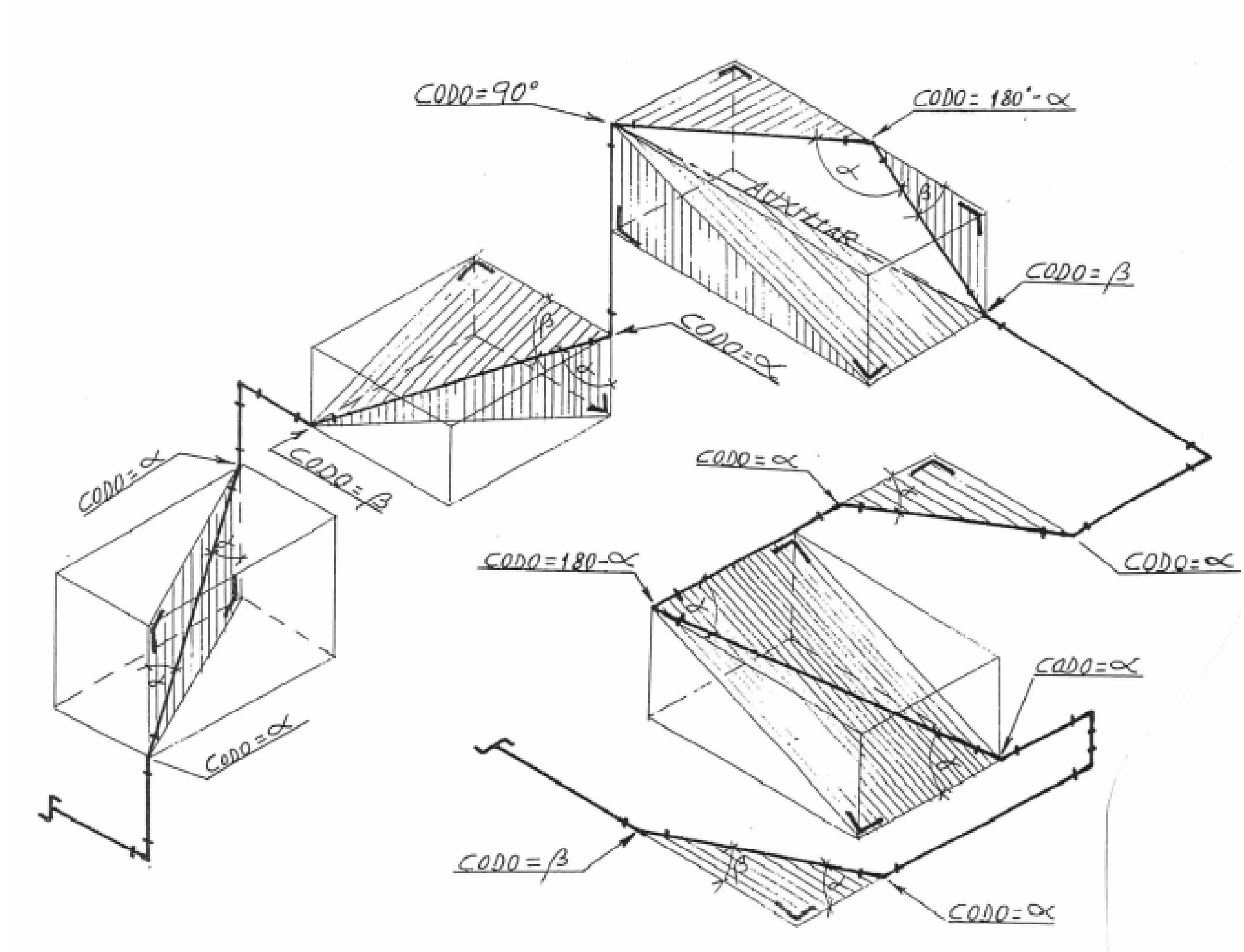


En este ejercicio, parecido al anterior, estudiar el recorrido propuesto y representarlo mediante los planos correspondientes, sin tener en cuenta los accesorios (dos válvulas de cierre y dos reducciones).

En el recorrido, marcar los codos de 90º y nombrar el resto.



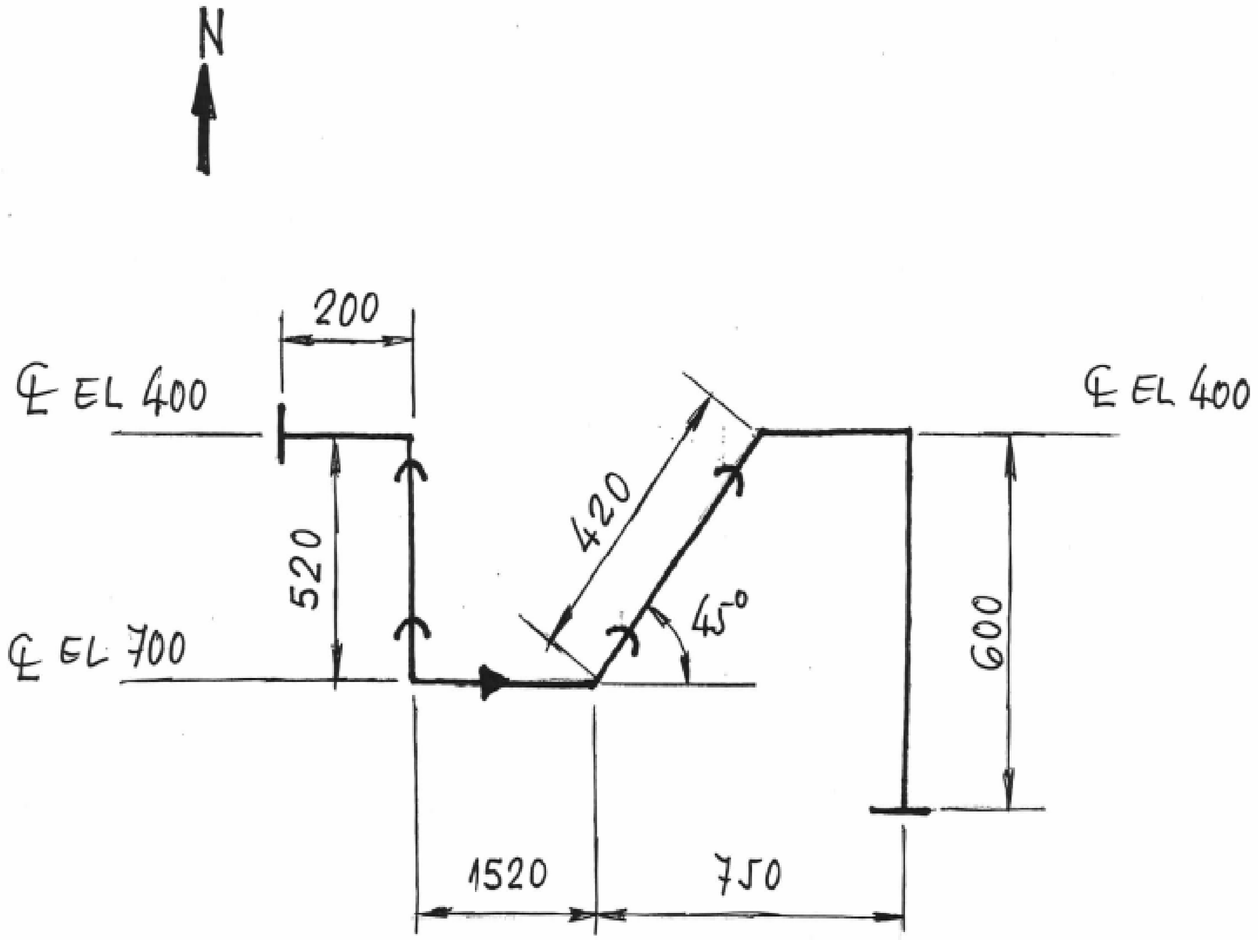
Solución:



En este caso, para resolverlo es necesario saber calcular la auxiliar que aparece en la parte superior y para ello recurriremos a la aplicación de otro tipo de triángulos.

