

Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 58
Enero de 2025

Avanza el curso y en este segundo trimestre, el que se hace más largo, tenemos la mirada puesta en los próximos encuentros. En pocas semanas, la tan esperada **VI Jornada de Educación Matemática en Aragón**. Agradecer de antemano vuestra asistencia, las inscripciones auguran de nuevo un gran éxito. Respecto al programa, nos hemos preocupado especialmente por conseguir una oferta variada que recoja propuestas para todos los niveles educativos y con talleres prácticos que darán nuevos enfoques a las prácticas de aula. El programa definitivo lo conoceremos pronto pero os adelanto que nos hemos reservado alguna sorpresa. Si todavía no os habéis inscrito, podéis hacerlo hasta el 14 de febrero.

Otra convocatoria en curso, es la de nuestras tres olimpiadas. El 8 de abril tendrán lugar en varias sedes repartidas por toda la comunidad autónoma, las semifinales de la V Olimpiada Matemática Aragonesa Alevín y de la XXXIII Olimpiada Matemática Aragonesa Junior. Como es habitual, la semifinal de la IV Olimpiada Matemática Aragonesa Juvenil se realizará el mismo día de forma no presencial. La comisión organizadora ya está inmersa en el diseño de las pruebas a las que se enfrentarán nuestros jóvenes participantes. Cómo no, animamos a todo el profesorado a participar enviando propuestas y a colaborar en las distintas fases del proceso.

A través del programa Conexión Matemática, se os informó de que está abierta la convocatoria del V Concurso de Microrrelatos Matemáticos, con la colaboración de Aragón Radio. El concurso de tangram también dará inicio en pocos días.

Como veis, un trimestre cargado de proyectos. Nuestro boletín también viene con propuestas muy variadas, además de varias crónicas. La SAPM ha participado en el seminario de Mates GG, en el de Thinking Classroom y en las IV Jornadas de Materiales de Matemáticas en el Aula de Infantil y Primaria. Además, podéis disfrutar de un artículo que relata una experiencia matemática con alumnado de infantil y no os perdáis otro sobre Rafael Rodríguez Anóni, en la VI JEMA conoceréis algo más de su obra. Seguro que os resultan igual de interesantes nuestras secciones habituales, especialmente «Coleggb», que se despide con su última colaboración como sección.

La SAPM sigue creciendo, sumando asociados e impulsando nuevos e ilusionantes retos. Muchas gracias a todas las personas que contribuyen a ello. Podéis contactar con la sociedad a través de nuestro correo <sapmciruelos@gmail.com> y asociaros entrando en <sapm.es>, cuantos más seamos, mejor.

Feliz trimestre, será un placer encontrarnos en la VI JEMA.

BELÉN MARTÍNEZ PÉREZ
Presidenta de la SAPM



IV Jornadas sobre Materiales para el Aula de Matemáticas en Infantil y Primaria
GeoGebra para el desarrollo del currículo de matemáticas en los distintos niveles educativos
Crónica del Seminario de la FESPM «Thinking Classroom en Matemáticas»
Rafael Rodríguez Anóni. El legado de una vida dedicada a la enseñanza de las matemáticas
Narraciones para aprender matemáticas en el CPI El Espartidero
Jugando entre las mates
Materiales y recursos en un aula de matemáticas de 1932
Álgebra geométrica
Resolución peculiar de un sistema de ecuaciones lineales en la España del siglo XVI
Cubitos

únete
a la SAPM



VI JEMA



**VI JORNADA DE EDUCACIÓN
MATEMÁTICA EN ARAGÓN**
28 febrero y 1 de marzo de 2025

IV Jornadas sobre Materiales para el Aula de Matemáticas en Infantil y Primaria

por

LUIS IGNACIO ORÓS MEDRANO

(CEIP José Camón Aznar, Zaragoza)

Los días 25, 26 y 27 de octubre tuvimos la oportunidad de disfrutar de la cuarta edición de las Jornadas sobre Materiales para el Aula de Matemáticas en Infantil y Primaria. Estas jornadas fueron celebradas en la localidad de Huesca entre el Salón Azul del Casino y el Centro Cultural Manuel Benito Moliner. Dos espacios realmente imponentes para dar cabida a unas interesantísimas jornadas que a continuación vamos a relatar.

Aproximadamente a las 16:00h del viernes 25 de octubre llegamos a Huesca y nada más alojarnos en nuestro hotel correspondiente, nos dirigimos al Salón Azul del Casino para presenciar la inauguración y presentación de las jornadas. Juani Navas, secretaria de formación y actividades de la FESPM y nuestra presidenta Belén Martínez fueron las encargadas de darnos a conocer todo el programa de las jornadas quedando así totalmente inauguradas.

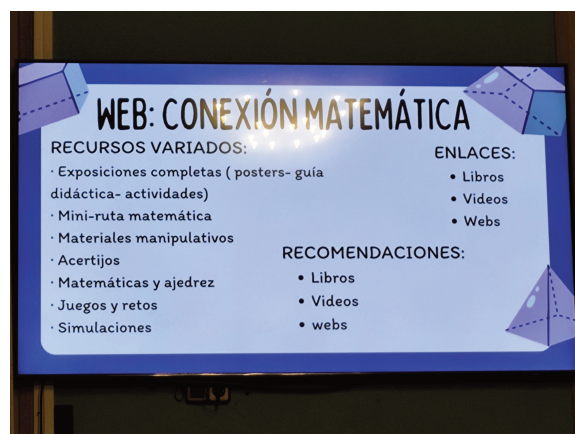


Posteriormente, Sergio Martínez (profesor del IES Pilar Lorengar y de la Universidad de Zaragoza) abrió la sección de conferencias con «Dar sentido al número y las operaciones». Sergio realizó una visión de las matemáticas desde un punto de vista numérico, haciendo referencia a que, para dar significado al número es necesario crear situaciones didácticas que lleven a ello, por ejemplo mediante el juego o mediante el aprendizaje no lineal ni homogéneo.

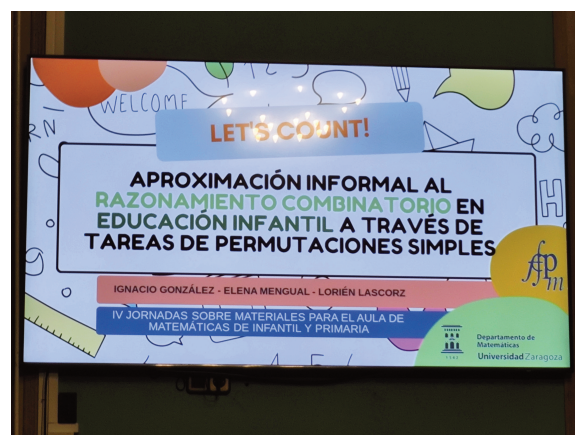
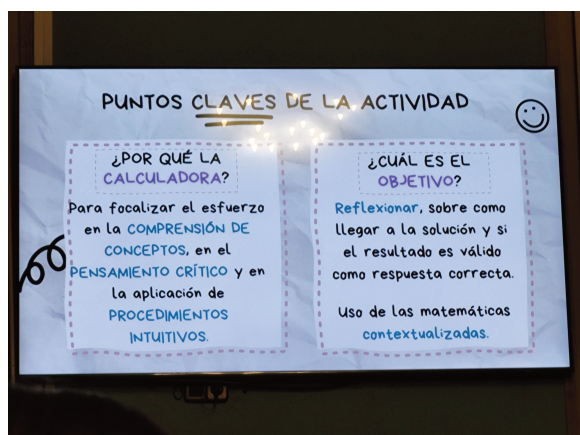
De la misma manera, Sergio nos dio diferentes ideas y visiones acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje en relación a la resolución de problemas y las cuatro operaciones básicas de las matemáticas, dando así un valor significativo a la suma, resta, multiplicación y división. En definitiva, una charla muy interesante sobre el sentido numérico y que fue la protagonista de abrir estas cuartas jornadas.

Tras un breve descanso para saludar y charlar con algunos y algunas compañeras y compañeros, llegó el primer turno de las comunicaciones para el programa de innovación educativa Conexión Matemática, de la mano de Luis Guiral, Arancha López, Miriam Martínez y Alejandro Beltrán, que nos explicaron cómo funciona este programa, las modalidades que existen para participar y los concursos existentes para este curso escolar. Hay que se-

ñalar que a muchos compañeros y compañeras de otras comunidades autónomas les pareció muy motivador este programa, siendo lo más llamativo las diferentes modalidades para participar, la selección de talleres que se realizan en los diferentes centros de la comunidad autónoma de Aragón y por supuesto los concursos como el de radionovelas matemáticas, entre otros.

