¿POR QUÉ MEDIR EN MATEMÁTICAS?

CENTRO DE FORMACIÓN E RECURSOS DE FERROL

Febreiro, 2025

Pablo Beltrán-Pellicer

pbeltran@unizar.es

@pbeltranp

https://tierradenumeros.com

Universidad Zaragoza 1474

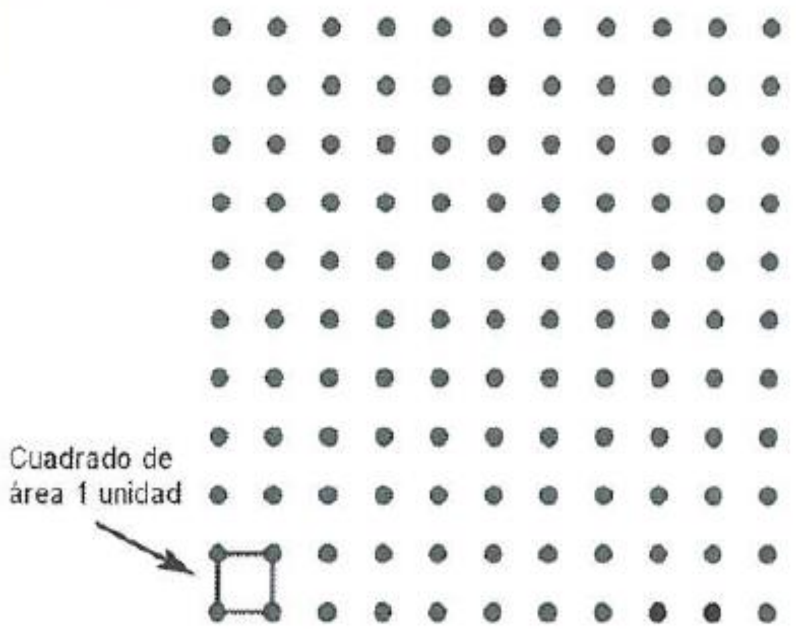
Tres palabras que relaciones con la medida

¿Por qué medir en matemáticas?

A modo de recordatorio… ¿esto es medida o geometría? ¿Sentido de la medida o sentido espacial?

Si es posible, dibuja un cuadrado de área igual a 20 unidades en la siguiente trama cuadrada, de tal manera que los vértices del cuadrado caigan en puntos de dicha trama.

Justifica tu respuesta, tanto si es posible como si no.



• No creo que sea posible porque el area de un cuadrado es x^2 = area y si el area es igual a 20 la ecuación $x^2 = 20$ da ún- resultado con decimales. ej $x^2 + 0 = 20$

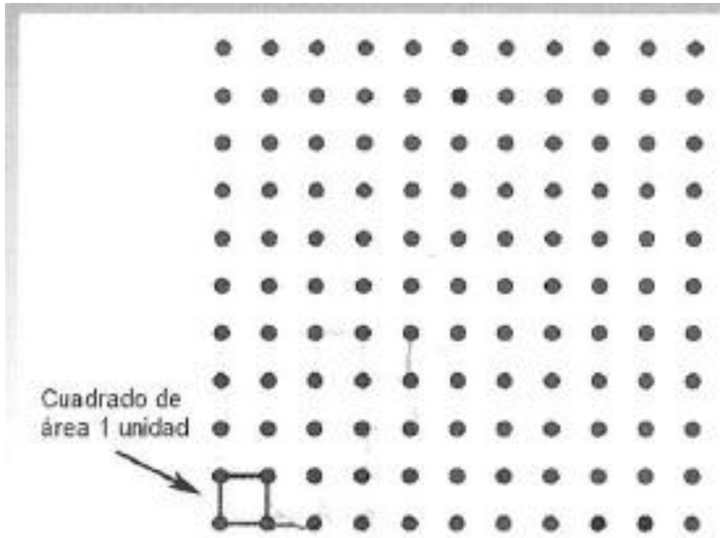
$$\frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{-0 \pm \sqrt{24}}{2}$$

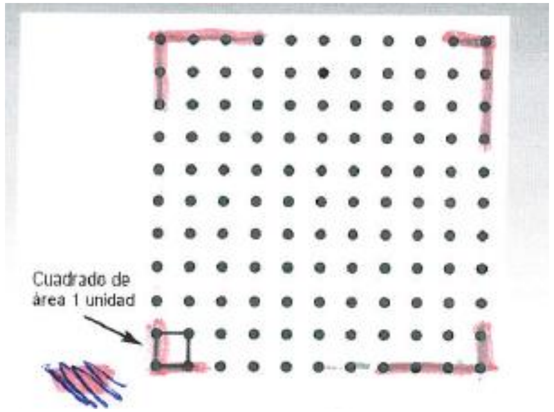
$$\frac{-0 \pm 4,899}{2}$$

$S^1 = 2,45$

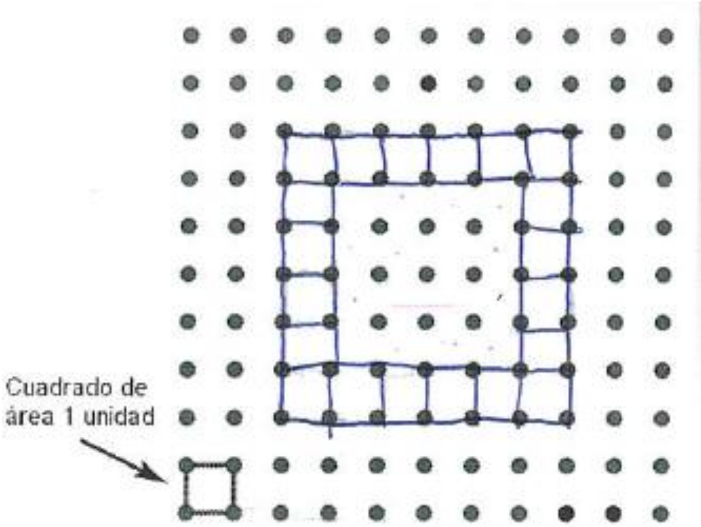
$S^2 = -2,45$



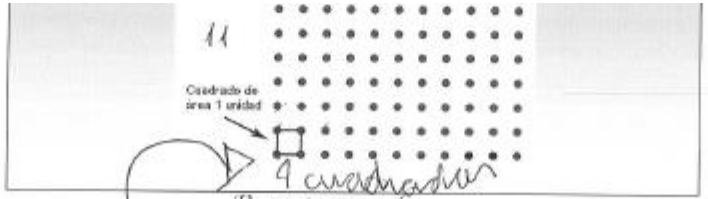
y con los términos explicados en el texto de arriba sería imposible



Tecnicamente es un cuadrado no unido.

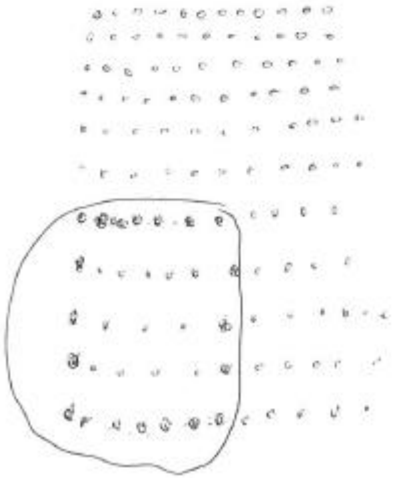


He formado un cuadrado sin rellenar que está formado por el borde 20 cuadrados



Respuesta razonada

121



daría 21

No es posible porque el número 11 es impar y el 20 es impar, o al menos lo que e entendido yo si una unidad son 4 cuadrados como en la imagen, 20 unidades sera mas de 2 millones de circulitos, nose

1 = 4 → una unidad
2 = 8
3 = 16
4 = 32
5 = 64
6 = 128
7 = 256
8 = 512
9 = 1024
10 = 2048
11 = 4096
12 = 8192
13 = 16,384
14 = 32,768
15 = 65,536
16 = 131072
17 = 262144
18 = 524288
19 = 1.048.576
20 = 2.097.152

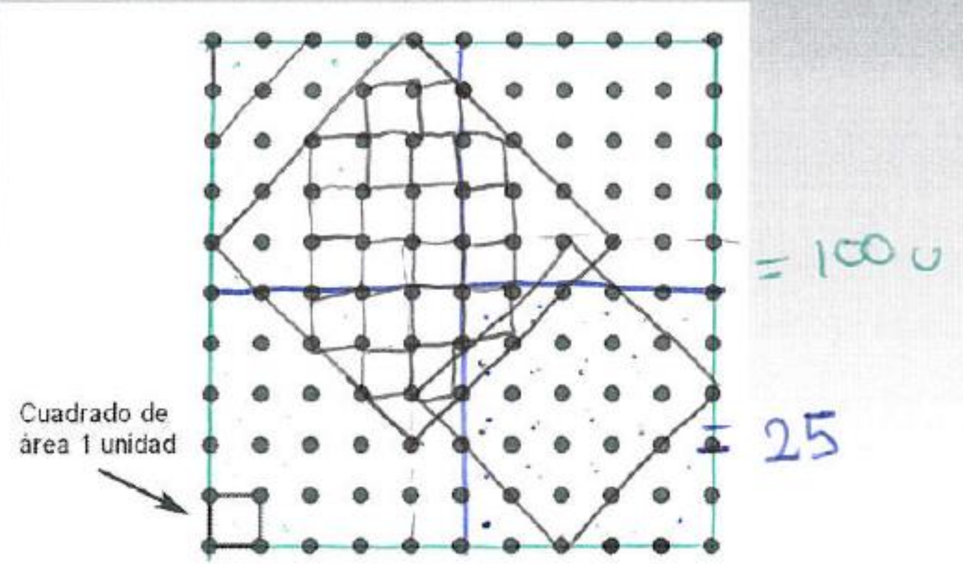
20 unidades

olimpiada
Matemática
aragonesa
XXXI
Fase semifinal
19 de abril de 2025

Problema 6 *Cuadrado en trama cuadrada*

Si es posible, dibuja un cuadrado de área igual a 20 unidades en la siguiente trama cuadrada, de tal manera que los vértices del cuadrado caigan en puntos de dicha trama.

Justifica tu respuesta, tanto si es posible como si no.



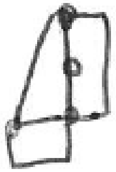
Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Lo siento, soy alumna de un curso menos. No lo he dado en clase.