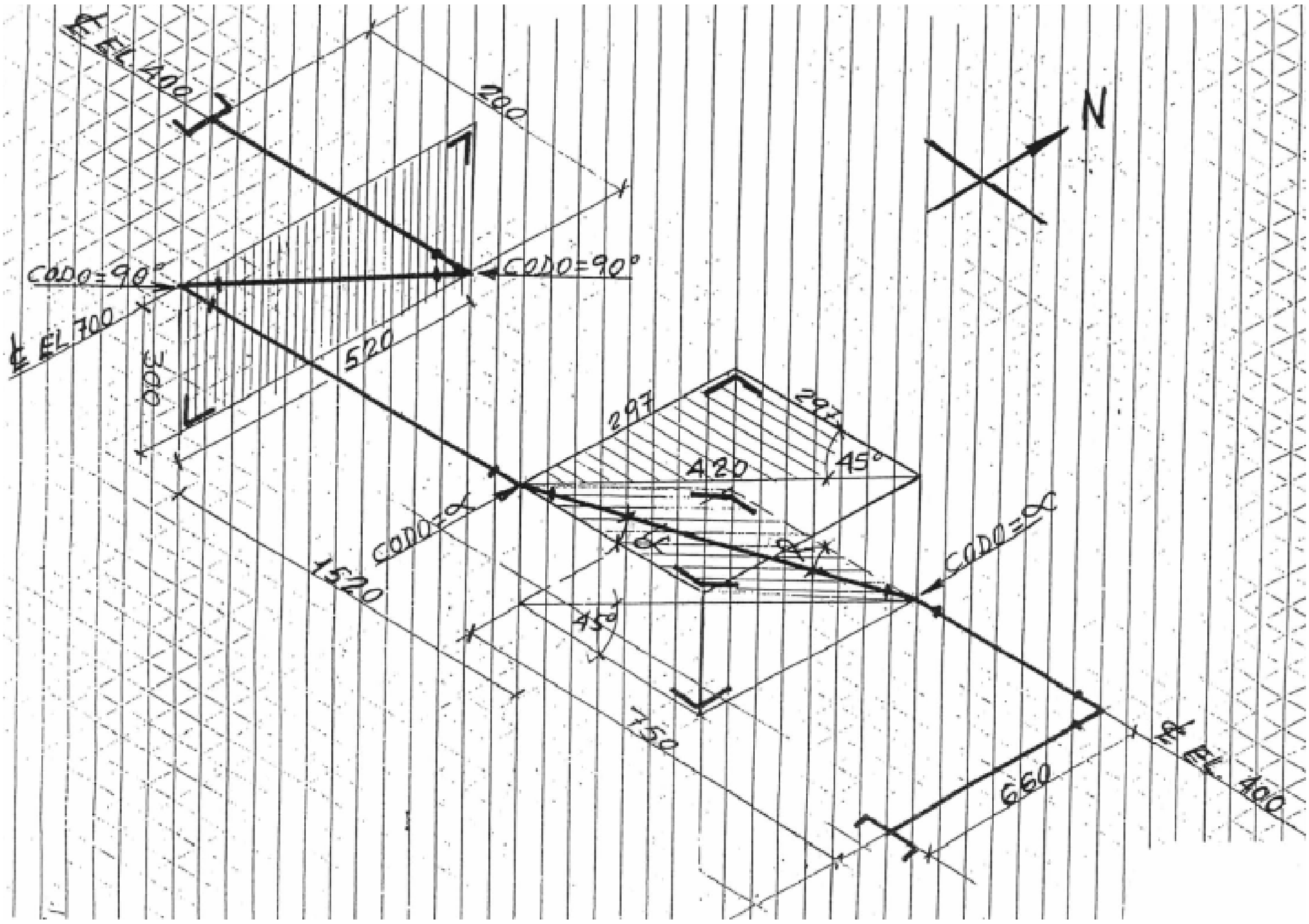
También es muy importante, fijarse detenidamente en las líneas de tubería y no confundirlas con las trazas isométricas cuando se superponen con éstas, como ocurre en el tramo que se encuentra en la parte baja a la izquierda. Ello puede dar lugar a una errónea interpretación, con el consiguiente coste económico que puede llevar.

Continuando con la serie de ejercicios que nos ayudan a mejorar en la interpretación de los isométricos, llegamos a una parte dónde a partir del esquema dibujado en planta a mano alzada, se pide representar el isométrico correspondiente con la valoración de todos y cada uno de los codos, así como la acotación necesaria.

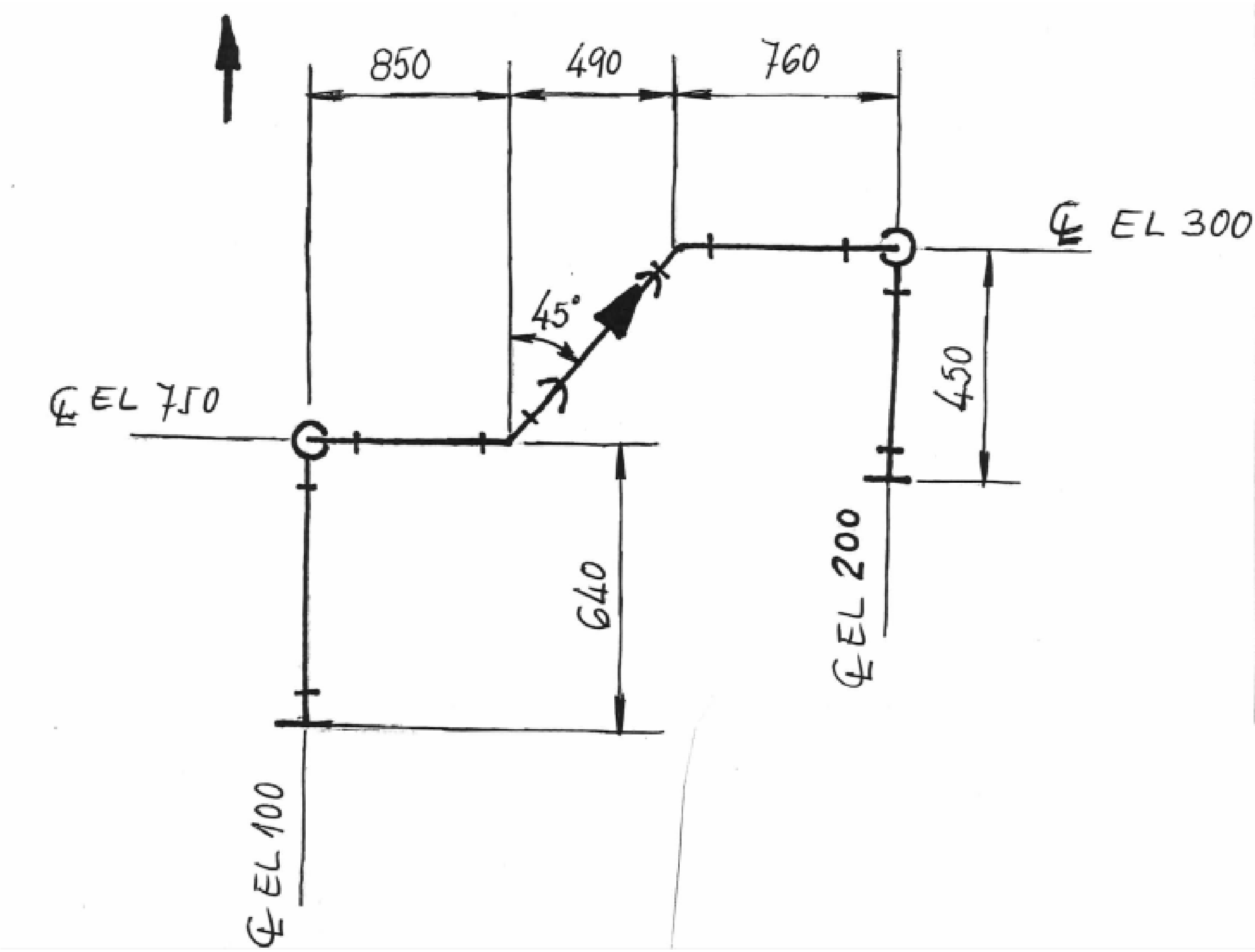


Solución:

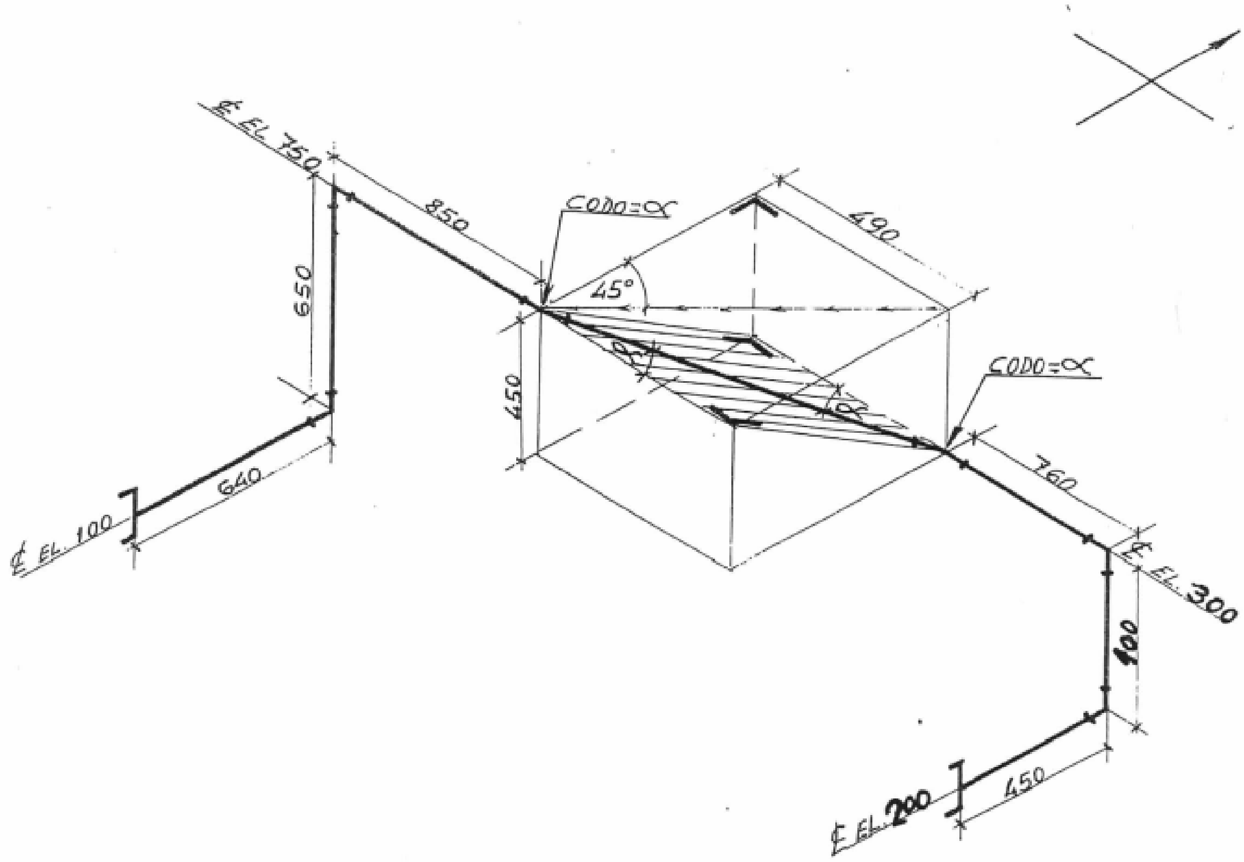
Comparar con el resultado final.



Ejercicio

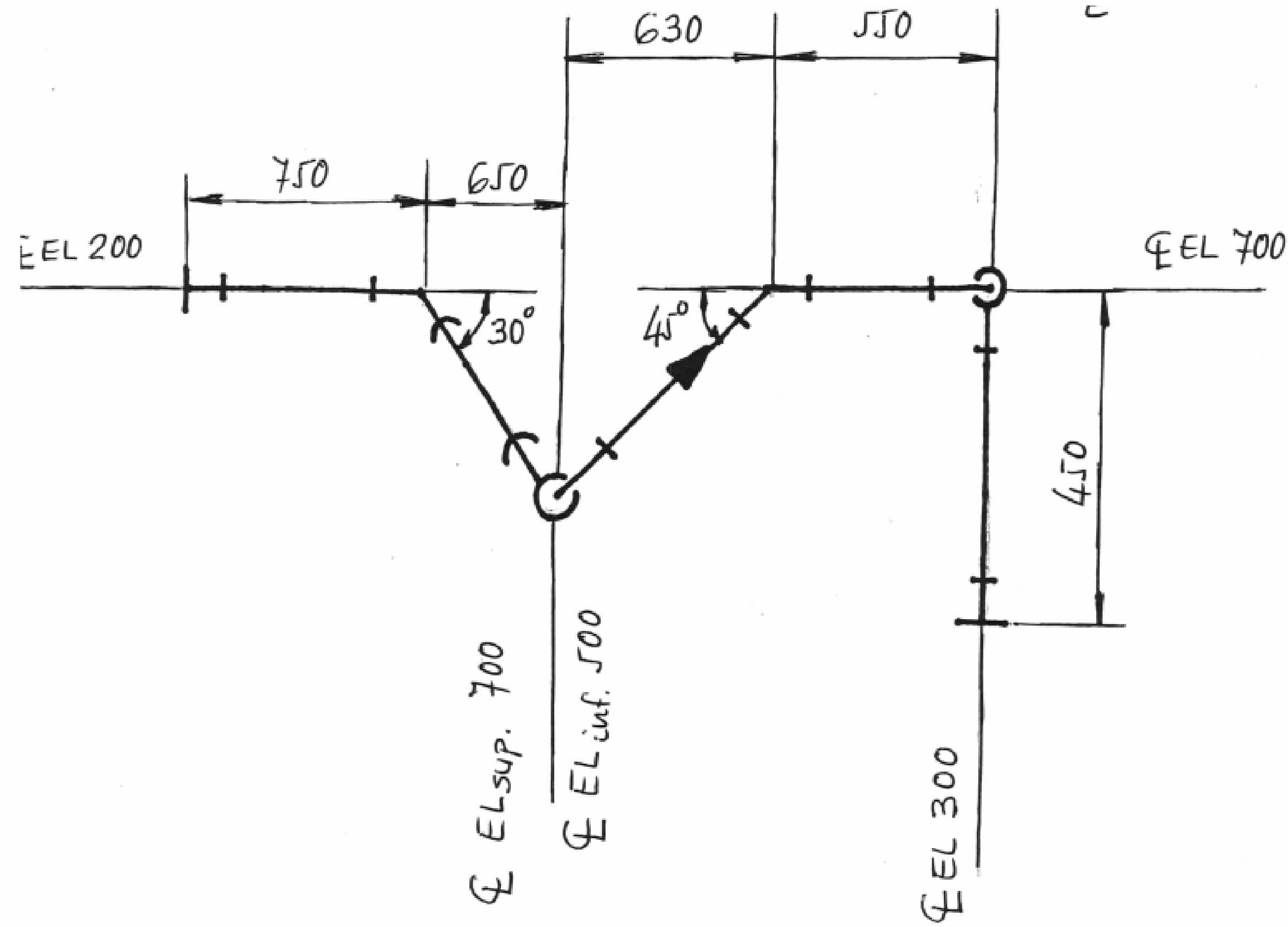


Solución:

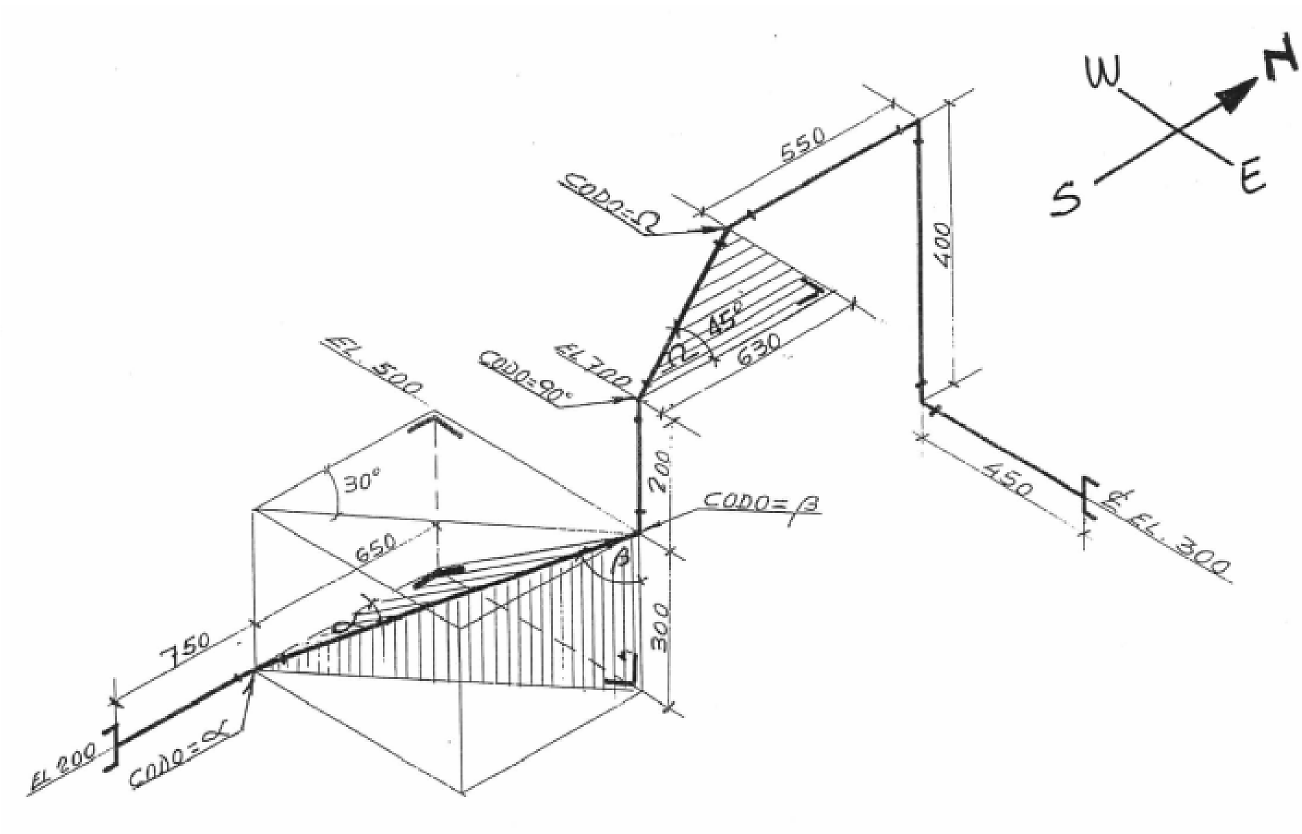


℄ EL 750
850
650
CODO=α
45°
490
450
CODO=α
760
℄ EL 300
100
640
℄ EL 100
450
℄ EL 200

Ejercicio

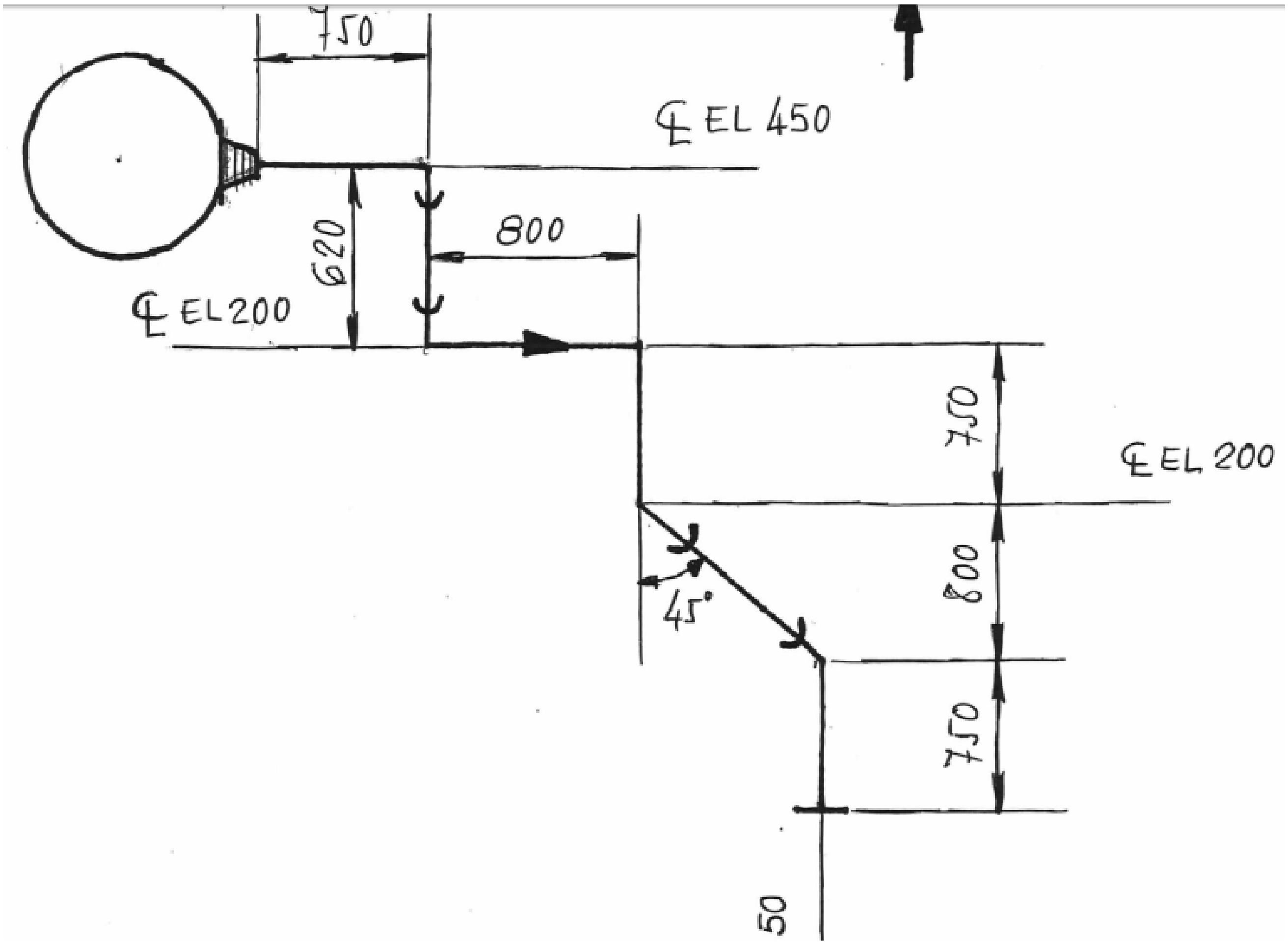

630
550
750
650
℄ EL 200
℄ EL 700
30°
45°
450
℄ ELsup. 700
℄ ELinf. 500
℄ EL 300

Solución:

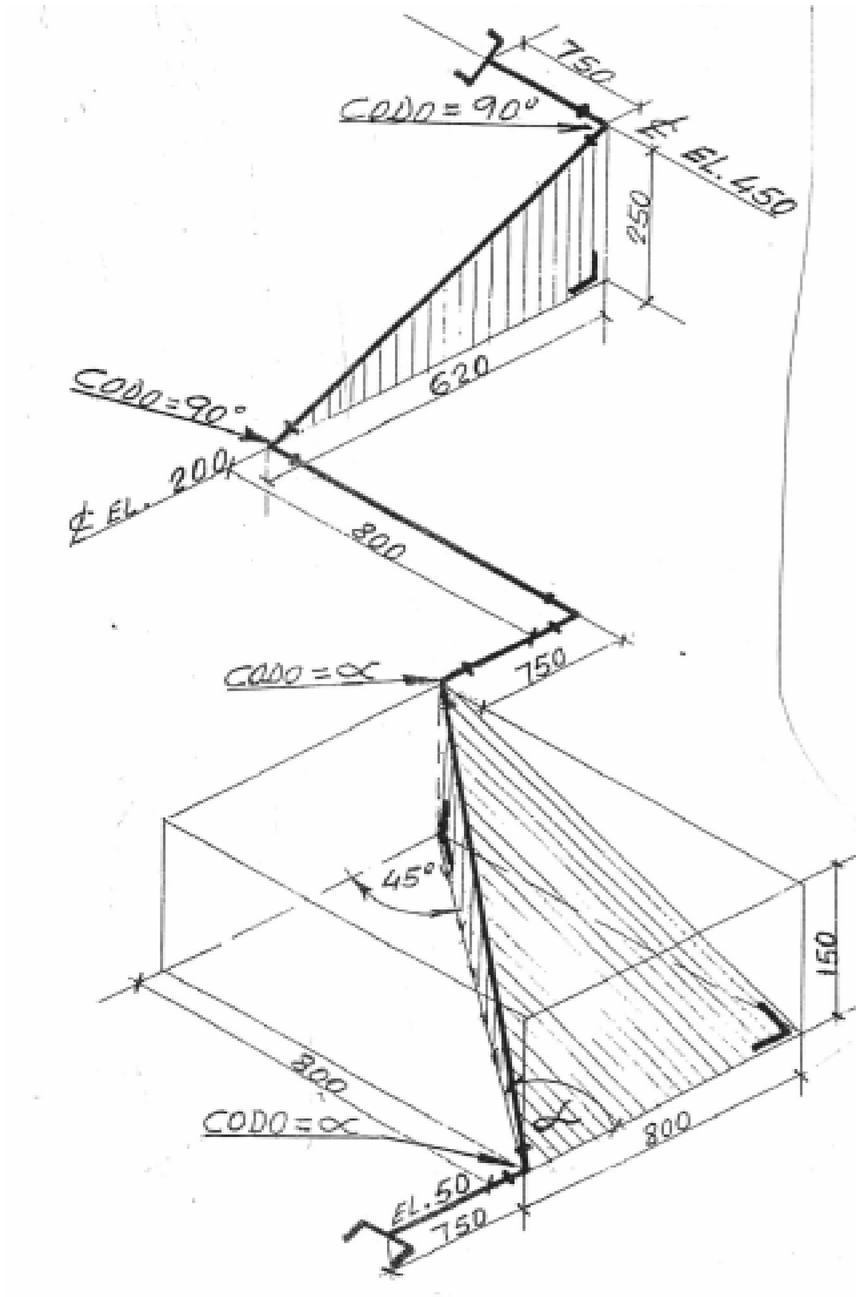


W
N
S
E
550
400
CODO=Ω
45°
630
EL 500
CODO=90°
EL 700
30°
200
CODO=β
650
β
750
300
EL 200
CODO=α
450
EL 300

Ejercicio

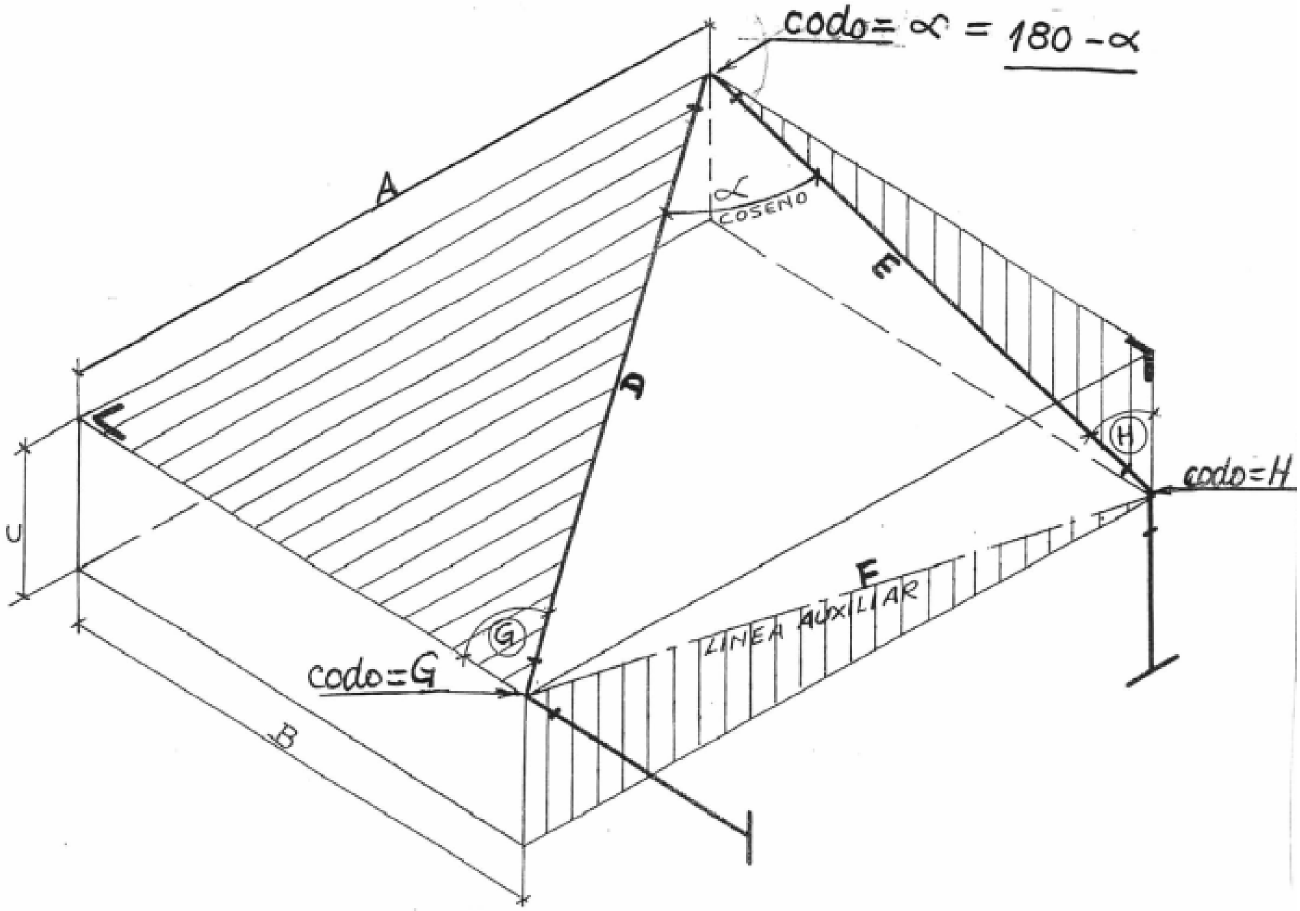


Solución:


750
CODO = 90°
℄ EL. 450
250
620
CODO = 90°
℄ EL. 200
800
CODO = ∝
750
45°
150
800
CODO = ∝
800
EL. 50
750

Seguidamente, procederemos a realizar el cálculo y aplicación del teorema del coseno, en aquellos isométricos, que por su configuración dan lugar a triángulos no rectángulos y que se resolverán mediante éste método. Veremos tres cubos isométricos con los triángulos formados así como las fórmulas que se deben aplicar para su resolución.