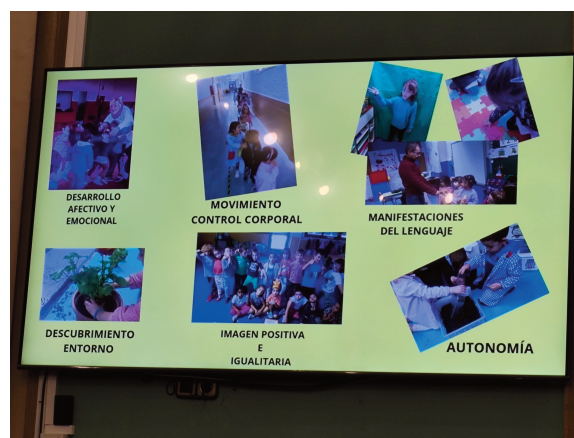
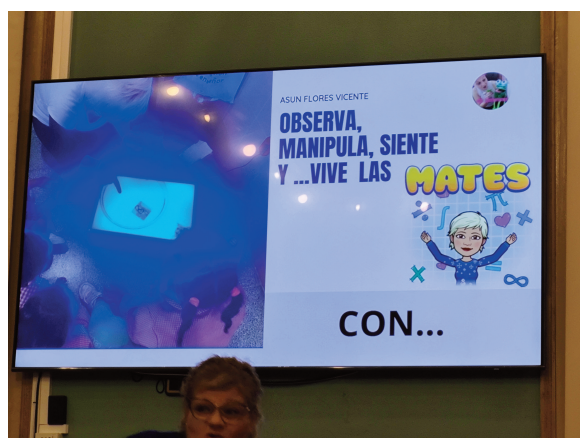


La siguiente comunicación fue a cargo de Luisa Colino con «El rincón de la calculadora». Luisa nos mostró diferentes situaciones de aprendizaje para usar la calculadora en la etapa educativa de Educación Primaria. A través de diversas fichas de resolución de problemas y mediante una forma de trabajo cooperativo, pudimos observar cómo la calculadora puede ser un recurso muy útil y motivador para nuestro alumnado. Una interesante propuesta que nos sirvió para coger distintas ideas para nuestras clases, ya que se enfocó desde un punto de vista muy práctico.



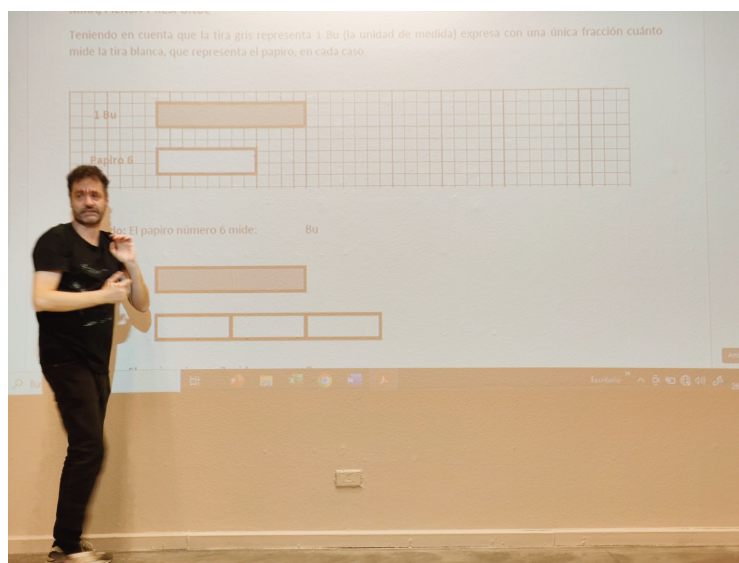
A continuación fue el turno de Elena Mengual, Ignacio González y Lorién Lascorz (Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza) que nos presentaron «Aproximación informal al razonamiento combinatorio en Educación Infantil a través de tareas de permutaciones simples», la última comunicación para el primer día de las jornadas. Elena, Ignacio y Lorién nos ofrecieron una propuesta didáctica muy interesante para llevar a cabo en la etapa educativa de Educación Infantil en relación a las permutaciones de carácter simple, donde el contexto situacional (una competición deportiva o una comida) o incluso el mismo contexto familiar son variables didácticas a tener muy en cuenta.

Tras las comunicaciones y conferencia correspondientes al primer día de esta cuarta edición de las jornadas sobre materiales para el aula, varios compañeros y compañeras nos fuimos a tomar algo por los alrededores del Casino, para posteriormente cenar todos juntos y poder charlar e intercambiar opiniones.



El sábado 26 de octubre nos esperaba un día repleto de talleres y conferencias interesantes que nos aportaron multitud de ideas para nuestras aulas. Empezamos la jornada con la conferencia «Observa, manipula, siente y... vive las Matemáticas» a cargo de la compañera Asunción Flores, que nos mostró cómo trabaja ella las matemáticas en Educación Infantil. Siendo el aspecto emocional uno de los aspectos fundamentales para compaginar junto al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y haciendo referencia así mismo, a los pilares del conocimiento matemático como pueden ser la observación y la intuición.

Después de un breve descanso, llegó el turno para los dos primeros talleres (en el Centro Cultural Manuel Benito Moliner) de las jornadas. No podíamos asistir a ambos a la vez, por lo que nos decantamos por el que impartió nuevamente Sergio Martínez, responsable de introducirnos en el «Sentido de la medida». Una interesante propuesta para alumnado de los últimos niveles de Educación Primaria o primeros niveles de Educación Secundaria, que les permite una mejor comprensión de las fracciones, utilizando para ello la unidad de medida del *Bu* y realizando representaciones de fracciones mediante pliegues. Nos dividimos en grupos de cuatro aproximadamente y nos pusimos a doblar para representar y calcular fracciones. Posteriormente, otra de las actividades fue la de rellenar una imagen con diferentes *Bu* y calcular el total.



Llegó el turno de disfrutar también de la maravillosa historia de Huesca, por lo que realizamos una visita turística por el casco histórico. Pudimos apreciar increíbles ornamentaciones en el claustro de San Pedro El Viejo y su iglesia. También tuvimos la oportunidad de visitar la catedral, una de las representaciones artísticas más importantes de la ciudad. Incluso pudimos observar el impresionante cuadro de «La campana de Huesca», que según cuenta la leyenda Ramiro II el Monje, rey de Aragón, decapitó a doce nobles que se opusieron a su voluntad.

A continuación, teníamos que reponer fuerzas para los talleres que se nos venían por la tarde, por lo que nos reunimos para comer todos juntos, siendo estos momentos los más idóneos para conversar y conocer a compañeros y compañeras que no conoces. A primera hora de la tarde nos esperaban dos talleres, siendo «Materiales y competencias específicas: Diversos materiales manipulativos para explorar el razonamiento matemático» al que asistimos.



Para finalizar la jornada tuvimos otro interesantísimo taller para trabajar la simetría y la combinatoria a través de «Investigamos y descubrimos matemáticas con los cuadrados de colores II» a cargo de la Ana Rosa Díaz de la SCPM, y destinado tanto a segundo ciclo como a tercer ciclo de Educación Primaria. Este taller tuvo una muy buena acogida debido principalmente a su alto grado de manipulación a través de los azulejos de colores.

El domingo 27 de octubre llegamos al tramo final de las jornadas, donde ya a primera hora nos esperaba de nuevo Cecilia Calvo para darnos una conferencia titulada «Materiales y sentidos: Un mismo material para explorar los cinco sentidos matemáticos». En ella, Cecilia nos explicó la gran sincronía existente entre las matemáticas, los sentidos y los materiales manipulativos.



Llegó el turno de las comunicaciones a cargo de nuevo de Elena Mengual, Ignacio González y Lorién Lascorz con «La capacidad en Educación Primaria : un enfoque práctico con materiales manipulativos» que nos permitió reflexionar sobre cómo el proceso de enseñanza-aprendizaje basado en las unidades de capacidad, puede estar totalmente ligado a un enfoque práctico mediante la manipulación, siendo el alumnado protagonista absoluto y participe de su aprendizaje.



La siguiente comunicación se centró en un interesante proyecto donde alumnado de la etapa de Educación Infantil interacciona con alumnado de Educación Secundaria Obligatoria, mediante «Llevando GeoGebra a Infantil», a cargo de Arancha López y Teresa Cepero, del CPI El Espartidero. Teresa y Arancha nos explicaron cómo alumnado de 4.º ESO lleva GeoGebra a niños de Infantil o incluso a primero de Primaria. Una actividad muy curiosa donde se establecen lazos de unión de carácter emocional mediante la puesta en práctica de GeoGebra.

La última comunicación fue a cargo de Carmen Pilar Arnal-Julve del Área de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Zaragoza. Carmen nos presentó: «Transferencia de resultados de investigación para la elaboración de un libro de texto de primero de Primaria. Desarrollo del sentido estocástico», donde nos mostró los resultados obtenidos en una investigación para desarrollar el sentido estocástico en los primeros niveles de Educación Primaria.