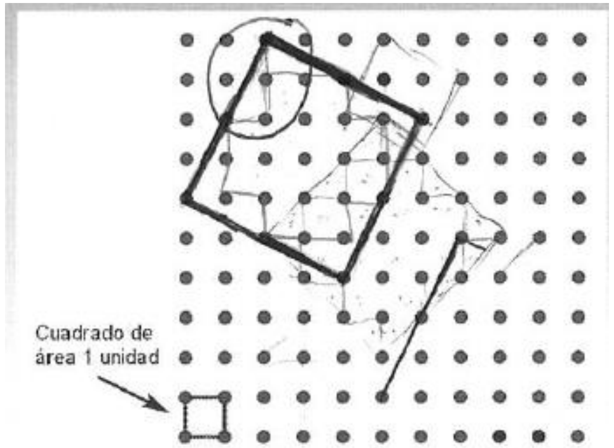
Respuesta razonada

Solución: No, no es posible ya que la raiz cuadrada de 20 da un nº decimal

~~Mon~~ Si, porque en la zona rodeada se puede realizar el teorema de pitágoras lo que nos da que la longitud de la



$$a^2+b^2=c^2$$
$$1^2+2^2=c^2$$
$$1+4=c^2$$
$$5=c^2$$
$$\sqrt{5}=c$$



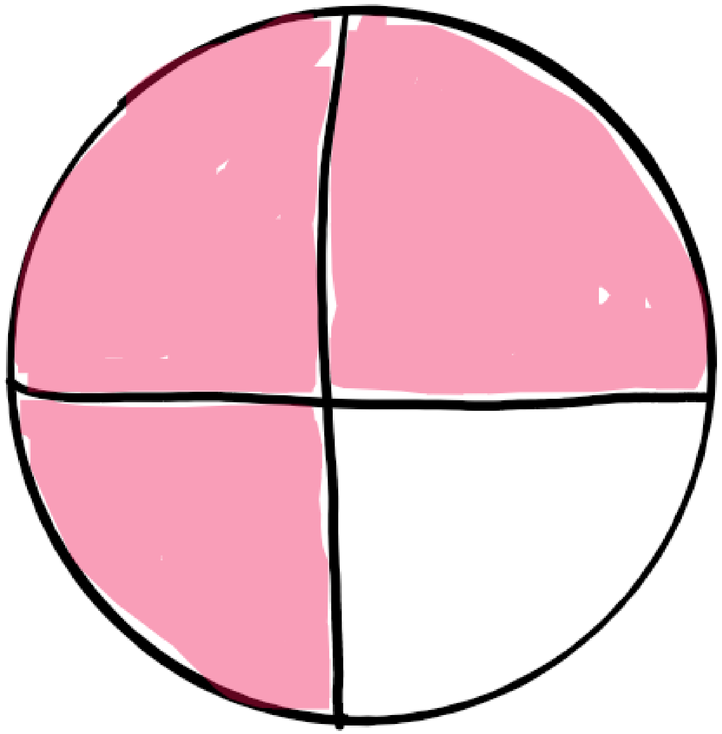
hipotenusa es de $\sqrt{5}$ y como esa longitud es la mitad del lado se añade otra vez $\sqrt{5}$ lo que nos da que un lado es $2\sqrt{5}$ y como el área de un cuadrado es lado por lado se ~~mole~~ multipica $2\sqrt{5}$ lo que nos da $2\sqrt{5}^2$ y tras resolver nos da

$(2\sqrt{5})^2$ ~~$4\sqrt{20}$~~ $= 4\cdot 5 = 20.$

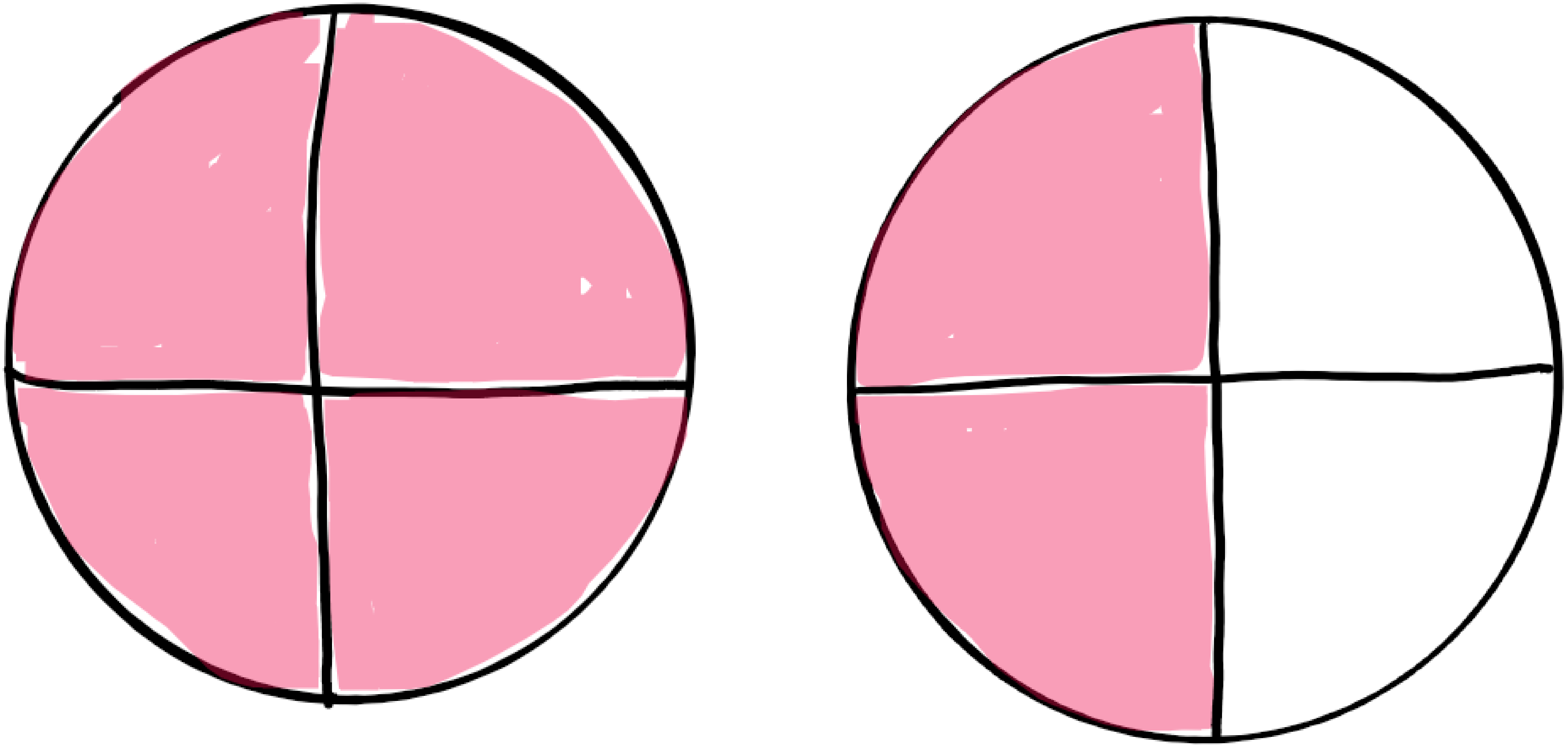

NYPD
MEDIDA
GEOMETRÍA
imgflip.com

La didáctica importa

¿Qué fracción representa?



La didáctica importa



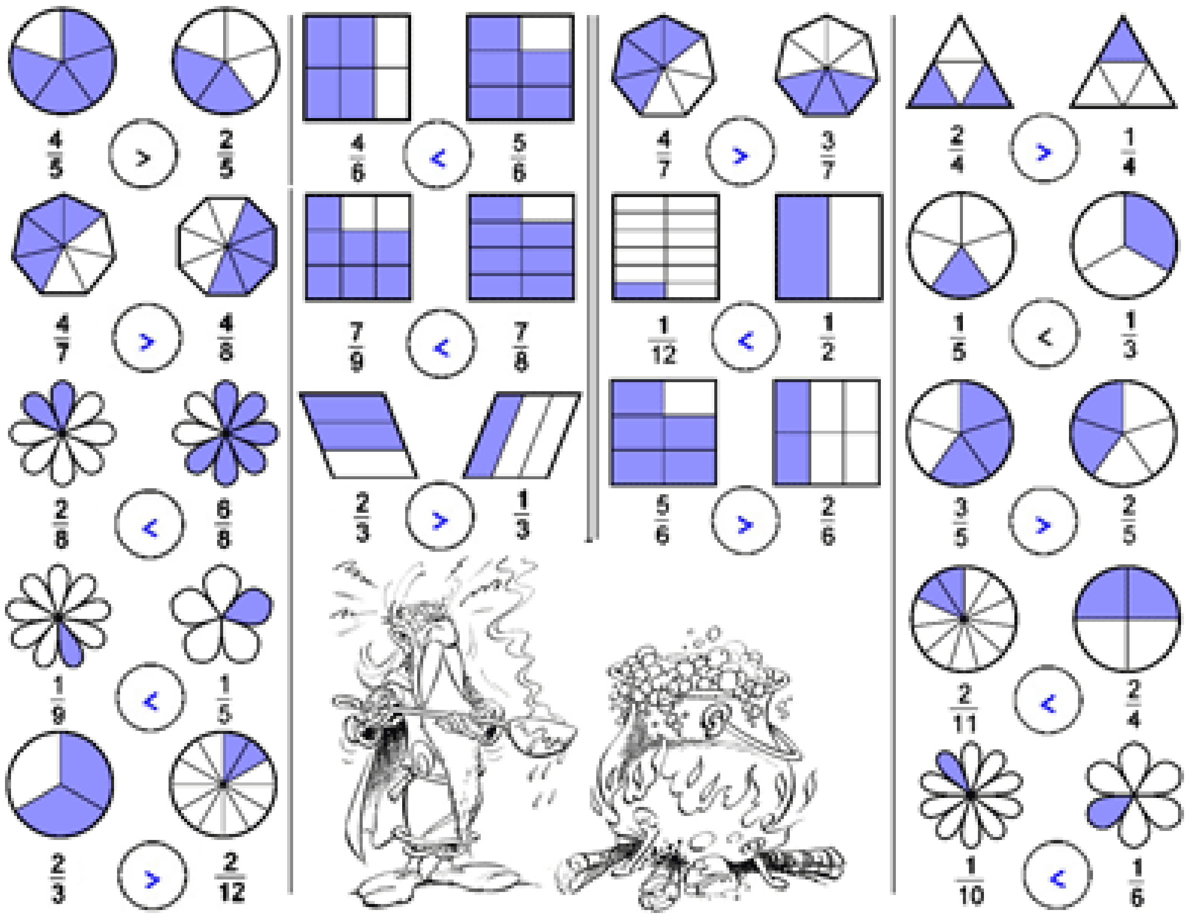

Fracciones propias
Fracciones impropias, algoritmos, propiedades del racional, RP, etc.
Parte-todo
Parte-todo
imgflip.com

Recuerdos del ayer

https://www.researchgate.net/publication/357278703_Recuerdos_del_ayer

La ruptura con los números naturales es origen de obstáculos

- Comparación de los números
  - ¿Es mayor un número decimal más largo que otro?
  - ¿Es mayor una fracción con números más grandes que otra con más pequeños?
- Concepto de densidad en los racionales.
  - ¿Hay números entre 3/5 y 4/5?
  - ¿Es 1,3 el siguiente a 1,2?
- Efecto de las operaciones de multiplicación y división:
  - ¿La multiplicación aumenta y la división disminuye?
- ¿Significan lo mismo estas operaciones en los naturales que en los racionales?
  - ¿Qué significa ahora 7/3 x 8/5?