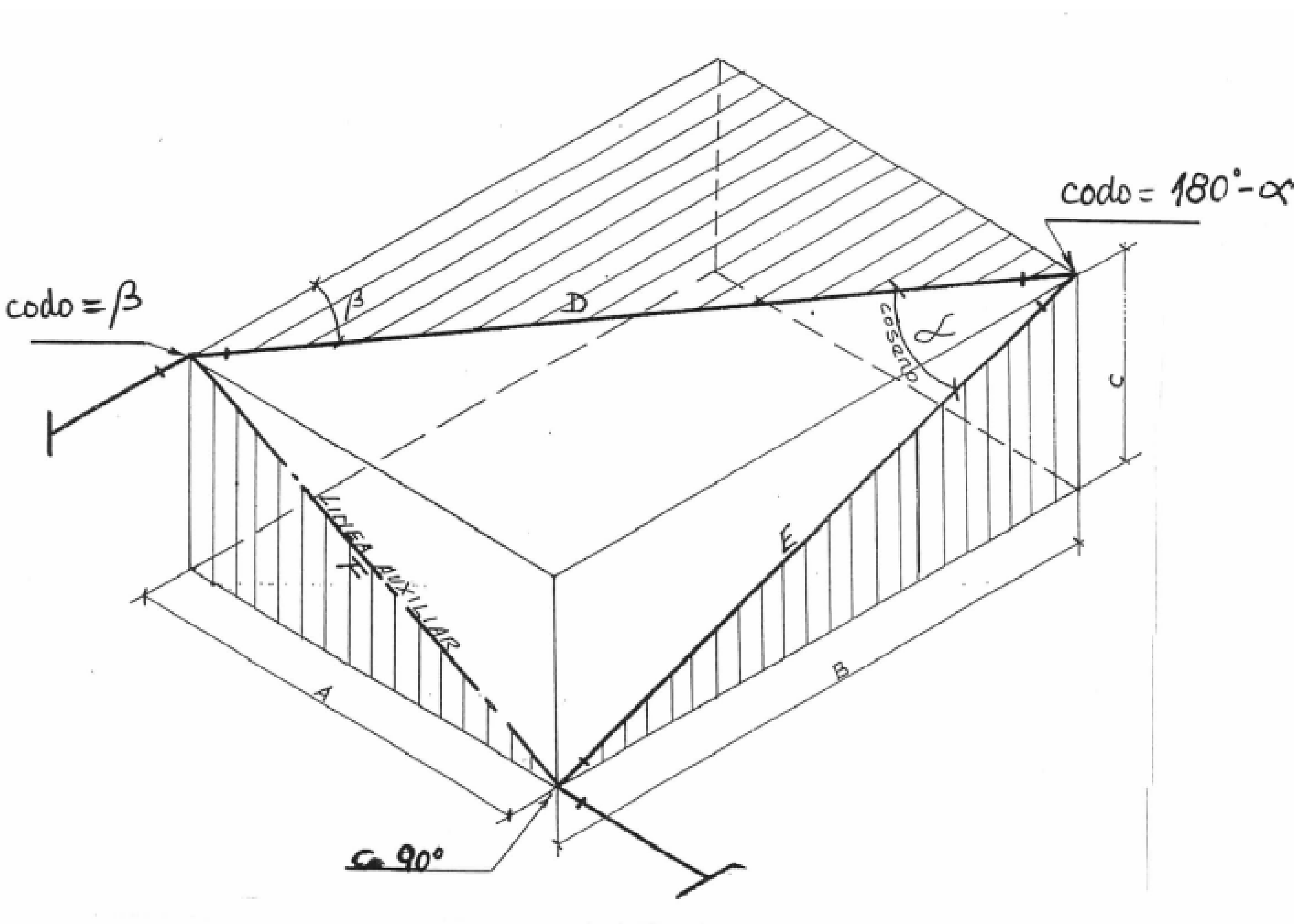
Caso 1



Recordemos que $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$, que todos los ángulos son diferentes entre sí y que ninguno forma 90º.

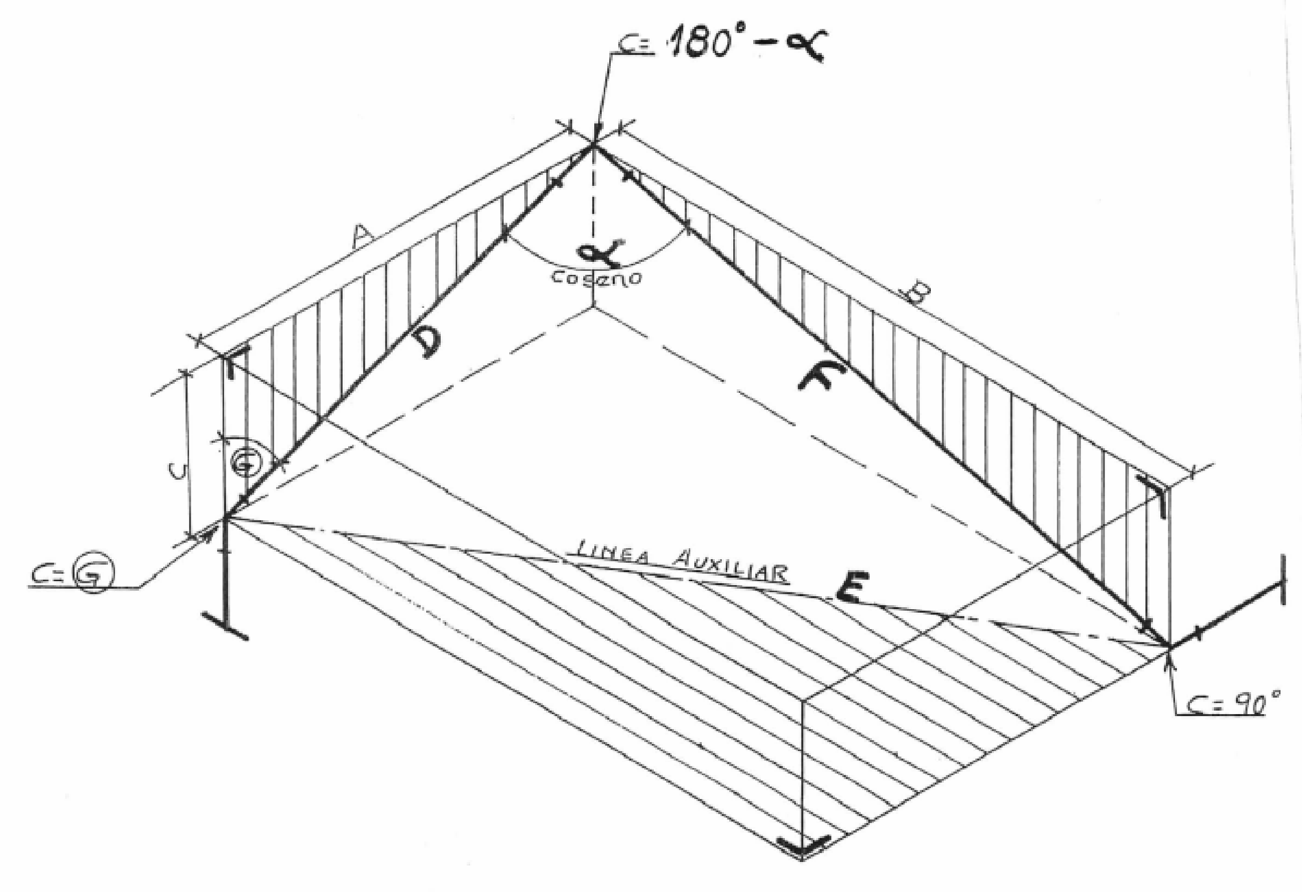
$$\left.\begin{aligned} D &= \sqrt{A^2+B^2} \\ E &= \sqrt{B^2+C^2} \\ F &= \sqrt{A^2+C^2} \end{aligned}\right\} \quad \cos\alpha = \frac{D^2+E^2-F^2}{2.D.E}$$

Caso 2



$$\left.\begin{aligned} F &= \sqrt{B^2+C^2} \\ D &= \sqrt{A^2+C^2} \\ E &= \sqrt{B^2+A^2} \end{aligned}\right\} \qquad \cos\alpha = \frac{D^2+F^2-E^2}{2.D.F}$$

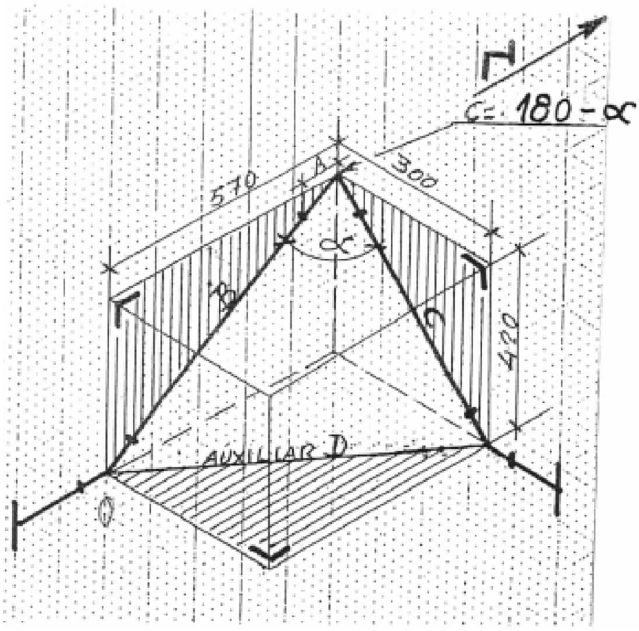
Caso 3

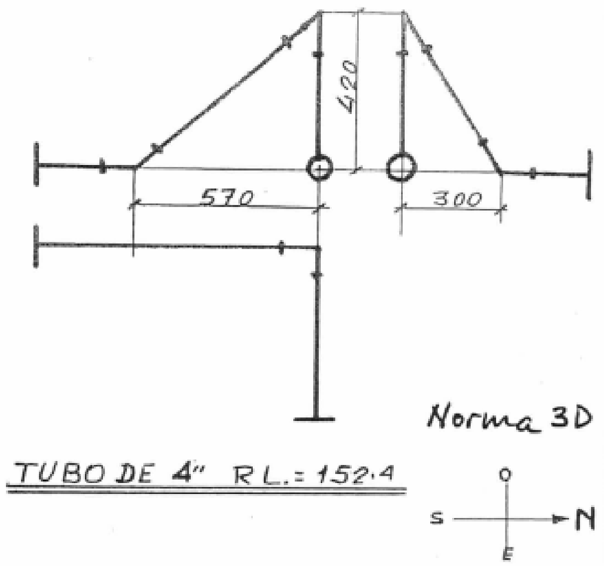


$$F = \sqrt{B^2 + C^2}$$
$$D = \sqrt{A^2 + C^2}$$
$$E = \sqrt{B^2 + A^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{D^2 + F^2 - E^2}{2 \cdot D \cdot F}$$