Como colofón final, Victor Manero, profesor de Didáctica de la Aritmética I y II en la Facultad de Educación de la Universidad de Zaragoza, nos ofreció un divertidísimo monólogo matemático: «Cumpleaños, tortillas y otras cosas muy matemáticas». Posteriormente, Juani Navas y Belén Martínez clausuraron estas maravillosas IV Jornadas sobre Materiales para el Aula de Matemáticas de Infantil y Pprimaria, dando las gracias a todos los asistentes, la gran acogida y sobre todo la tremenda coordinación que hubo en toda la programación. Un verdadero lujo el haber tenido la oportunidad de asistir de forma íntegra a estas jornadas, donde estoy seguro que todos y todas sacamos una gran cantidad de ideas para nuestras aulas.



GeoGebra para el desarrollo del currículo de matemáticas en los distintos niveles educativos

por

CARMEN FERNÁNDEZ GRASA
(CP Juan de Lanuza, Zaragoza)

Durante los días 22 y 23 de noviembre de 2024 se celebró en Castro Urdiales el IV Encuentro de MatesGG convocado y organizado por la FESPM y en colaboración con el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) y el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos de la Universidad de Cantabria (CIEM). Allí nos juntamos unas 30 personas representando a las diferentes sociedades autonómicas de profesorado de matemáticas.



El proyecto del INTEF MatesGG como se dice en el página web,

Es un espacio en el que se pone a disposición del profesorado una selección de materiales elaborados con la herramienta [GeoGebra](#) a través de unas guías didácticas creadas con la herramienta de autor [eXeLearning](#). En estas guías, el profesorado encontrará información detallada sobre el recurso: información curricular, propuestas de uso, material complementario, el archivo fuente de la guía (gracias al cual podremos editar, modificar y adaptar la guía a nuestras necesidades), así como el propio recurso en modo interactivo.

Además en la página web hay un buscador por etapas, por contenido, por modalidades y por otros criterios como que contengan vídeo explicativo o están adaptados al alumnado TEA.

Este encuentro, que se celebra anualmente, se plantea como un espacio de trabajo y puesta en común en el que partiendo de los resultados, impacto y valoraciones del proyecto hasta el momento, analizamos los materiales elaborados durante 2024 buscando fortalezas y debilidades de los diferentes subgrupos de trabajo. También se planificaron las líneas de trabajo para dar continuidad al proyecto de MatesGG y las nuevas acciones que se desarrollarán en 2025.

La primera ponencia corrió a cargo de Alberto Perea Prous, delegado y coordinador del proyecto en el INTEF, durante la cual nos mostró que se han cumplido con creces los objetivos en cuanto a la cantidad de materiales elaborados y revisados, acordados inicialmente entre FESPM e INTEF.

Se remarcó el número creciente de visitas a los recursos (este año 41 293) pero, a pesar de haber aumentado notablemente respecto al año pasado, se valora que aún no es un número lo suficientemente abultado como para ser considerados materiales de referencia en la enseñanza de las matemáticas. Hemos de hacer notar que entre los 10 recursos mas usados no hay ninguno de bachillerato, solo uno de educación infantil y uno de educación secundaria. Por lo que deducimos que la mayoría de las visitas proceden de docentes de educación primaria en busca de la interactividad en las actividades.

También se informó de la posible incorporación de anuncios a la plataforma.

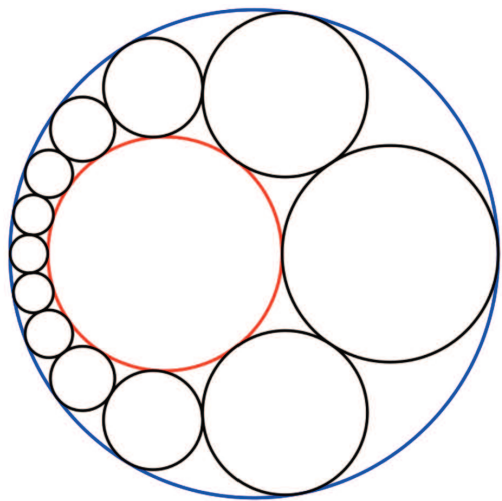
En esta primera ponencia se nos mostró también el nuevo logotipo del proyecto acorde con la línea de estilo y los colores del INTEF. Dado que la tipografía usada no admite letras mayúsculas la doble «g» de GeoGebra está con minúsculas. El isotipo está realizado con la propia herramienta GeoGebra e inspirado en las cadenas de Steiner.



Según Wikipedia «En geometría, una cadena de Steiner es un conjunto de n círculos, para los que se cumple:

- n es finito.
- Los círculos son tangentes a otros dos círculos que no se tocan entre sí.
- Cada círculo de la cadena es tangente al círculo anterior y al siguiente.
- El primer círculo y el último son tangentes.

Debe su nombre al matemático suizo Jakob Steiner (1796-1863).»



Cadena de 12 círculos. $n = 12$

En las cuatro sesiones siguientes, se realizaron diversos talleres.

Uno de revisión de las guías más antiguas ya que los estándares han ido evolucionando y lo que fue suficiente en la primera edición ahora necesita ser mejorado. Estas guías han de ser revisadas por completo en todos los campos del recurso, las modificaciones quedan registradas en un cuestionario para poder hacer un mejor filtrado.

Otro de elaboración de nuevas guías para educación infantil y primaria ya que como los maestros y maestras no son especialistas en matemáticas hay muy pocos *applets* y por lo tanto hay menos guías. Partiendo de una plantilla de eXeLearning en blanco se generan nuevos recursos para ser colgados posteriormente en el página web. Hay que prestar especial atención a los metadatos para optimizar las futuras búsquedas.



En el tercer taller revisamos los recursos mas visitados para completar las propuestas de uso en el aula. A cada participante se nos asignaron unos cuantos de diferentes etapas educativas.

Y finalmente el cuarto taller versó sobre la adaptación de los *applets* y guías al alumnado TEA. Se hizo notar que sería muy interesante integrar en el grupo de trabajo a una persona especializada en alumnado con trastorno del espectro autista para conseguir una valoración práctica de las adaptaciones realizadas y orientaciones para los nuevos *applets* adaptados.

Múltiplos de un número 2 (Actividad)

Para estos applets tienes que usar múltiplos de dos

1689 5465 4168 7298

Múltiplos de un número 2 (Actividad)

1º E.S.O. • 5º E.P. • 6º E.P. • Números • Adaptado TEA • Divisibilidad • Múltiplo

Este applet muestra cuatro números de cuatro cifras y tienes que seleccionar cuál o cuáles de ellos son múltiplos del número, del 2 al 10, seleccionado en la parte izquierda del mismo.

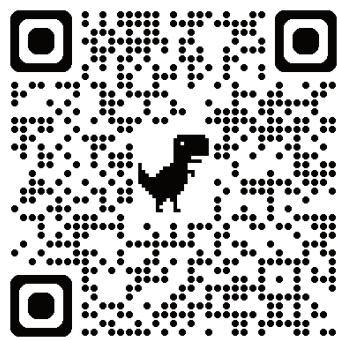
[Ir al recurso](#)[Adaptado TEA](#)

Este último taller derivó en un interesante debate sobre licencias y sobre cómo debemos hacer referencia a la autoría original de cada *applet* adaptado y hasta qué punto se debe referenciar ya que en numerosas ocasiones estas adaptaciones casi requieren una modificación tan profunda que el *applet* original casi ni se reconoce. Se acordó que se realizaría en el recurso original, ya que el adaptado está dentro de la misma actividad de la plataforma.

En la última sesión se trató sobre la planificación del trabajo para el año 2025:

- Intentando crear itinerarios completos para las diferentes etapas.
- Se intentará elaborar más *applets* para educación infantil y primaria.
- Se proponen diferentes formas para dar más difusión al proyecto, entre las cuales destacan:
 - Proponer a las diferentes sociedades que pongan el logotipo con el enlace en sus páginas web.
 - Dinamizar el grupo de Telegram creado en el encuentro del año pasado con tal fin. De forma que se publicitará cada semana un recurso por parte de un miembro del grupo de trabajo. Se han creado turnos y se ha asignado nivel educativo para que el contenido sea variado.
El enlace a dicho grupo es <<https://t.me/matesgg>>.
- Se propone hacer comunicaciones sobre el proyecto en las diferentes jornadas de educación matemática organizadas bianualmente por las diferentes sociedades de profesorado autonómicas, así como en los congresos de GeoGebra que se organizan a lo largo y ancho de la geografía.

Personalmente ha sido una experiencia muy gratificante porque he podido conocer presencialmente a muchas personas con las que he trabajado en remoto y a los autores de numerosos *applets* que he usado a lo largo de toda mi vida profesional. Ha sido un placer compartir tanto los momentos de trabajo como los de distensión, intercambiando puntos de vista y opiniones con otros fervientes amantes de las matemáticas. Espero poder repetir la experiencia.