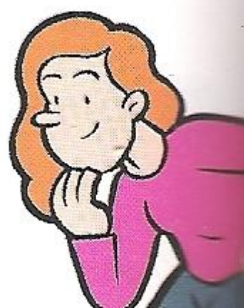
58 **Divide** las siguientes fracciones y **clasifica** el resultado:

a) $\frac{28}{4}$

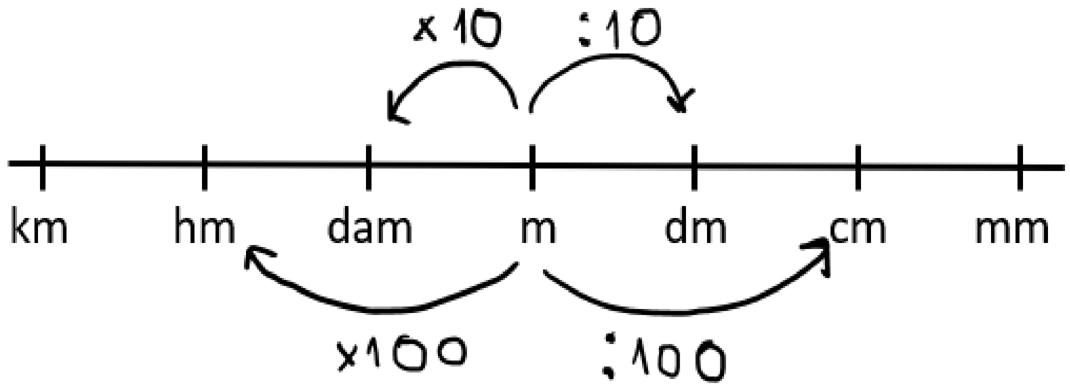
b) $\frac{3}{20}$

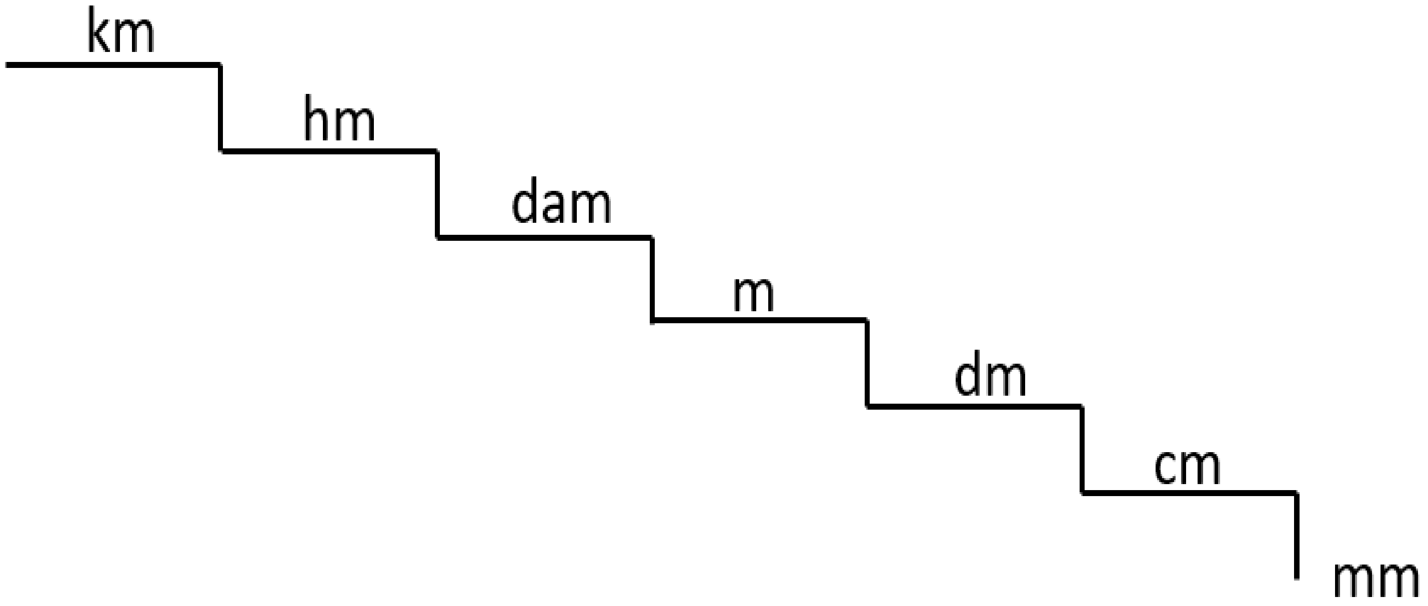
c) $\frac{2}{9}$

d) $\frac{7}{6}$



Sentido de la medida





Números racionales (positivos)

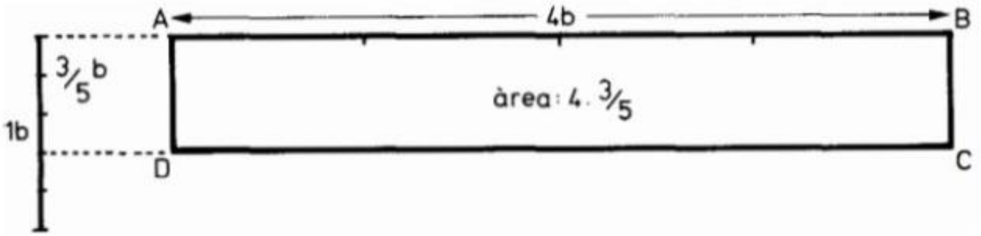
Están presentes desde 2º ciclo de EP hasta 4º ESO (y más allá).

B. Sentido de la medida	
El sentido de la medida va mucho más allá de ser un simple contexto sobre el que hacer operaciones. Es la base sobre la que se construyen muchas de las grandes ideas de las matemáticas. Quizás, el mejor ejemplo de ello sea la abstracción paulatina del número racional, a través de sus diferentes representaciones (fracciones, decimales, etc.). En el primer ciclo de Educación Primaria se debe continuar la línea iniciada en Educación Infantil sobre magnitudes y medida. Los procesos de comparación y de medida deben realizarse en su totalidad, verbalizando las acciones que se realizan y reflexionando sobre estas. Hay que tener en cuenta que cada magnitud tiene asociadas unas acciones y un vocabulario específico, por lo que las situaciones de aprendizaje deben ser ricas y variadas en este sentido. La estimación será un estupendo campo para la exploración que, además de permitir el desarrollo de razonamientos propios, sirve para evaluar el desarrollo del sentido de la medida.	
Conocimientos, destrezas y actitudes	*Orientaciones para la enseñanza*
B.1. Magnitud y medida: – Atributos mensurables de los objetos (longitud, masa, capacidad), distancias y tiempos. – Unidades convencionales (metro, kilo y litro) y no convencionales en situaciones de la vida cotidiana.	Las situaciones de identificación y conservación de la magnitud son situaciones que ponen al alumnado ante la problemática de abstraer que hay una cualidad que se mantiene constante, que no varía, a pesar de que haya otras características del objeto que sí lo hagan. La conservación de la cardinalidad y de la longitud son las primeras en desarrollarse. En cambio, la conservación del área y del volumen es más tardía, culminando en torno al final de la educación primaria. A continuación, exponemos algunas actividades que involucran situaciones de conservación, comparación y medida con unidades arbitrarias, para la magnitud masa. Se recomienda utilizar materiales como plastilina o grupos de policubos, pues permiten cambiar de forma manteniendo la misma cantidad de masa. Para evaluar los conocimientos previos del alumnado y su competencia relacionada con el sentido de la medida, se plantean actividades de sopesado de dos objetos, usando las manos como platillos de una balanza, para averiguar cuál es el más pesado y cuál es el más ligero. Actividades para comprender y ampliar el vocabulario relacionado con la magnitud: más

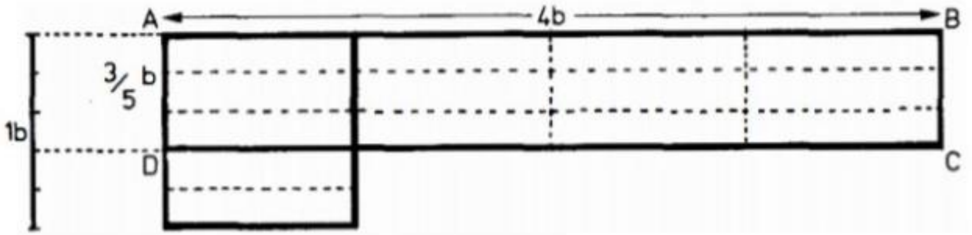
https://educa.aragon.es/en/-/normativa-primaria

¿Vamos a contar algo nuevo? Sí y no.

Podem també donar una imatge gràfica de la multiplicació d'un enter per una fracció. Hem de calcular l'àrea d'un rectangle de costats 3/5 i 4 respectivament.



Per comparar la superfície del rectangle *ABCD* amb la unitat de superfície fem les divisions que indica la figura.



a) Quina superfície té cada un dels petits rectangles? Per què?

https://www.grupzero.cat/llibres/

https://twitter.com/druizaguilera/status/1260864219215429633

Números racionales (positivos)

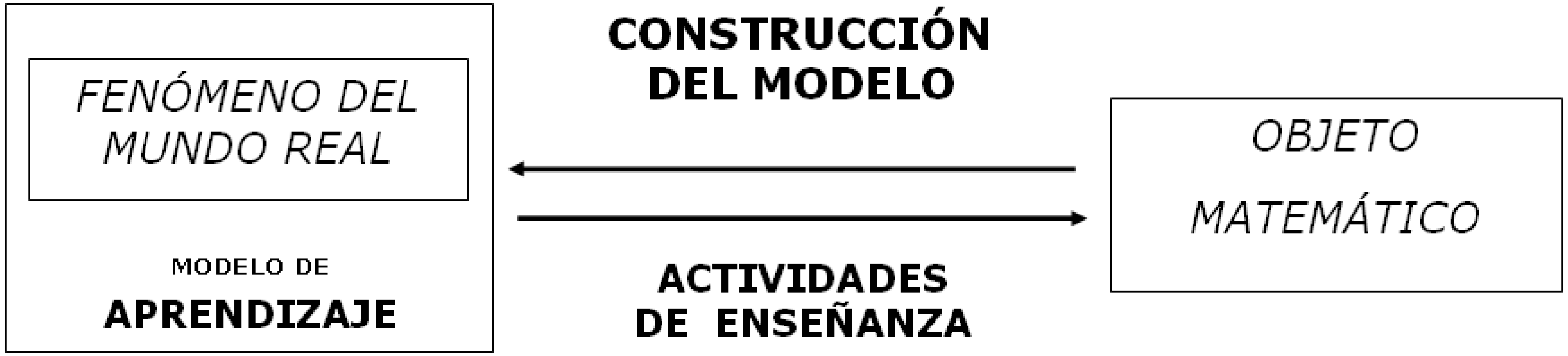
¿De cuántas formas podemos ***representar*** el número racional «3/4»?