Vamos a realizar aplicaciones prácticas de los tres casos anteriores, donde debemos averiguar el ángulo del codo y los avances:





Fórmula a aplicar: Caso 3

$$\cos\alpha = \frac{B^2 + C^2 - D^2}{2 \times B \times C}$$

$$B = \sqrt{570^2 + 420^2} = 708$$

$$C = \sqrt{300^2 + 420^2} = 516$$

$$D = \sqrt{570^2 + 300^2} = 644$$

$$\text{arc } \cos\alpha = \frac{708^2 + 516^2 - 644^2}{(2 \times 708 \times 516)} = 61^\circ$$

; como es > 90°, ya que:

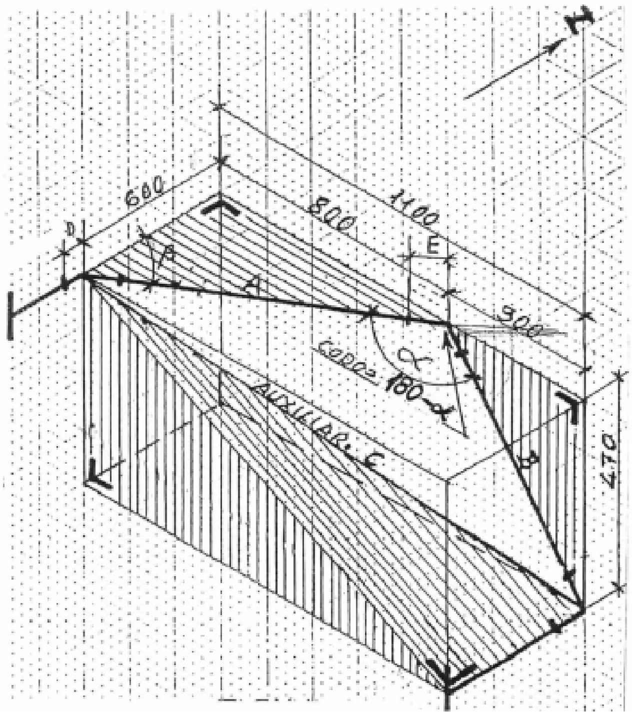
codo = 180° - 61°

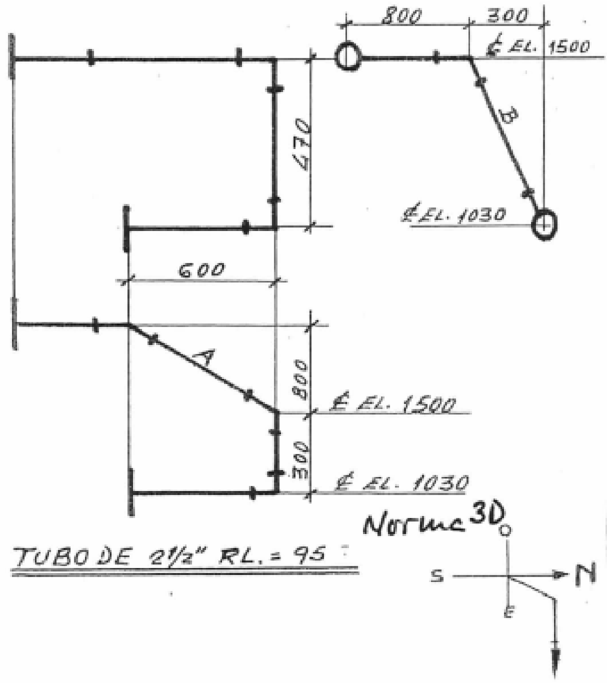
codo = 119°

$$A = \frac{\text{Radio}}{tg\, \alpha/2} = \frac{152.4}{tg\, 61^\circ/2}$$

Avance = 258,7

Ejercicio B





Fórmula a aplicar: Caso 2

$$\cos\alpha = \frac{A^2 + B^2 - C^2}{2 \times A \times B}$$

$$A = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000$$

$$B = \sqrt{300^2 + 470^2} = 557{,}5$$

$$C = \sqrt{600^2 + 1.100^2 + 470^2} = 1.338{,}2$$

$$\alpha = \cos \frac{1000^2 + 557{,}5^2 - 1338{,}2^2}{2 \times 1000 \times 557{,}5} = \text{arc}\cos -0'4304690 = 115{,}5^\circ$$

$$\text{codo} = 180^\circ - 115'5^\circ = 64{,}5^\circ$$

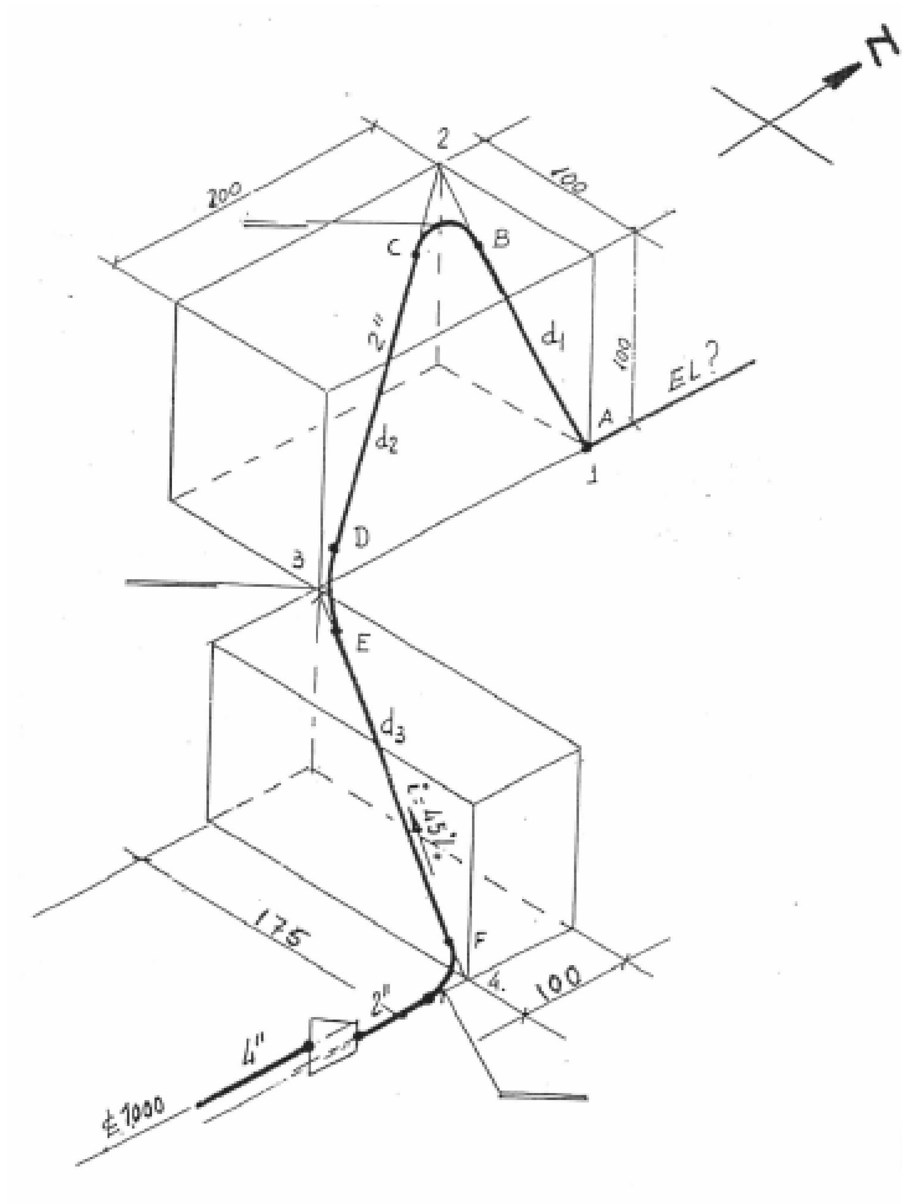
$$\beta = tg \frac{800}{600} = 53{,}1^\circ \quad ; \quad \text{codo} = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ > 90^\circ$$