Código QR a la web de MatesGG INTEF



Código QR al grupo de Telegram de MatesGG

Crónica del Seminario de la FESPM «Thinking Classroom en Matemáticas»

por

PABLO BELTRÁN-PELLICER

(Universidad de Zaragoza)

Es muy probable que, a poco que te muevas por alguna red social y leas algo de educación matemática, te hayas topado con imágenes de aulas de cualquier etapa donde el alumnado está trabajando de pie, en grupos y en torno a pizarras verticales. Sin duda, esta manera de trabajar es lo más reconocible del *thinking classrooms*, pero esta propuesta va mucho más allá. La clave es tener claro que son una serie de estrategias y técnicas que fomentan la creación de una cultura de aula en la que se trabaja a través de la resolución de problemas. Estas propuestas son las que recoge Liljedahl (2021) en su libro *Building Thinking Classrooms*, que acaba de publicarse también en español bajo el título *Aulas para pensar*. Este artículo es la crónica del seminario de la FESPM sobre este tema, celebrado los días 15 y 16 de noviembre de 2024 en Castro-Urdiales.



Figura 1. La tradicional foto de los asistentes al seminario

Los ponentes de este seminario fueron Daniel Ruiz, Gregorio Morales y Chus Siaba (figura 2). En todo momento se notó la complicidad entre ellos, entremezclando el programa original para intentar generar las reflexiones adecuadas. En ese sentido, y para ser fieles a la esencia de esta propuesta, la manera de comenzar no podía ser otra que viviendo las mismas sensaciones que puede experimentar el alumnado. El problema elegido, planteado de forma oral, consistió en averiguar las combinaciones que abren ciertos candados. Estos candados funcionan a modo de autómatas que interpretan una secuencia de letras (figura 3).



Figura 2. Los tres ponentes del seminario, Daniel Ruiz, Gregorio Morales y Chus Siaba

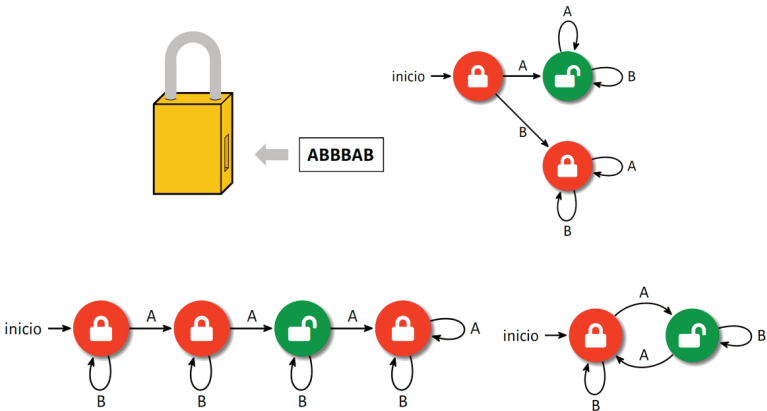


Figura 3. Los tres primeros problemas de candados

En esta primera sesión, tanto Daniel Ruiz como Gregorio Morales se iban pasando por los grupos, mostrando que el papel del docente no es dar la solución ni pistas que supusieran un *spoiler*; es decir, que no se trata de anticipar conocimiento que debería construir el alumnado. Ejemplos de intervenciones o extensiones en la actividad de los candados fueron proponer más problemas del mismo tipo, pero de dificultad creciente, creación de candados (por ejemplo, que se abra con un número impar de A y de B , o que se abra con un número impar de A o de B). En la figura 4 se puede apreciar el trabajo en pizarras verticales.



Figura 4. Algunos momentos de la primera sesión de trabajo en pizarras verticales

A continuación, se organizó una puesta en común donde surgieron reflexiones muy interesantes. Por ejemplo, que la comunicación y la representación son dos procesos que se movilizan (y visibilizan) mucho de esta manera, o que el carácter de la actividad (reto progresivo) anima a engancharse. Daniel Ruiz se apoyó en estos comentarios para exponer, de manera sintética, la propuesta del libro *Building Thinking Classrooms* (Liljedahl, 2021), que recogemos aquí:

- ¿Qué tipos de tareas son adecuadas para empezar? Respuesta corta: problemas. Liljedahl, en su libro, distingue entre problemas no curriculares y problemas curriculares. Con el currículo que tenemos actualmente, esta terminología no es adecuada, puesto que si la actividad moviliza los procesos que describen las competencias específicas, ya podemos decir que se trata de una actividad curricular. No obstante, sí que podemos traducirlo por problemas más o menos centrados en algún contenido (saber o grupo de saberes) específico. De hecho, hasta las tareas de ejercitación, pueden ser (deberían) de práctica rica, como algunas de las de, por ejemplo, [nrich](#) o [PuntMat](#).
- ¿Cómo crear los grupos de trabajo? El número óptimo de alumnos es de tres y la creación de los grupos debe ser visiblemente aleatoria. Esto quiere decir que no vale crearlos aleatoriamente de antemano con el ordenador, ni siquiera hacerlo con el ordenador en directo. Lo mejor es utilizar una baraja de cartas, y que el número indique la pizarra en la que vas a trabajar. Es importante contar primero el problema y después organizar los grupos, pues así acuden a las pizarras ya con una idea.
- ¿Dónde trabaja el alumnado? El trabajo de pie en pizarras verticales borrables facilita la interacción y que el alumnado se involucre en la actividad matemática. Es importante que sean borrables para minimizar el miedo al error y que haya solo un rotulador o tiza por grupo. Cuando se crean los grupos con las cartas, un palo en particular puede indicar quién será el portador. Si alguien tiene una idea tiene que negociar para que el portador lo plasme. No obstante, en ciertas ocasiones como cuando ya han trazado el plan y tienen que ejecutar una búsqueda de casos concretos, si lo piden, no hay problema en proporcionar medios. Al igual que si hay que trabajar con manipulativo, se pueden proporcionar mesas.
- ¿Cómo organizar el mobiliario? Reorganizarlo para que no esté orientado hacia la mesa del profesor (*defront the room*), la cual no debería estar en la misma pared que el proyector y la pantalla.
- ¿Cuál es el papel del docente? El docente no es el libro de soluciones. Siempre es mejor contestar con una pregunta y, en todo caso, dar pistas y extensiones, no respuestas. Las respuestas del tipo «está bien» son un detonante para dejar de pensar.
- ¿Cómo se proporcionan las tareas? Las instrucciones deben ser, siempre que sea posible, orales, ágiles. Se trata de que el alumnado se involucre en la discusión matemática en lugar de enredarse a decodificar un texto.
- ¿Cómo son los deberes en una *thinking classroom*? Es cuestión de, en todo caso, proponer y, sobre todo, nunca evaluar ni calificar.
- ¿Cómo se fomenta la autonomía del alumnado? Los grupos pueden visitar a otros grupos y de esta manera las pistas y extensiones pueden venir de otros compañeros. Además, cuando las pistas vienen del profesorado, este debe procurar que no anticipen lo que debería construir el propio alumnado.
- ¿Cómo usar las pistas y extensiones? La clave es buscar que la clase «fluya». Esta idea del *flow* ya la describió Mihaly Csíkszentmihályi en 1975. La actividad debe implicar el nivel de reto suficiente para que no sea aburrida y también controlar que el reto no nos mantenga mucho en la zona de «frustración» (ver figura 5).
- ¿Cómo consolidar lo aprendido? Es decir, ¿cómo organizar las puestas en común? Una vez se considera que todo el alumnado ha llegado a cubrir los aspectos fundamentales, el docente organiza una puesta en común orquestando las producciones de las diferentes pizarras y las conversaciones que haya podido tener con el alumnado. Las matemáticas emergen de estas interacciones en lo que podemos denominar construcción social del conocimiento.

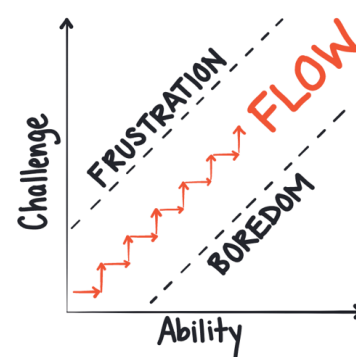


Figura 5. Buscar que la clase fluya.
Fuente: Liljedahl (2021)

- ¿Cómo deberían ser las anotaciones del alumnado? Deberían sintetizar las ideas que se han ido trabajando y anotar lo que he descubierto. Puede ser algo general o algo muy concreto del problema en particular.
- ¿Qué deberíamos evaluar? La evaluación debe considerar los procesos que se abordan en una *thinking classroom*. De esta forma, si valora la comunicación, se evalúa. Si se valora la perseverancia, se evalúa. Si se valora la colaboración, se evalúa. De hecho, una *thinking classroom* facilita la evaluación de los procesos que describen las competencias específicas del currículo actual. De momento estamos hablando de evaluar, no de calificar.
- ¿Cómo deberíamos hacer la evaluación formativa? La evaluación formativa debe centrarse en informar a los estudiantes sobre dónde se encuentran y hacia dónde van en su aprendizaje. Esto requiere, necesariamente, desde la observación para averiguar la comprensión de las preguntas hasta exámenes, flexibles, sin calificación en los que el profesorado ayuda a los estudiantes a proporcionar indicios de su comprensión.
- ¿Cómo debemos calificar? Los informes sobre el desempeño de los estudiantes deben basarse en los indicios cualitativos que se han evaluado, en lugar del recuento de puntos que consigue el estudiante en cada período de evaluación. El foco debe ponerse en lo aprendido, no en lo que no saben.