Al problema de la representación hay que añadir uno más importante, el de los **significados** (Escolano, 2007; Gairín y Sancho, 2002; Kieren, 1980; Lamon, 2007; Post y otros, 1982)

- Parte – todo
- Medida
- Cociente partitivo o reparto
- Razón
- Operador

Modelo de aprendizaje

Gairín (2004)



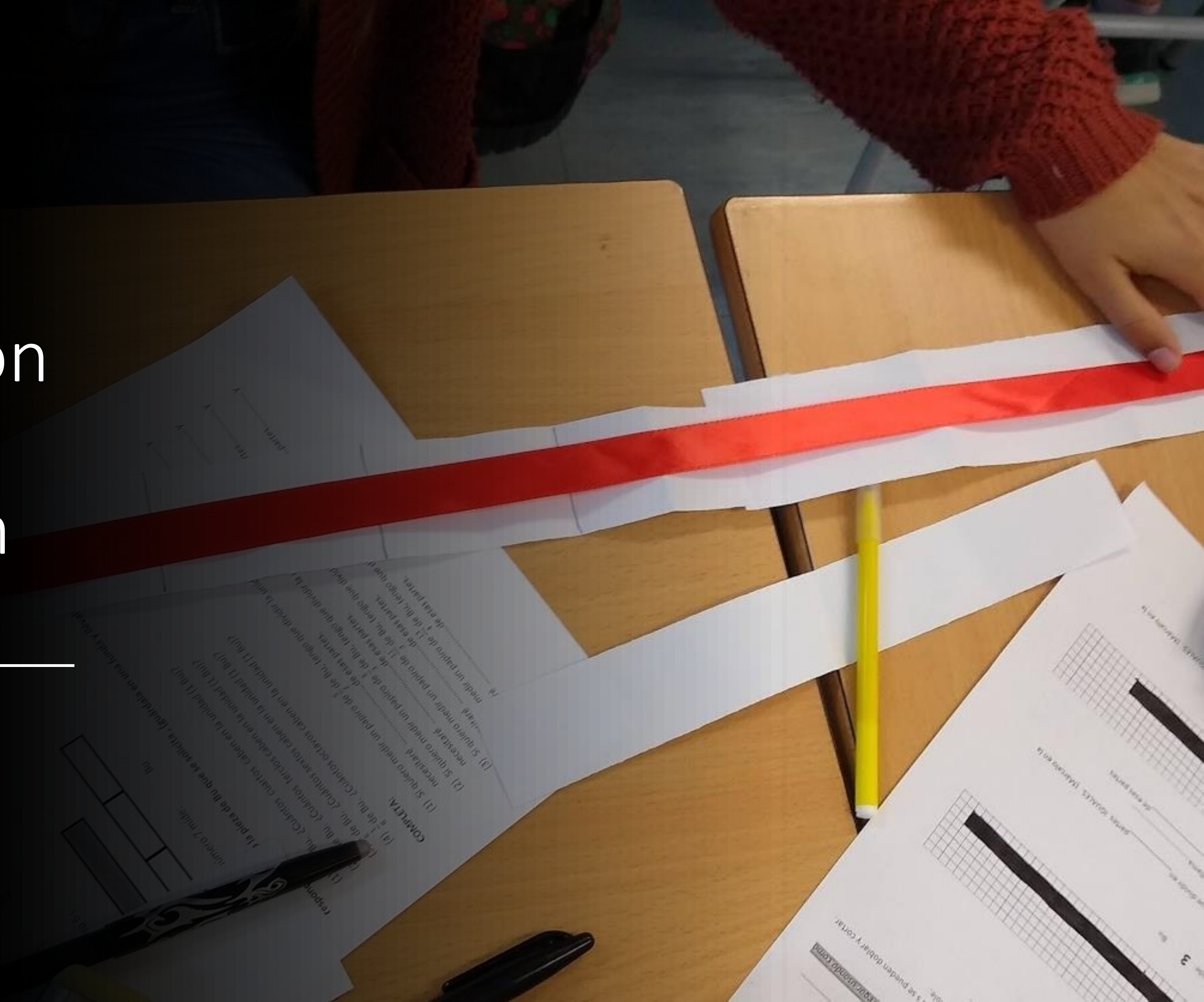
Un modelo muestra *algunos* aspectos del objeto matemático.

Conocer las potencialidades y limitaciones de los modelos permite **articular** distintos modelos para el adecuado aprendizaje del objeto matemático.

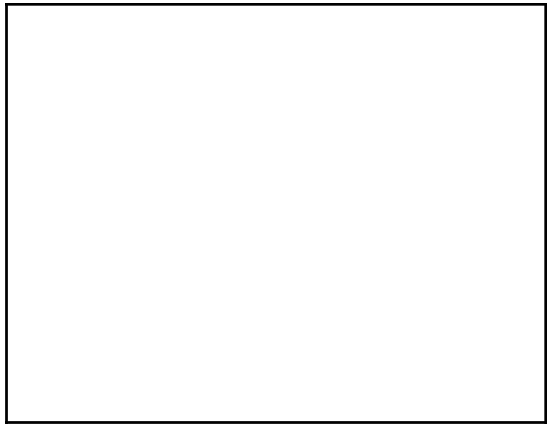
Fases de empleo:

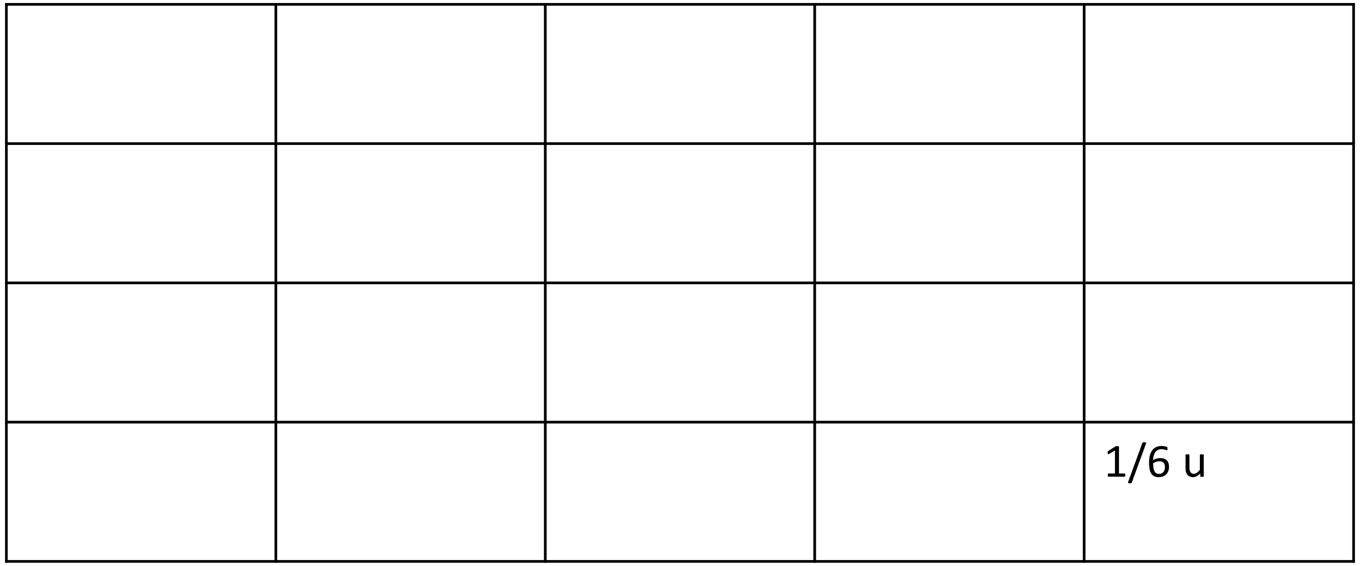
1. Directa o concreta
2. Pictórica
3. Simbólica

¿Cómo podría ser una situación de «primer encuentro» con las fracciones?



TAREA 1



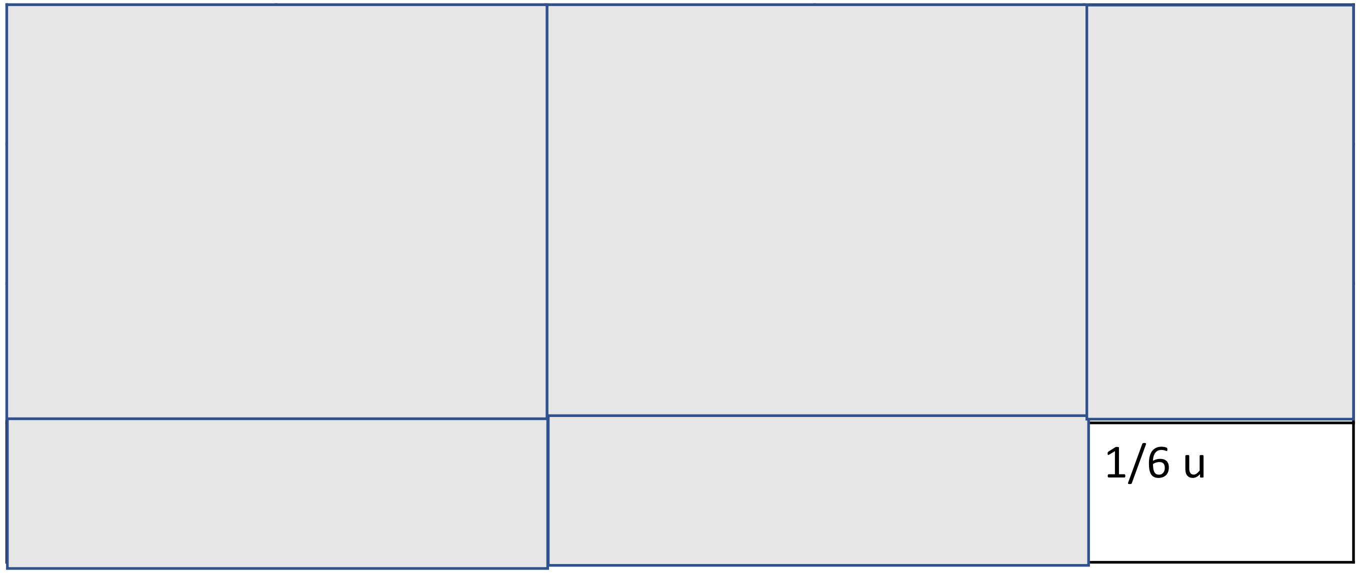


$$\frac{20}{6}\,u$$

TAREA 1

u

TAREA 1



$$\frac{20}{6}\ u$$

$\frac{a}{b}$ u indica la cantidad de magnitud de un “objeto”