E) $\text{Avance} = tg \frac{115{,}5^\circ}{2} \times 95{,}0 = \boxed{121{,}5 = A_E}$

D) $\text{Avance} = tg \frac{53{,}1^\circ}{2} \times 95{,}0 = \boxed{47{,}5 = A_D}$

Calcular los codos y avances correspondientes del siguiente dibujo.

Anotar el valor de la elevación superior, así como todos los datos que contribuyan a una mejor interpretación de todo el conjunto. Realizar los cálculos aplicando aquellas fórmulas que mejor se adapten.

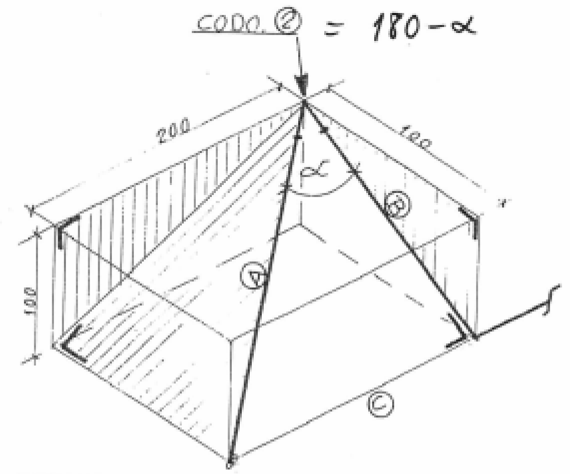


A continuación y utilizando las fórmulas aplicadas en el teorema del coseno resolvemos el ejercicio. Tal y como se aprecia, la tubería pasa de 4" a 2"; por tanto el diámetro exterior será de 60,3, correspondiéndole un radio de 76mm.

CODO1

Tiene 90º y como A=Radio; Avance=60,3mm.

CODO2



$$A = \sqrt{200^2 + 100^2 + 100^2} = 245$$

$$B = \sqrt{100^2 + 100^2} = 141{,}4$$

$$C = 200$$

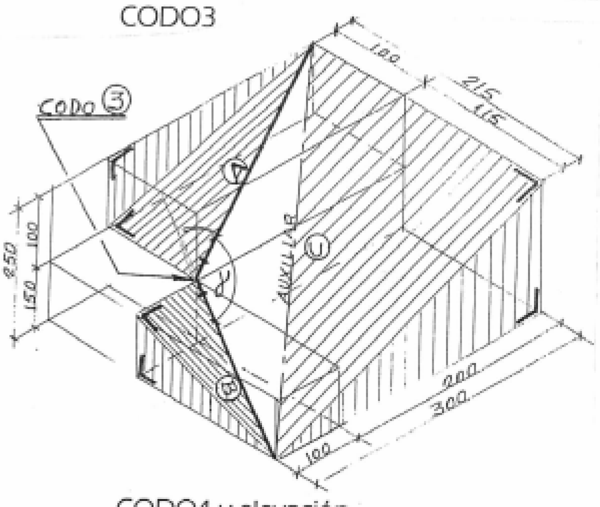
$$codo = 180^\circ - \alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{245^2 + 141{,}4^2 - 200^2}{2 \times 245 \times 141{,}4}$$

$$\alpha \simeq 60^\circ$$

$$CODO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

CODO3



$$A = \sqrt{200^2 + 100^2 + 100^2} = 245$$

$$B = \sqrt{115^2 + 100^2 + 150^2} = 214$$

$$C = \sqrt{300^2 + 215^2 + 250^2} = 446$$

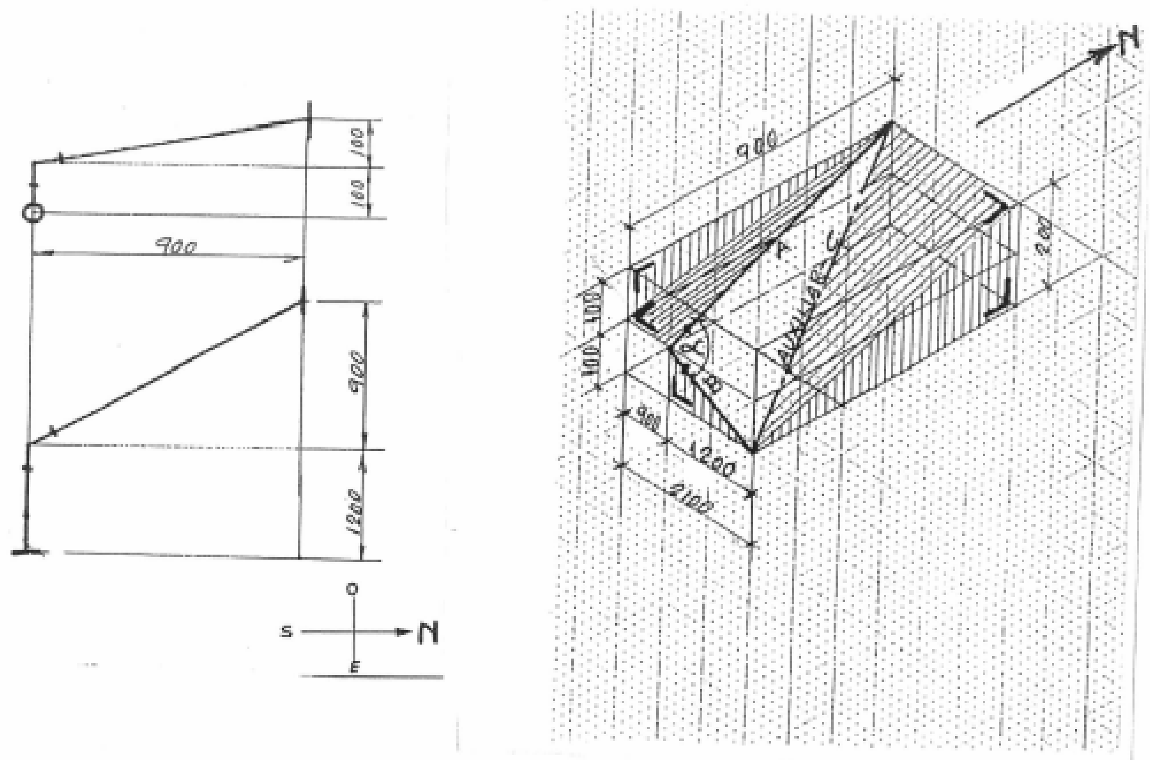
$$\cos\alpha = \frac{245^2 + 214^2 - 446^2}{2 \times 245 \times 214} = 152{,}60^\circ$$

$$codo = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 152{,}60^\circ$$

$$CODO = \underline{27{,}5^\circ}$$

CODO4 y elevación

Ejercicio c



En este caso, calcular sólo el valor del ángulo α .

$$A = \sqrt{900^2 + 100^2 + 900^2} = 1.277$$

$$B = \sqrt{100^2 + 1200^2} = 1.204$$

$$C = \sqrt{900^2 + 200^2 + 2.100^2} = 2.293$$

$$\alpha = \frac{A^2 + B^2 - C^2}{2 \cdot A \cdot B} = \frac{1.277^2 + 1.204^2 - 2.293^2}{2 \times 1.277 \times 1.204} = 135^\circ$$

Por tanto codo=180º - 135º = 45º