La tarde del viernes terminó con la charla que ofreció Chus Siaba, la cual continuó al día siguiente. Comenzó mostrándonos un vídeo de su clase de 3.º de Primaria, donde pudimos observar cómo el alumnado trabaja en pizarras y adopta una actitud muy matemática frente a las tareas. La primera actividad que describió sonará a todos aquellos que conozcan los trabajos en torno al número racional y la medida de autores como Gairín y Sancho (2002) y Escolano (2007), hayan pasado por Didáctica de la aritmética II del grado de Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza o hayan caído en el grupo de Telegram [Números racionales](#): «Os doy un mantel y tenéis que medir la superficie del mantel (espacio plano que ocupa)» (figura 6, izquierda). El ponente mostró algunos ejemplos de actividades de tipo «¿Cuál es el que no encaja?» ([Which One Doesn't Belong?](#)) a través de las producciones que muestran las pizarras (figura 6, derecha) y los diálogos y las conversaciones que tienen lugar. También describió una actividad muy similar a una que aparece en el currículo aragonés de Educación Primaria sobre conteo y representación con policubos.

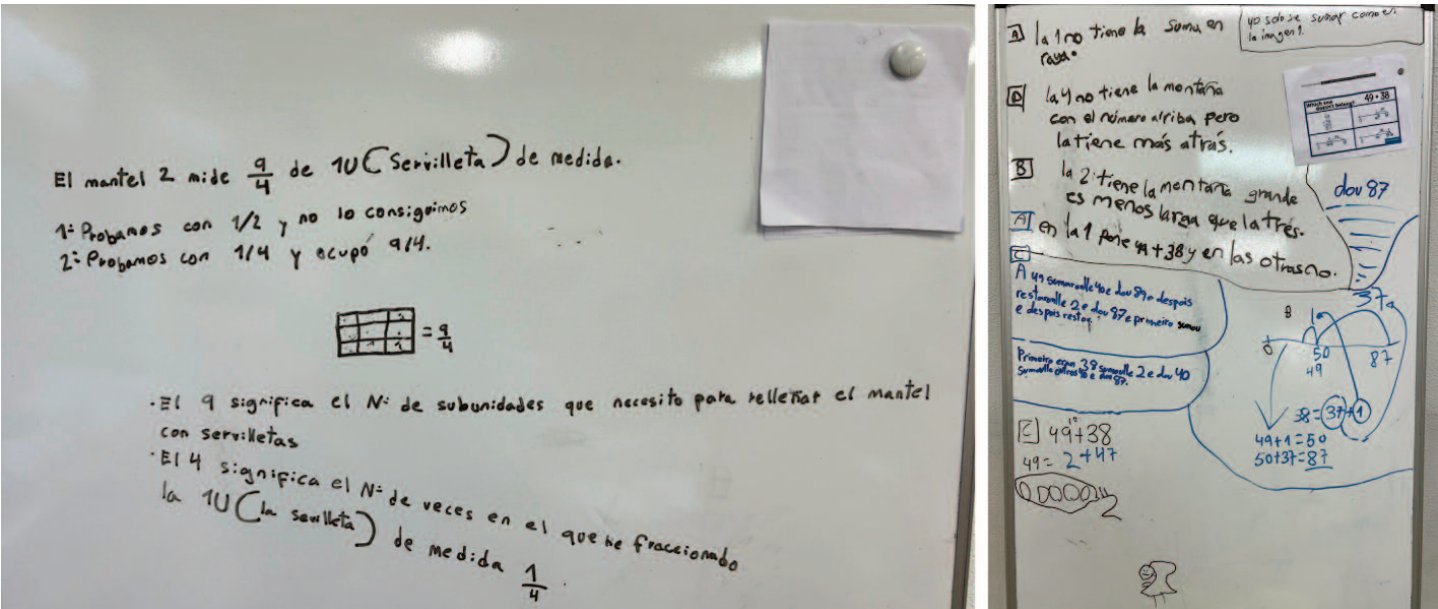


Figura 6. Dos pizarras que muestran el trabajo del alumnado de Chus Siaba

Chus Siaba señaló además el cambio que se produce a lo largo de un curso en las actitudes y creencias del alumnado, tanto hacia las matemáticas, como hacia su enseñanza y aprendizaje. Siaba plantea a principio de curso la actividad de evaluación inicial de Mercado (2007), donde se pregunta al alumnado acerca de qué son las matemáticas

para ellos, y compara lo que emerge de ahí con lo que comparte el alumnado a final de curso. De esta manera, Siaba relató cómo el alumnado pasa de ver las matemáticas como una asignatura donde se hacen cuentas y se hacen ejercicios de manzanas y peras a identificar las matemáticas con la resolución de problemas y pensar.

El sábado por la mañana, después de un rato de «activación» en pizarras verticales alrededor de otro problema (encontrar tres números de tres cifras cuya suma sea 999, sin repetir ninguna cifra), Gregorio Morales nos habló sobre cómo concreta en sus clases de 1.º ESO algunos de los aspectos de la propuesta de *thinking classrooms*. Por ejemplo:

- El alumnado trabaja en torno a problemas en pizarras el 90 % del tiempo.
- Después de cuatro o cinco clases de problemas, se dedica una sesión a que su alumnado construya colectivamente un cuaderno, que él llama: el libro de las grandes ideas. Este cuaderno luego está a disposición del alumnado en todo momento y, para ello, dispone de cuatro o cinco kindles antiguos que tiene sincronizados para tener cargado dicho cuaderno. En muchas ocasiones es el propio alumnado el que pone nombre a ciertos resultados: «el método de Valeri para resolver tal o cual problema». Señala que en 1.º ESO cuesta mucho que hagan este tipo de cuadernos de manera individual. En cualquier caso, lo importante es discutir qué se apunta y cómo. Es fundamental comprender que el cuaderno no puede ser un instrumento de copia de lo que pasa en la pizarra del profesor. Eso es perder el tiempo.
- Sobre los deberes, muy sencillo. Siguiendo también las sugerencias de Liljedahl, no manda. En ocasiones, propone actividades, variadas y flexibles, pero nunca las evalúa ni califica.
- La evaluación es formativa, con un *feedback* formativo en casi cualquier momento porque: el trabajo en pizarras verticales facilita las puestas en común, visibiliza los procesos y las pistas (que idealmente vienen en forma de preguntas) y extensiones son oportunidades de aprendizaje.
- El curso está estructurado en seis unidades temáticas. No obstante, los contenidos de los diferentes sentidos emergen a lo largo de todo el curso.
- La calificación es coherente con la evaluación. No utiliza notas numéricas, sino un cuadernillo de evaluación propio de cada alumno. En dicho cuadernillo, en la primera página se explica el funcionamiento de las clases y cómo se evaluará y calificará. En la figura 7 podemos ver algunos de los ítems de evaluación y calificación de este cuadernillo. Observemos que en cada uno de ellos se puede rastrear algún criterio de alguna competencia específica, al mismo tiempo que está relacionado con alguno de los saberes básicos. Cuando el alumnado no sabe qué estrellita marcar, tiene lugar una conversación y, en la mayoría de los casos, es el profesor el que tiene que convencer de que ha demostrado dos estrellitas en lugar de una. El profesor también guarda registro de las estrellitas de cada alumno, con lo que la evaluación y calificación es compartida y el alumnado sabe en todo momento dónde está y a dónde tiene que llegar. Ahora bien, no se trata de estar todo el rato registrando. Al principio, esto es algo que hacen a las dos o tres semanas de curso. El cuadernillo funciona a modo de portafolio de lo que ha aprendido y sabe hacer cada alumno. Es diferente a calificar un examen «clásico». Cada día es una oportunidad para mostrar lo que has aprendido y cómo te desenvuelves. La clave para «recuperar» es que todo vuelve a salir.