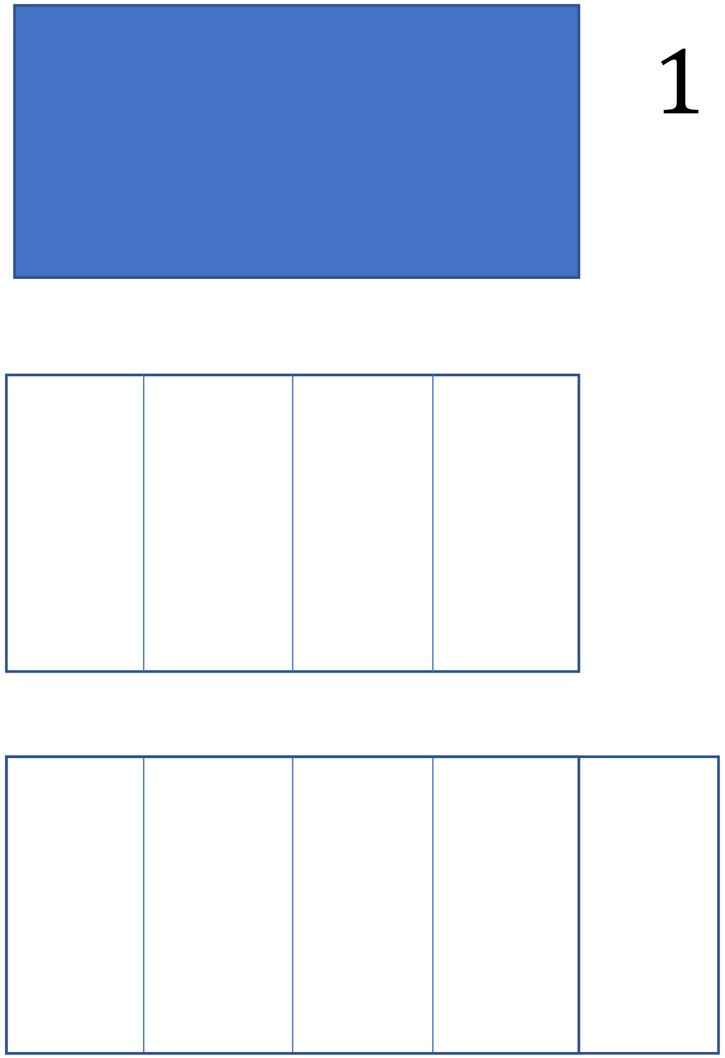
a indica el número de subunidades (piezas) que he necesitado para medir el objeto.

$\frac{1}{b}$ u indica el tamaño de las subunidades (piezas)

b indica el número subunidades necesarias para completar la unidad

TAREA de construcción

$$\frac{5}{4}u$$



$1\ u$

$$\frac{5}{4}u$$

Buscando la unidad perdida

a) El mantel mide $2u_1$

b) El mantel mide $\frac{1}{2}\ u_2$

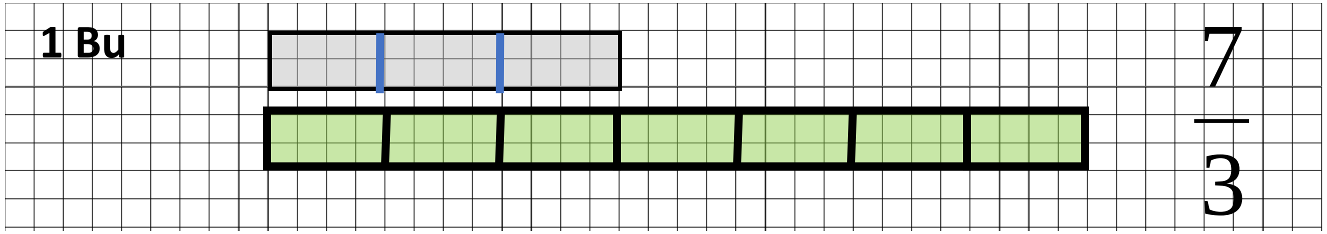
c) El mantel mide $\frac{3}{5}u_3$

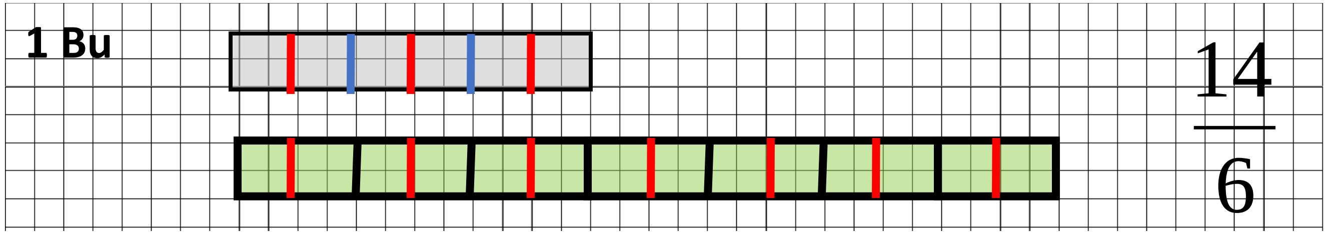
d) El mantel mide $\frac{8}{3}\ u_4$

e) El mantel mide $\frac{6}{5}\ u_5$

Sabiendo que el mantel dibujado mide exactamente $\frac{4}{3}\ u$. Dibuja dos manteles de diferente forma que midan $\frac{5}{4}\ u$. Explicad el razonamiento.

Desde las primeras sesiones





Papiros que miden lo mismo
Las fracciones representan la misma longitud

¿Qué podemos hacer sobre esta idea?

- Orden
- Equivalencias
- Operaciones

¿Verdadero o falso?

$$\frac{a}{a} = a \qquad \frac{0}{a} = 0 \qquad \frac{a}{b} > \frac{a}{b+1} \qquad \frac{a}{b} < \frac{2a}{2b} \qquad \frac{a}{b} < \frac{a-b}{a+b}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{2a}{b+2}$$

Invención de problemas (problem posing)

- Competencia importante para el profesorado.
- Importante también como actividad de clase
  - Tareas abiertas.
  - Alta demanda cognitiva.
  - Habitual en el ejercicio de las matemáticas y de la vida real.
  - Creatividad.
- Momentos: antes, durante y después de la resolución.
  - ¿Evaluar la invención de problemas? (Cai y Silver, 2005)

Problem posing

- Enunciad distintos problemas realistas que se resuelvan mediante la multiplicación de dos fracciones.

Multiplicación de fracciones

Proporcionad un método gráfico en el que las acciones que hagáis se sustenten en el significado de los factores y del producto, para realizar la operación:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$$

a) Cuando 2/3 tiene significado de operador y 5/4 significado de medida

b) Cuando 2/3 y 5/4 tienen significado de medida

Problem posing (división de fracciones)

Inventa y resuelve un problema contextualizado que se resuelva con la siguiente operación:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{4}$$

CONECTANDO REPRESENTACIONES DEL RACIONAL

CENTRO DE FORMACIÓN E RECURSOS DE FERROL

Febreiro, 2025

Pablo Beltrán-Pellicer

pbeltran@unizar.es

@pbeltranp

https://tierradenumeros.com

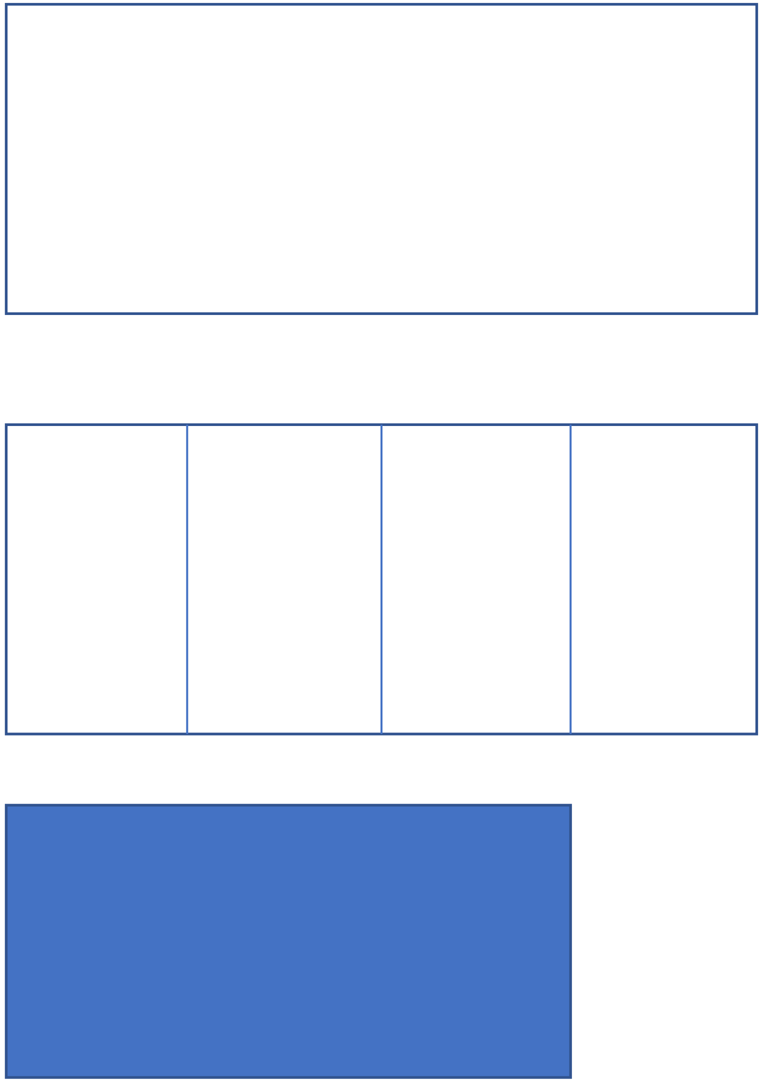
Universidad Zaragoza
1474

O mejor…

¿Para qué el decimal
en secundaria?

TAREA 1

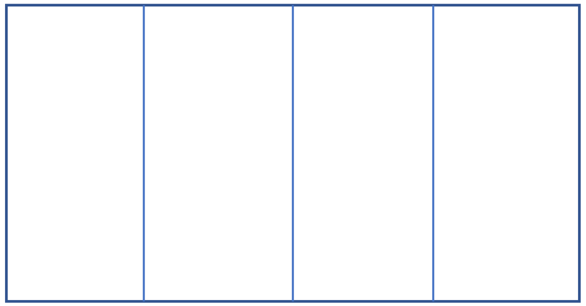
$\frac{4}{3}\,u$



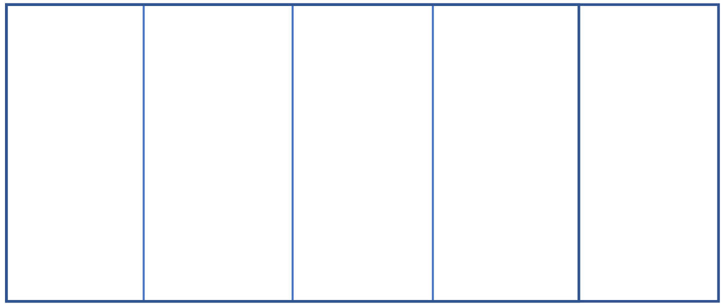
$1u$

TAREA 1

$1\ u$



$\frac{5}{4}u$



Número racional (positivo)

- Presente desde 3º de Primaria hasta 4º de ESO, y más allá.