Unidad 2 - Potencias y raíces		
2.1	Reconozco situaciones problemáticas multiplicativas	☆☆☆
2.2	Uso el vocabulario adecuado para describir situaciones multiplicativas	☆☆☆
2.3	Uso el lenguaje matemático para describir propiedades descubiertas	☆☆☆
2.4	Uso correctamente las propiedades paso a paso para trabajar con números muy grandes	☆☆☆
2.5	Continúo series numéricas reconociendo los patrones que siguen	☆☆☆

Figura 7. Ejemplo de ítems de evaluación/calificación. Fuente: Gregorio Morales

- Además de las tareas de clase en pizarras, Morales también propone pruebas individuales que vuelven a ser una oportunidad para demostrar lo aprendido. Estas pruebas pueden llevarse y trabajarlas en casa. En este último caso, para evaluar lo aprendido tiene que ser a través de una conversación con el profesor.

- La primera de esas seis unidades en que se divide el curso está específicamente orientada a crear una cultura de aula a través de la resolución de problemas y consolidar las dinámicas. De hecho, lleva por título *Dinámicas de equipo*. Son problemas muy centrados en procesos, sin introducir saberes nuevos.
- Debe haber *feedback* específico sobre cómo debe ser el trabajo en torno a las pizarras. Si un alumno está sin enterarse y no sabe explicar lo que está haciendo, los comentarios van dirigidos a los demás componentes del grupo. ¿Cómo puede ser que tu compañero no sepa qué estáis haciendo?

Algunas reflexiones para terminar

Como es habitual en estos seminarios, se termina con una sesión de debate de la que luego emerge un documento resumen que sintetiza las conclusiones y se comparte desde la FESPM. A continuación, cierro esta crónica con algunas reflexiones personales.

La clave es asumir que lo que se busca en un aprendizaje a través de la resolución de problemas y que el aspecto de una clase de matemáticas no puede ser el estereotipo de una persona —el docente— explicando y el resto —alumnado— repitiendo ejercicios. Si partimos de ahí, realmente, todas estas estrategias y técnicas no hacen sino ayudar a crear una cultura de aula adecuada. Si no asumimos ese principio, todo van a ser dificultades. Algunas de estas dificultades, de carácter técnico, son fácilmente superables. Todos sabemos que lo mejor sería un aula materia configurada convenientemente, con armarios para material manipulativo, etc. (en Primaria, como las Matemáticas suelen ser responsabilidad del tutor o tutora, están más cerca de este ideal). Ahora bien, si no se puede disponer de pizarras en las paredes, se pueden utilizar las ventanas o vinilos sobre cartones pluma.

Las técnicas y estrategias de las *thinking classroom* facilitan la atención a la diversidad desde un enfoque inclusivo. Por ejemplo, mediante la creación aleatoria de los grupos o equipos de trabajo, o el carácter de los problemas, de suelo bajo y techo alto (todos pueden hacer algo de entrada, pero el problema puede estirarse mucho). En el mismo sentido, estas técnicas, facilitando la comunicación en condiciones de igualdad, atienden desde la raíz las cuestiones de género.

Lugares donde encontrar recursos hay muchos. Esto de aprender a través de la resolución de problemas no es nuevo, ni siquiera en los currículos, pues está presente desde la LOGSE (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2021). De hecho, muchos de los materiales que surgieron de los movimientos de renovación pedagógica, como los del Grupo Zero, tienen este carácter. Las páginas de [nrich](#) o del [Shell Center](#) son ejemplos estupendos. ¿Quién no tiene en mente el libro del *El lenguaje de funciones y gráficas*?

Para terminar, podemos redirigir a los lectores al grupo de Telegram [AulasParaPensar](#), comunidad en español donde se interactúa al respecto de esta propuesta. También merece la pena, y mucho, el grupo de Facebook [Building Thinking Classrooms](#), con la friolera de más de 70000 miembros.

Referencias bibliográficas

- BELTRÁN-PELLICER, P. y, S. MARTÍNEZ-JUSTE (2021), «Enseñar a través de la resolución de problemas». *Suma* 98, 11-21.
- ESCOLANO, R. (2007), *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde los modelos de medida y cociente*, Tesis Doctoral, Universidad de Zaragoza.
- GAIRÍN, J. M. y, J. SANCHO (2002), *Números y algoritmos*, Síntesis, Madrid.
- LILJEDAHN, P. (2021), *Building Thinking Classrooms in Mathematics*, Corwin. La edición en español es de 2024 y se titula: *Diseñando aulas para pensar en matemáticas*.
- MERCADO, A. I. (2007), «Matemáticas el primer día de curso. Un nuevo enfoque de la evaluación inicial», *Suma* 56, 33-38.

Rafael Rodríguez Annoni.

El legado de una vida dedicada a la enseñanza de las matemáticas

por

JULIO BERNUÉS PARDO, MIGUEL ÁNGEL CRESPO-MIR
(IUMA)

En este artículo recuperamos una obra y a un autor: *Al Margen de la Clase. Amenidades Matemáticas* de Rafael Rodríguez Annoni (1886 -1958). Se trata de un libro de matemática recreativa publicado en 1959, una época en la que en nuestro país apenas había autores españoles de este tipo de trabajos. Es una obra moderna, donde el autor muestra un amplio conocimiento de la actualidad (nacional e internacional) en divulgación matemática. Se anticipa además a lo que, a partir de la década de los años 70-80, será la matemática recreativa en España hasta nuestros días.

Contexto histórico

La matemática recreativa combina el entretenimiento y el aprendizaje. Utiliza retos en forma de juego con la intención de provocar en el lector la curiosidad para resolverlos y, simultáneamente, generar la motivación para introducir alguna idea matemática. Hoy en día goza de gran popularidad, habiendo evolucionado a nuevas formas de consumo desde la palabra escrita en libros o revistas a los formatos audiovisuales tan comunes como YouTube, etc.

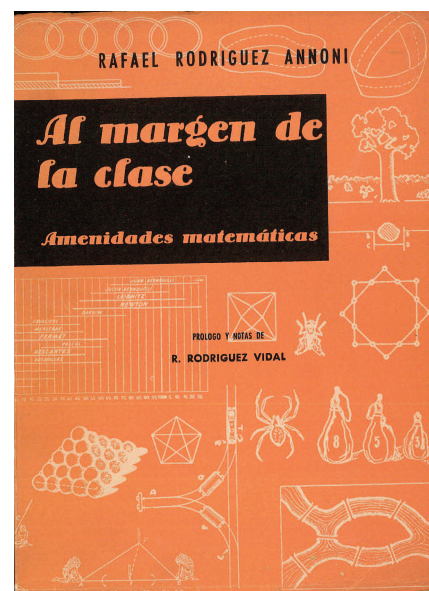
Si bien durante la mayor parte de la historia la matemática recreativa se difundirá en círculos muy específicos, como por ejemplo las cuestiones planteadas privadamente entre Euler y los hermanos Bernoulli o entre Fermat y Mersenne, etc., el primer gran salto llegará entre finales del siglo XIX y principios del siglo XX y se produce gracias a entre otras cosas por la mayor accesibilidad a las publicaciones escritas.

En esos años aparecen autores, hoy considerados clásicos, de gran nivel como Samuel Loyd (1841-1911) en USA, Henry E. Dudeney (1857-1933) y Walter Rouse Ball (1850-1925) en Reino Unido, Eduard Lucas (1842-1891) en Francia, Wilhelm Ahrens (1872 -1927) en Alemania y Yakov Perelman (1882-1942) en Rusia.

Su influencia se hará sentir por todo el mundo y España no será una excepción. Un par de textos de los considerados «clásicos» serán tempranamente traducidos al español antes de la guerra civil.

Es el caso de W. M. Gratz *Enigmas, curiosidades y entretenimientos matemáticos*, Madrid: Librería Bergua, 1933. El nombre del autor es en realidad un seudónimo que, creemos, utilizó para la ocasión el editor Juan B. Bergua. El texto es la primera traducción al castellano de (una selección de capítulos de) la obra en cuatro tomos de Edouard Lucas (1842-1891) *Récréations mathématiques*.

Igualmente destacamos la traducción de Yakov I. Perelman (1882-1942). Su extensa obra ha llegado hasta nuestros días y sigue estando de plena actualidad. La traducción referida data de 1938 y es la primera edición realizada en España con el título de *Matemáticas Animadas*, Madrid: Estrella, 1938. El título utilizado en las traducciones posteriores será el de *Matemáticas Recreativas*.



Paralelamente, unos pocos autores españoles publican su propia selección de juegos matemáticos que son principalmente breves extractos de algunos de los clásicos. Podemos citar a Primitivo Lahoz, *Curiosidades Matemáticas*, Madrid, 1924 y a Gregorio Villagrasa, *Selectos problemas y juegos matemáticos*, Albacete, 1924(?).

En los años posteriores a la guerra civil es difícil encontrar alguna publicación. Cabe mencionar la aparición en los años 40 de las pequeñas obras de Manuel Vallvé *Pasatiempos curiosos e instructivos*, Barcelona 1944 y *Para ejercitar el ingenio*, Barcelona 1946 y la de José Augusto Sánchez Pérez, *Divertimentos matemáticos*, Madrid 1948.

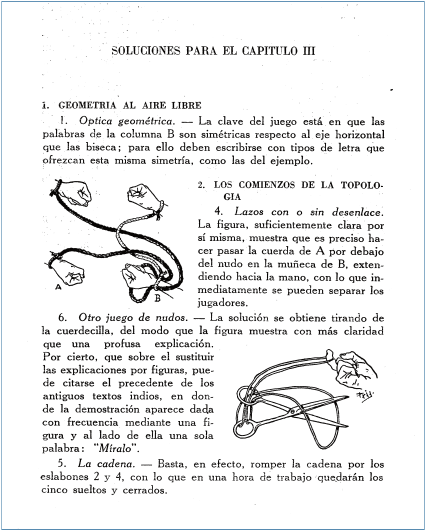
Igualmente no dejan de llamar la atención las traducciones de obras muy conocidas en su época fuera de nuestro país, como las de Lancelot Hogben, *La matemática en la vida del hombre*, Barcelona 1941, Alexander Niklitschek, *El prodigioso jardín de las matemáticas*, Barcelona 1943, Edward Kassner-James Newman, *Matemáticas e imaginación*, Buenos Aires, 1944, Maurice Kraitichik, *Matemáticas recreativas*, Buenos Aires, 1946 y Eugene Northrop, *Paradojas matemáticas*, México 1949.

Los datos anteriores que hemos recopilado de publicaciones de matemática recreativa en nuestro país, en su mayor parte inéditos, forman parte de una investigación más amplia que se puede consultar en Bernués y otros (2025).

Rafael Rodríguez Annoni, un destello singular

Con estos parcos antecedentes en nuestro panorama nacional, lo curioso es que en 1959 aparece un libro de una gran calidad, titulado *Al Margen de la Clase. Amenidades Matemáticas* de Rafael Rodríguez Annoni. El libro es publicado póstumamente por su hijo y pasa casi desapercibido, como hemos podido verificar por las escasas referencias que existen. La principal alusión a éste se encuentra en la reedición de buena parte del libro original que hará su hijo en 1983, bajo el título *Diversiones Matemáticas*; ello nos llevó a la búsqueda de la edición original y a tratar de reconstruir la gestación de una obra tan singular en su tiempo. Editado por Librería General de Zaragoza, nos consta que *Al Margen de la Clase* fue conocido y distribuido en el círculo de los colegas y alumnos de Rafael Rodríguez Vidal, catedrático de la Universidad de Zaragoza en aquel entonces.

Rafael Rodríguez Annoni tras su jubilación en 1956, y animado por su hijo, estuvo trabajando en la publicación de su libro seleccionando enunciados y notas que a lo largo de su vida como docente había recopilado y usado como ejemplos en sus clases de matemáticas en el colegio San Ignacio de Barcelona durante 25 años. Las amenidades matemáticas (subtítulo del libro) se presentan cuidadosamente con esmero a lo largo de poco más de 200 páginas. Su fallecimiento en 1958 hizo que recogiese el testigo su hijo culminando su publicación en 1959.



AL MARGEN DE LA CLASE

ante la crítica:

«Sin duda es el libro más variado e interesante de curiosidades matemáticas que se ha publicado en castellano.»
P. PUIG ADAM

«Y eso es: una amena y agradable conversación en la que el autor nos habla en tono familiar, con palabra fluida y ágil, presentándonos juegos, entretenimientos, anécdotas, cuentos, pasatiempos y paradojas hilvanadas con gracejo y buena dicción.»
F. BERNARDO CANCHO, en «Revista de Educación», n.º 105.

«La experiencia didáctica del autor se revela, en primer lugar, por la circunstancia de que la lectura del libro resulta interesante tanto a niños que se inician en el estudio de las matemáticas, como al lector adulto con curiosidad intelectual.»
«DIARIO DE BARCELONA» (5-X-1959).

«En definitiva, un libro interesante y útil, elemental, densamente escrito, en el que se mezclan lo ingenioso y lo anecdótico, el sentido común y la matemática. Y aunque al empezar a escribir hemos dicho que lo quisiéramos como libro de texto de un curso imaginario, ahora pensamos si su lugar no sería (sin por esto quitarle ni aumentarle importancia) obligar a un desperdicio intelectual más que a una gimnasia metódica.»
E. G. ROJAS, en «Gaceta Matemática», XII, n.º 1.

«A pesar de su título, o quizá por él, *Al Margen de la Clase* es un libro indicadísimo para los jóvenes estudiantes... A los profesores les da un enorme trabajo hecho... y el hombre medio al que le gusta saber un poco de todo hallará en las 200 páginas del volumen, profusamente ilustradas, lectura grata e instructiva, que sin duda le hará apasionar por la bella ciencia. En resumen, no es un libro de los que se leen y arrinconan, sino uno de esos gratos tomos que siempre gusta tener al alcance de la mano.»
«MANRERA» (5-XII-1959).

EL PROFESOR ENCONTRARÁ EN ESTA OBRA UN INAGOTABLE CAUDAL DE RECURSOS PARA CREAR CENTROS DE INTERÉS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Nos cuentan sus familiares cómo componía carpetas con apuntes, recortes de periódicos y revistas o anécdotas, con las que entretenía a sus nietos buscando el interés, haciendo trucos, poniendo ejemplos, provocando la reflexión y creatividad. Su hijo Rafael Rodríguez Vidal continuó la labor publicando, además del legado de su padre, otros tres libros de matemática recreativa.

Sin duda alguna, mostrar la matemática de forma amena y cercana no es fácil. La forma en que se recogen las «amenidades» denota una habilidad poco común en la época. El autor aporta cosas de su propia cosecha y otras no. La mayor parte como indica su hijo en el prefacio son problemas clásicos que han aparecido en otras colecciones y que se seguirán recogiendo en el futuro, ya que pertenecen a la historia de las matemáticas. El libro recopila problemas procedentes de distintos aspectos de las matemáticas: Aritmética (problemas de numeración, matemagia), Teoría de Números (cuadrados mágicos, números

primos, perfectos...), Geometría y Topología (medidas, semejanza, grafos, nudos...), Orden y Posición (problema de Josefo, problemas ferroviarios y de garaje), Paradojas y Sorpresas (demostraciones falseadas, juegos de escamoteo geométrico, paradojas de Hooper, paradojas del mentiroso y del barbero). Finaliza con una miscelánea de problemas curiosos (más de medio centenar) así como pensamientos sobre la matemática de matemáticos y no matemáticos, acompañado con unas abundantes notas y anécdotas que culminan en una breve historia de las matemáticas. Esta estructura continúa siendo vigente en muchos de los libros de matemática recreativa que se publican en la actualidad. Su hijo completa el libro con una sección dedicada a la aritmética modular y geometrías finitas.

Rodríguez Annoni no es tan solo conocedor de problemas clásicos planteados por Arquímedes, Eudoxio, Alcuino, Fibonacci, Fermat, Euler, Hooper, Gauss, etc. Aporta además la novedad, dada la época y el país de los que estamos hablando, del conocimiento detallado de las novedades editoriales y el interés por estar actualizado. Rodríguez Annoni tuvo acceso a las principales publicaciones en divulgación matemática y recreativa, que aparecieron en nuestro país entre los años 30 hasta su fallecimiento.

Destacamos por su importancia entre las referencias, el libro mencionado anteriormente de M. Kraitchik, el cual utiliza para varias secciones. Pero posiblemente la referencia más ilustrativa sea la que hace al que es el primer libro de Martin Gardner en su versión inglesa y recién publicado en 1956, del cual recoge varios juegos. Es un indicativo más de que Rodríguez Annoni estaba realmente al tanto de las últimas publicaciones en matemática recreativa y divulgación matemática.

El libro de Gardner no será traducido al español hasta bien entrado los años 70.

Para destacar la singularidad de nuestro protagonista durante los años siguientes tan solo hemos constatado la existencia de publicaciones en español de dos traducciones de obras de matemática recreativa. Concretamente, las de Martin Gardner *Juegos matemáticos*, Madrid 1961 y de Yakov Perelman, *Matemáticas recreativas*, Barcelona 1968.

No será hasta finales de los años 70 y principios de los 80 del pasado siglo que empezarán a aparecer de forma consistente libros sobre matemática recreativa escritos por autores españoles como Thio de Pol, Mataix, Albaiges, Antoñana, Nieto, Llibre, de Guzmán y Rodríguez Vidal entre otros. Posteriormente se producirá la eclosión de publicaciones de numerosos autores ampliamente conocidos hasta nuestros días.

Una lista exhaustiva de referencias y un estudio pormenorizado de *Al margen de la clase* aparecerá próximamente con la reedición del libro llevada a cabo por los autores firmantes de este artículo.