- Abundantes propiedades como conjunto numérico que no tienen los naturales (la división es interna, densidad – concepto de siguiente, etc.)

- Algoritmos propios y propiedades propias de las operaciones que extienden, pero que no siempre reflejan, las del natural

Número racional (positivo)

Históricamente surge a partir de **tres acciones** propias de las actividades de las sociedades antiguas:

- Medir cantidades de magnitud
- Repartir una cantidad de magnitud en un número entero de partes
- Intercambiar productos (trueque)

(Escolano, 2007)

Presente en distintos contextos **matemáticos** (números, medida, proporcionalidad, semejanza, probabilidad, etc.) y **extra-matemáticos** (física, química, arte, etc.).

Número racional (positivo)

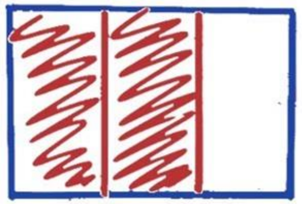
Desde el punto de vista del aprendizaje, envuelve distintos *sistemas de representación* y *registros*:

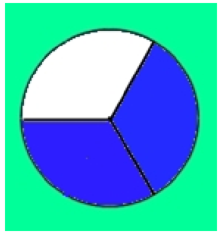
Con cifras

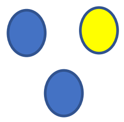
- Fracción
- Número mixto
- Expresión decimal (número decimal)
- ¿Porcentaje?

"dos tercios"

"dos de cada tres"







que son equivalentes

- entre sí $2/3 = 6/9 = 4,\overset{\frown}{9} = 5$ $7,15 = 7,150$
- con otras representaciones

$2/3 = 0,666\ldots = 0,\overset{\frown}{6}$

Número racional (positivo)

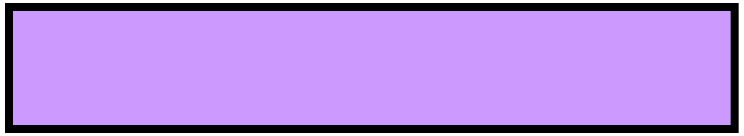
Cinco *significados* asociados (fracción)

- Parte-todo
- Medida
- Cociente
- Razón
- Operador

(Kieren, 1980; Post y otros, 1982; Lamon, 2007;
Gairín y Sancho, 2002; Escolano, 2007)

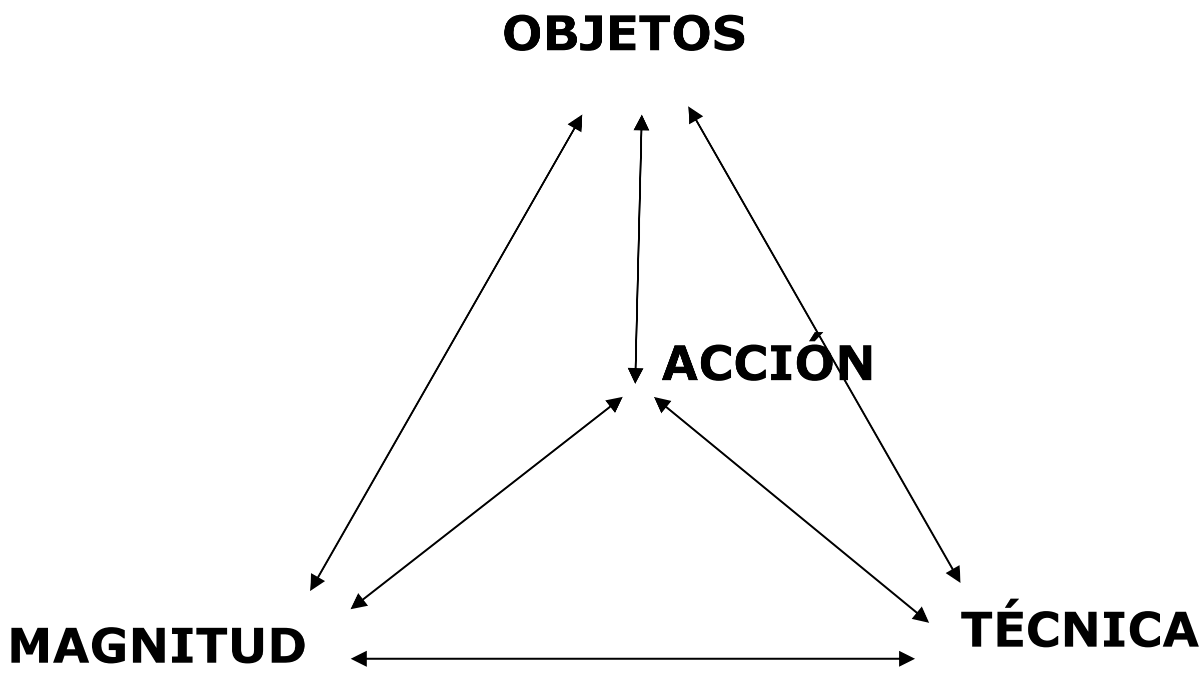
Medida

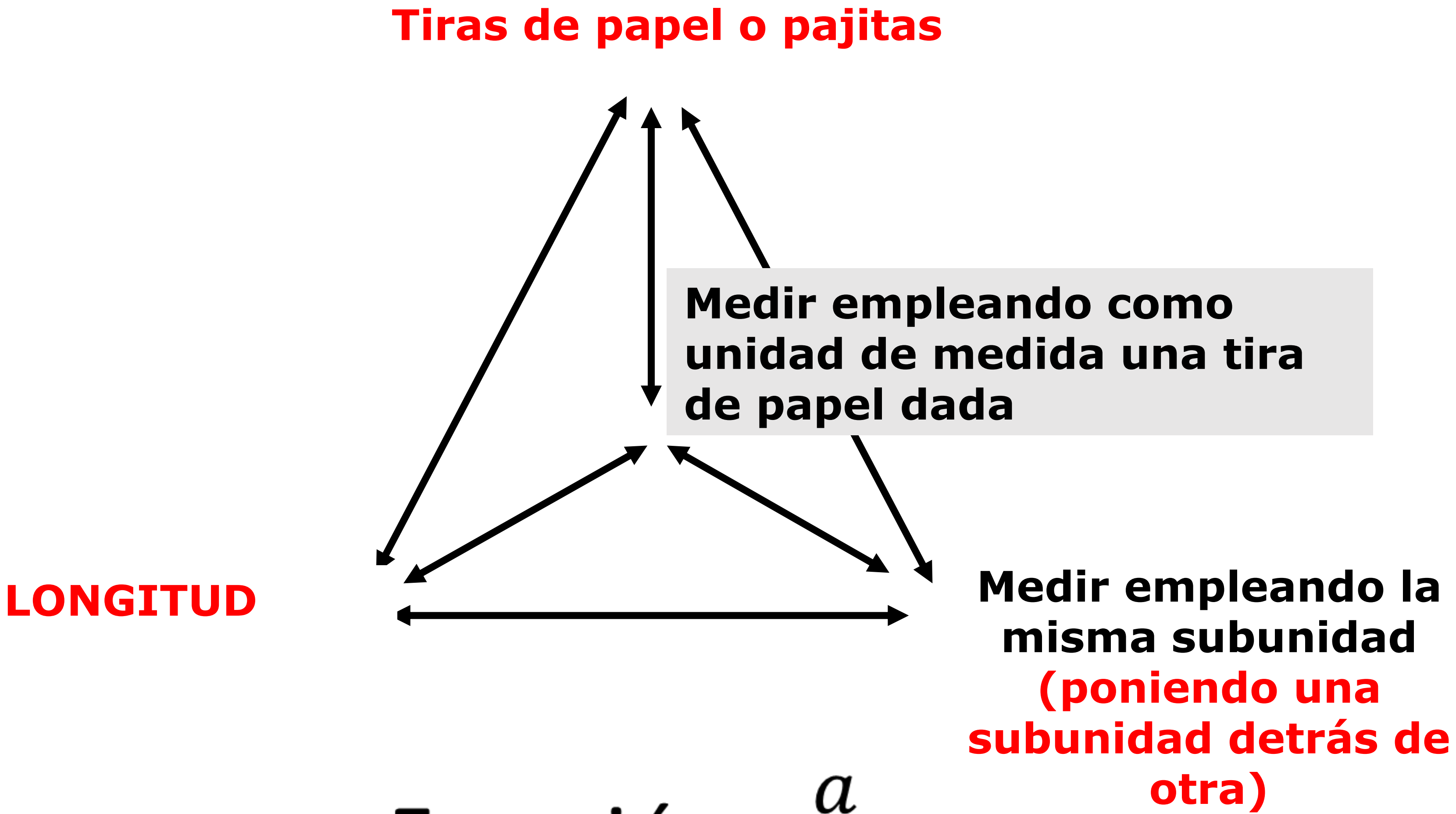
¿Cuánta área tiene esta tira de papel



tomando como unidad de medida el área de esta otra?

Medir una determinada cantidad de magnitud tomando otra como unidad de medida.


OBJETOS
ACCIÓN
MAGNITUD
TÉCNICA



Fracción: $\frac{a}{b}u$

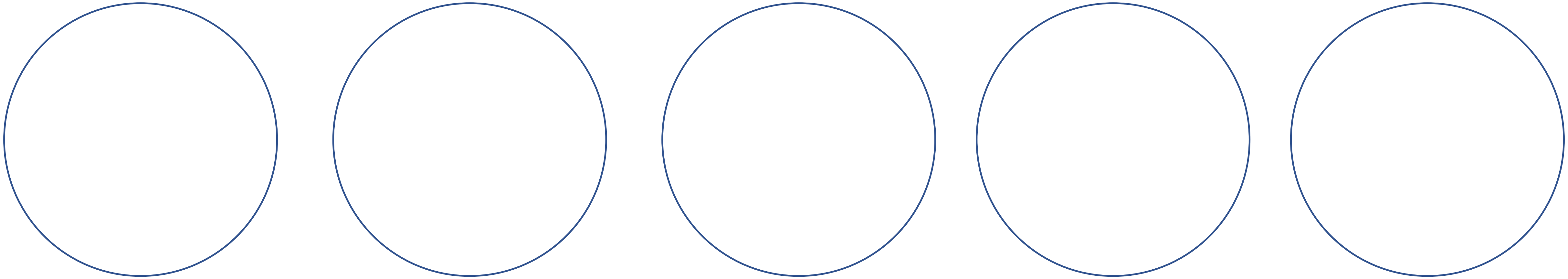
$\frac{a}{b}$ u indica la cantidad de magnitud de un “objeto”

a indica el número de subunidades (piezas) que he necesitado para medir el objeto.

$\frac{1}{b}$ u indica el tamaño de las subunidades (piezas)

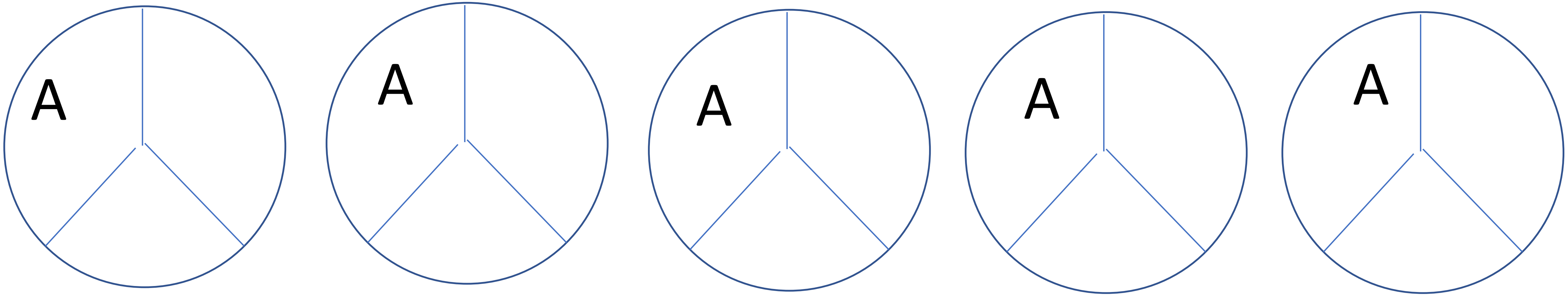
b indica el número subunidades necesarias para completar la unidad

TAREA 2



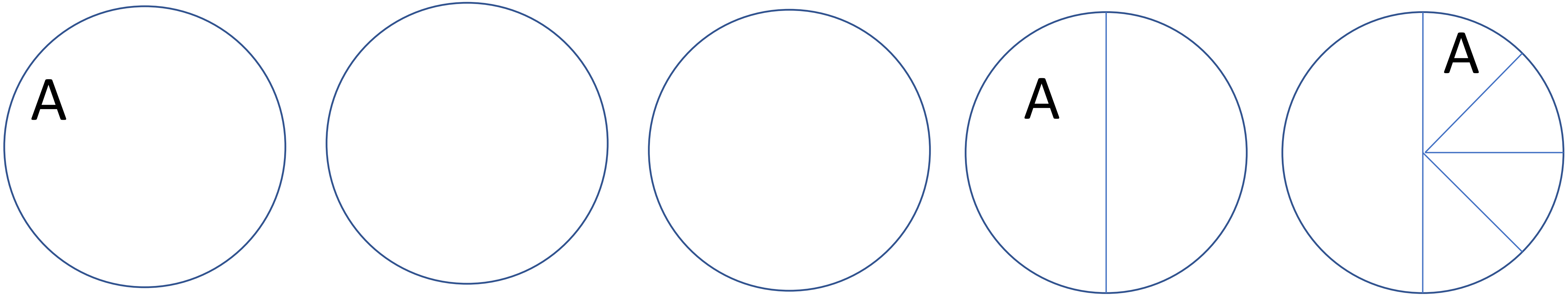
3 PERSONAS A, B, C

TAREA 2



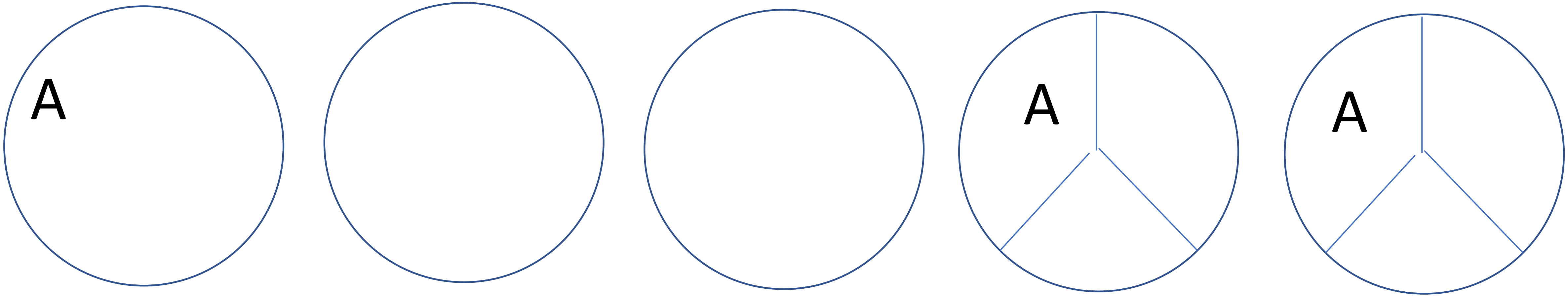
CADA UNO RECIBE $\frac{5}{3}\, tortilla$

TAREA 2



CADA UNO RECIBE $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\, tortilla$

TAREA 2



CADA UNO RECIBE $1 + \frac{2}{3} tortilla$

Cociente partitivo o reparto

¿Cómo repartirías 3 pizzas entre 4 amigos para que a todos les toque lo mismo? ¿Cuánto se comerá cada uno?

Cantidad que recibe cada persona en un reparto equitativo.

¿?

Cociente indicado

Expresa en forma decimal

$$\frac{3}{4}$$

TAREA 3

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1/3	15	5	15	0

CADA UNO RECIBE $5\frac{1}{3} tortilla$

TAREA 3

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	5	1	3	2
2	1/2	4	1	3	1
3	1/6	3	1	3	0

CADA UNO RECIBE $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} tortilla$

TAREA 3

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	5	1	3	2
2	1/3	6	2	6	0

CADA UNO RECIBE $1 + 2\frac{1}{3} tortilla$

TAREA 4

TAREA 4

- Socialización de repartos
- Tengo dos repartos $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$
- Si nos juntamos todos y juntamos las tortillas los que cenaban más cada uno cederán parte de sus tortillas a los que cenaban menos

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

TAREA 5 3 tortillas 5 personas n=10

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	3	0	0	3
2	1/10	30	6	30	0

Cada uno recibe $6\frac{1}{10}$ $tortillas$

TAREA 5 3 tortillas 5 personas n=6

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	3	0	0	3
2	1/6	18	3	15	3
3	1/36	18	3	15	3

Cada uno recibe $3\,\frac{1}{6} + 3\,\frac{1}{6^2} + \cdots\ tortillas$

TAREA 6 5 tortillas 3 personas n=10

Cada uno recibe $1 + 6\frac{1}{10} + 6\frac{1}{10^2} + \cdots tortillas$

TAREA 6 5 tortillas 3 personas n=6

Cada uno recibe $1 + 4\frac{1}{6} tortillas$

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1		3		
2	1/10		1		
3	1/100		2		
4	1/1000		5		0

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3		
2	1/10		1		
3	1/100		2		
4	1/1000		5		0

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	
2	1/10		1		
3	1/100		2		
4	1/1000		5		0

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	a-3b
2	1/10		1		
3	1/100		2		
4	1/1000		5		0

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	a-3b
2	1/10	10a-30b	1	b	10a-31b
3	1/100		2		
4	1/1000		5		0

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	a-3b
2	1/10	10a-30b	1	b	10a-31b
3	1/100	100a-310b	2	2b	100a-312b
4	1/1000		5		0

TAREA 8

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	a-3b
2	1/10	10a-30b	1	b	10a-31b
3	1/100	100a-310b	2	2b	100a-312b
4	1/1000	1000a-3120b	5	5b	1000a-3125b=0

TAREA 8

$$1000a - 3125b = 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3125}{1000} = \frac{125}{40} = \frac{25}{8}$$

TAREA 9

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1		3		
2	1/10		1		
3	1/100		2		
4	1/1000		2		

TAREA 9

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1		3		
2	1/10		1		
3	1/100		2		
4	1/1000		2		

TAREA 9

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	a-3b
2	1/10	10a-30b	1	b	10a-31b
3	1/100	100a-310b	2	2b	100a-312b
4	1/1000		2		

TAREA 9

$$10a - 31b = 100a - 312b$$

$$281b = 90a$$

$$\frac{281}{90} = \frac{a}{b}$$

TAREA 10

FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1		3		
2	1/6		5		
3	1/36		5		
4	…		…		

TAREA 10

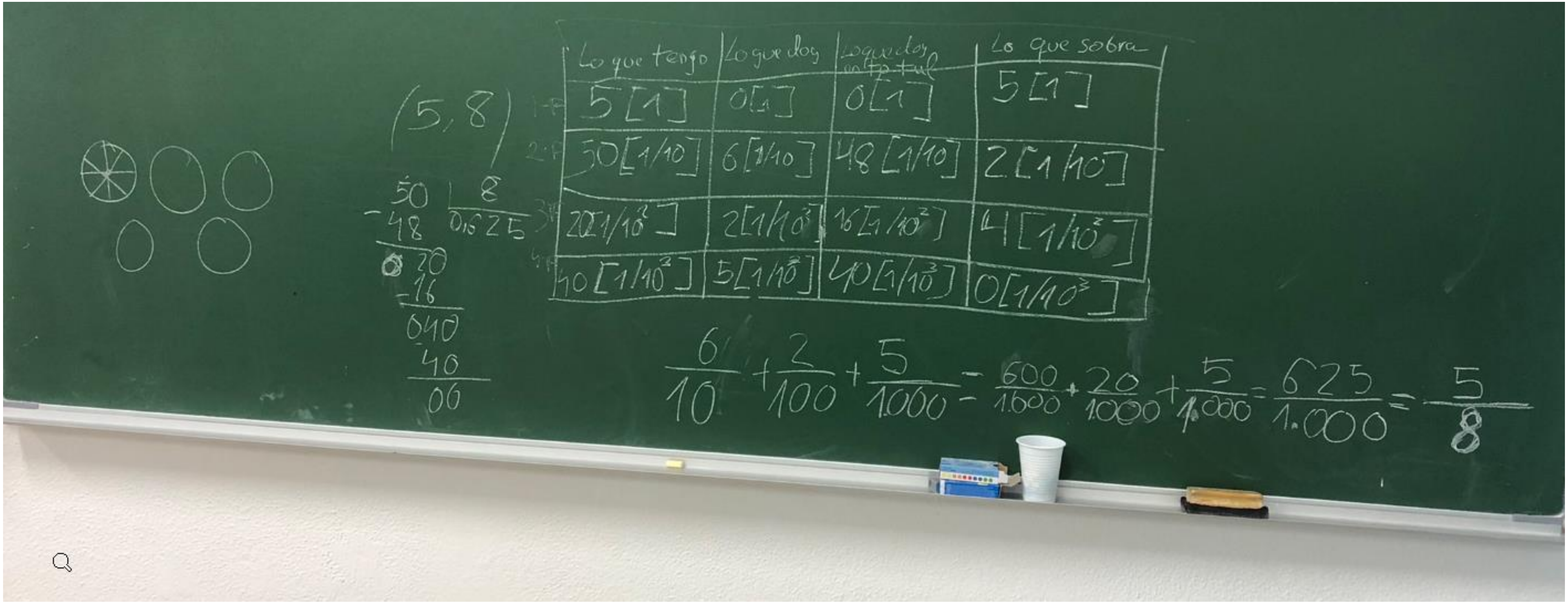
FASE	TAMAÑ0	Lo que tengo	Lo que doy a cada	Doy total	Sobra
1	1	a	3	3b	a-3b
2	1/6	6a-18b	5	5b	**6a-23b**
3	1/36		5		
4	…		…		

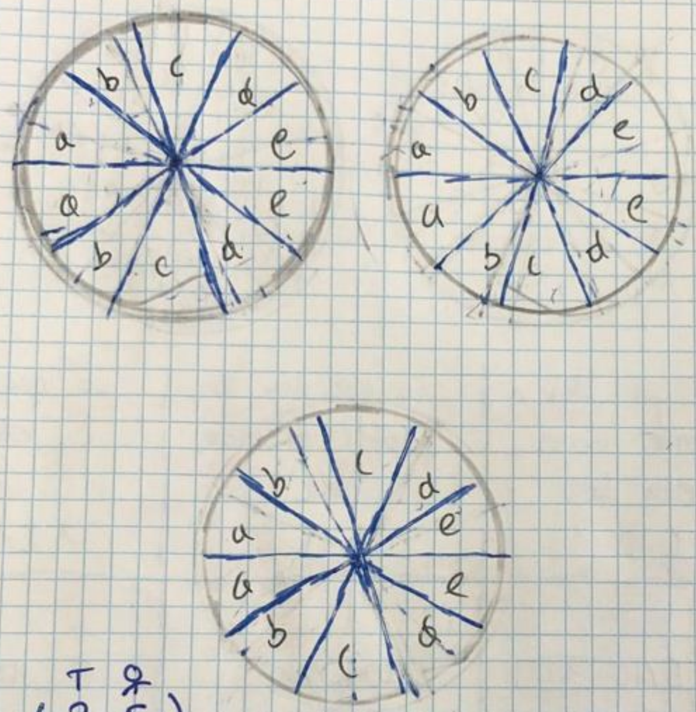
TAREA 10

$$6a - 23b = a - 3b$$

$$5a = 20b$$

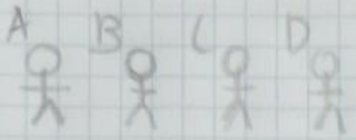
$$\frac{a}{b} = \frac{20}{5}$$


(5,8)
Lo que tengo
Lo que doy
Lo que doy en total
Lo que sobra
5 [1]
0 [1]
0 [1]
5 [1]
50 [1/10]
6 [1/10]
48 [1/10]
2 [1/10]
20 [1/10²]
2 [1/10²]
16 [1/10²]
4 [1/10²]
40 [1/10³]
5 [1/10³]
40 [1/10³]
0 [1/10³]
50 | 8
-48 | 0,625
020
-16
040
-40
00
6/10 + 2/100 + 5/1000 = 600/1.000 + 20/1000 + 5/1.000 = 625/1.000 = 5/8



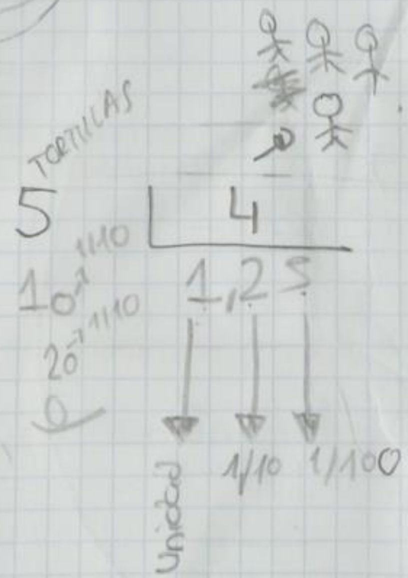
(3, 5)

	Lo que tengo	Lo que doy a cada uno en esta fase	lo que doy en total en cada fase	Lo que sobra en esta fase
1ª fase	3[1]	0[1]	0[1]	3 [1]
2ª fase	30[1/10]	6 [1/10]	30 [10]	0[10]


A B C D

= personas


A B C D
A B C D
A B C D
A B C D
A B C D


TORTILLAS
5
4
1/10
10
1,25
1/10
20
0
unidad
1/10
1/100

5 tortillas = 1 para cada uno

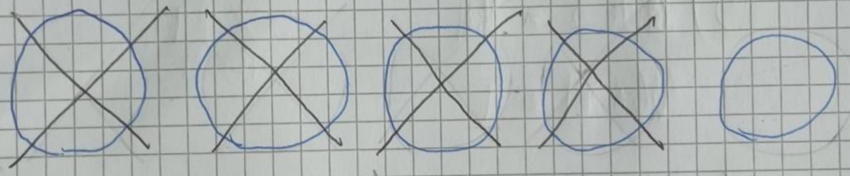
1 la tortilla que sobra se parte en 10 cachos.

10 trozos = 2 trozos para cada persona y sobran 2

Los 2 trozos que sobran se parten en 10 cada uno

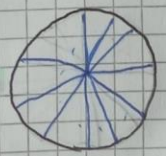
20 trozos = 5 trozos para cada persona.

Fase 1



una para cada persona.

Fase 2



Se divide en 10 trozos iguales dando así 2 para cada persona y sobrando también 2.

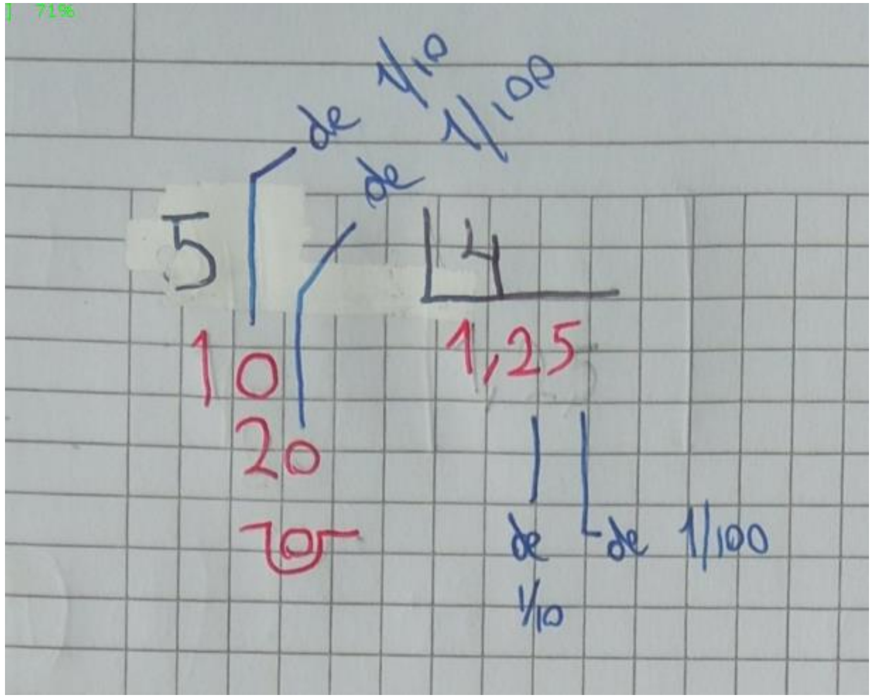
Fase 3

Se subdividen en 10 trozos iguales cada uno (en total 20) y como 20 es múltiplo de 4 (4×5) ya se acaban las fases de reparto.

una tortilla.
2 trozos de tortilla.
5 trozos de los 2 trozos de tortilla.
1.25

En total cada persona se lleva 1,25 de tortilla

	Lo q tengo	Lo q doy a cada uno	Lo q doy en total	Lo q sobra
Fase 1	5 tortillas	1 tortilla	4 tortillas	1 tortilla
Fase 2	1 tortilla	2 trozos de tortilla	8 trozos de tortilla	2 trozos de torti
Fase 3	2 trozos de torti	5 trozos de los 2 trozos de tortilla	20 trozos de los dos trozos de tortilla	0 trozos.



Dos grupos de Telegram …

De la aritmética al álgebra

Comunidad de docentes interesados en el enfoque didáctico de introducción escolar del número entero en un entorno algebraico (tesis de Eva Cid).

https://t.me/+cvKQXoyDrfAwZjdk

Números racionales

Comunidad internivelar de docentes interesados en una aproximación didáctica al número racional desde la resolución de problemas y atendiendo a sus diferentes significados, privilegiando el trabajo con magnitudes y la medida.

https://t.me/+BBaYf0FZZlszYTc8

Y un podcast

REFERENCIAS Y CRÉDITOS

Este taller surge del enfoque de enseñanza y aprendizaje que se viene trabajando desde el área de Didáctica de las matemáticas de la Universidad de Zaragoza, fruto de tesis y trabajos de investigación de diversos compañeros.

El formato del taller es fruto de un trabajo con Sergio Martínez-Juste.

Referencias

- Beltrán-Pellicer, P. (2021). Recuerdos del ayer. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 10*(2), 69-79.
- Beltrán-Pellicer, P., Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma, 98*, 11-21.
- Chamorro, C. y Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida*. Síntesis.
- Domenech, A., & Martínez-Juste, S. (2019). Actividades de razonamiento «up and down» para trabajar las fracciones en 1. º de ESO. *Entorno Abierto*, *29*, 13-18.

Referencias

- Escolano, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: Un estudio desde los modelos de medida y cociente*. Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza. https://zaguan.unizar.es/record/84666/files/?ln=es
  - En los anexos de la tesis de Rafael Escolano hay una propuesta para primaria implementada en el aula.
- Gairín, J. M., & Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos*. Ed. Síntesis.
  - Primaria y secundaria, con todos los significados del racional y algunos aspectos sobre el natural.
- Domenech, A., & Martínez-Juste, S. (2018). *Midiendo como los egipcios*. Unidad didáctica para 1º/2º ESO basada, entre otras, en las referencias anteriores.
  - https://twitter.com/SergioMJGR/status/1233098923029471232
- Martínez-Juste, S. (2020). Elaboración y consolidación de secuencias didácticas innovadoras de matemáticas en secundaria mediante el desarrollo de Lesson Studies. *Libro de actas de CIMIE19*. AMIE.
- Martínez-Juste, S., & Domenech, A. (2019). Lesson study para innovar en matemáticas. *Entorno Abierto, 30*, 7-10.