Apunte biográfico de Rafael Rodríguez Annoni

Rafael Rodríguez Annoni nació en San Juan de Puerto Rico el 29 de octubre de 1886. Fue hijo de Adolfo Rodríguez Alcalá, un joven teniente de infantería allí destinado y de la portorriqueña Ana Luisa Annoni Torrellas.

Huérfano de padre durante la guerra de Cuba en 1898, ingresó en 1907 en la Academia de infantería de Toledo y profesó la carrera militar hasta su salida en el año 1931 con el grado de comandante. Durante el resto de su vida se dedicó a la docencia en el Colegio Jesuita de S. Ignacio (Barcelona) en el que impartió clases de matemáticas durante 25 años hasta su jubilación en 1956. Contrajo matrimonio con Mercedes Vidal Planas con la que tuvo cuatro hijos: Mercedes, Adolfo y Francisco y el mencionado Rafael Rodríguez Vidal. Falleció en Barcelona el 23 de julio de 1958.



Foto: Familia Rodríguez Vidal

Referencias bibliográficas

BERNUÉS, J., M. A. CRESPO y A. M. OLLER-MARCÉN, *150 años de Matemática Recreativa en España (1819-1969)*, Preprint, 2025.

Narraciones para aprender matemáticas en el CPI El Espartidero¹

por

BLANCA ARTEAGA-MARTÍNEZ
(UNED, Facultad de Educación)

Las mañanas que voy a un colegio empiezan de una manera especial, con una emoción que no se puede explicar y que hace que te sientas un poquito más nerviosa y más feliz. Y así empezó la mañana de mayo en que me habían invitado a la clase de tres años en el CPI Espartidero. No nos conocíamos, una cita a ciegas que siempre guardaré con una secuencia de imágenes llenas de cariño.

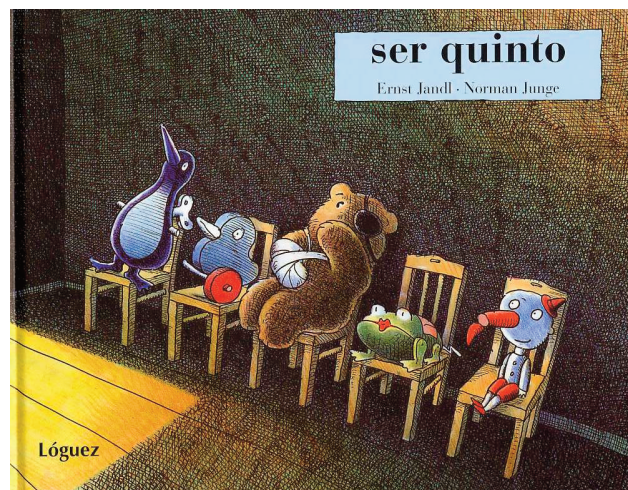
Había empezado a preparar los materiales días antes porque, aunque esta historia la haya contado otras veces, creo que es importante preparar la escena cada vez, aprendiendo de la vez anterior, incorporando nuevos materiales y pensando la historia como un momento de dar sentido al saber matemático, mientras jugamos juntos y aprendemos algo nuevo. En las aulas de infantil, esto es sencillo, el adulto aprende a la vez que el niño, cada uno en un plano distinto, pero ambos se encuentran en esa escena donde los sentidos deben estar preparados para la sorpresa, la escucha, el espacio compartido...

En mi maleta me acompañaban algunos personajes que había preparado para la ocasión, la espera en la consulta del doctor. Con marionetas de mano, de tacto suave, de distintos colores, elegí la razón de estar esperando a que el doctor abriese la puerta de la consulta. Algún instrumental propio del doctor me ayudaría a caracterizar el personaje, que también era una marioneta, y facilitaría la ayuda a nuestros peluches. Al señor Búho se le había roto un ala y le coloqué una venda, además necesitaba el termómetro cerca para controlar que estaba bien. El Lobito se había dado un golpe en la nariz por meterla por el agujero del gallinero, y le puse unas tiritas. A la Rana se le había puesto malito el ojo, y con una caja de lentillas le construí un parche. Pingüino tenía muchísimas manchas por el cuerpo de color naranja, alguna alergia le había salido con forma de gomet circular. Y al Conejo, que se había metido por el bosque, se le habían quedado las orejas pegadas.

Iniciamos nuestra sesión de aula con los niños y niñas colocados en forma de asamblea, expectantes por saber qué iba a pasar. Y lo que sucedió es que les conté una historia, a través de un álbum ilustrado, *Ser quinto* (Jandl,



2017), que nos relata las vivencias de un personaje al que se ha roto la nariz y espera en la fila de sillas delante de la puerta del doctor, junto a otros compañeros que tienen algo estropeado.



En los libros ilustrados para niños, las ilustraciones no son solo elementos decorativos, sino que se integran en el texto y se convierten en una parte más de la narrativa, ayudando a los lectores jóvenes a comprender los personajes y la secuencia de la historia contada por los adultos. Estas imágenes también hacen del álbum ilustrado un material manipulativo en las manos del niño, permitiéndole conectar más fácilmente la representación semiótica de la ilustración con la representación mental del objeto por parte del niño.

Contamos la historia a los niños y niñas focalizando la atención en las ilustraciones y en el transcurrir de la historia. Distintos elementos los evocaremos *a posteriori* para reproducir la actividad «puerta abierta, uno fuera».

Al terminar la lectura de la historia reproducimos la escena convirtiendo a los niños y niñas en protagonistas, cinco pequeñas sillas en hilera, cada uno de los cinco pequeños aprendices tiene una de las marionetas de mano y nuestra doctora equipada con fonendoscopio, tijeras y bandeja de cura nos espera al otro lado de la puerta.

Ahora volvimos de nuevo a la historia, pero los protagonistas fueron los cinco actores que estaban colocados en sus sillas esperando ser atendidos por la doctora en la sala contigua. Una situación donde el ordinal toma el protagonismo. Lobito será el «primero» en pasar a la consulta. Pero cuando Lobito pasa, la señora Rana que era la «segunda» pasa a ser la «primera». Así el cardinal cambia según la acción transcurre, uno tras otro. Apoyándonos con gestos con nuestras manos donde vamos situando la secuencia de posición al tiempo que uno entra y otro sale. Esta dramatización de la historia sitúa a los niños y niñas del aula como personajes principales en las ilustraciones, lo que facilita la actividad con la función del personaje.

Será importante durante la actividad que el docente trabaje tanto haciendo énfasis en que cada niño y niña identifique qué posición tiene en la secuencia de entrada a la consulta del doctor, como que los niños y las niñas situados en la asamblea indiquen quién ocupa cada posición una vez que recordamos el cardinal correspondiente.

Mi historia en las aulas del CPI Espartidero terminaron narrando la historia alguna vez más, sentada en el suelo rodeada de niños y niñas mientras ordenábamos en hilera algunos otros juguetes que había en el aula. Y así regresé a casa, con la retina llena de caritas felices y ojos llenos de brillo con ganas de aprender.



1 Este artículo es parte del proyecto «Uso de GeoGebra en Educación Infantil», en el que colaboran conjuntamente la autora como profesora de la UNED y el profesorado de secundaria y las maestras de Infantil del CPI El Espartidero, dentro del programa HIPATIA.

Jugando entre las mates

por

ANA ISABEL BLASCO NUÑO, CARMEN SOGUERO PAMPLONA Y RICARDO ALONSO LIARTE
(CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; IES Valle del Jiloca, Calamocha;
IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

A veces utilizamos con significado similar los términos difusión y divulgación, aunque ambos tienen matices que los hacen particulares. La difusión es la propagación del conocimiento entre especialistas y contiene un conjunto de elementos y signos propios de un discurso especializado a diferencia de la divulgación, que procura acercar distintos contenidos y conocimientos a personas no especialistas.

Tanto la difusión como la divulgación del conocimiento son actividades de comunicación. Los artículos científicos, educativos, profesionales, técnicos, etc., son la forma básica de difundir los resultados de un proyecto al resto de comunidad científica, educativa, etc., mientras que las actividades encaminadas a la divulgación tienen como objetivo principal a un público más general, no necesariamente especialista, para hacer más accesible el conocimiento al ciudadano.

Un blog educativo sirve para cubrir las dos vías: la difusión del material y propuestas didácticas entre los docentes de las distintas etapas educativas que puedan hacer uso de él y la divulgación de estas propuestas entre todas aquellas personas que lo consideren útil (hemos constatado en los últimos tiempos que hay un cierto interés entre los abuelos para realizar con los nietos algunas de nuestras actividades).

Conscientes de ello, cuando comenzamos a elaborar el blog asociado al proyecto, tuvimos en cuenta que, además de desarrollar en cada una de las entradas del blog, la descripción y el uso didáctico que se puede llevar a cabo con cada actividad, era necesario establecer secuencias didácticas que ayudasen a integrar de una manera más compacta las actividades en el aula, no como actividades sueltas sino formando parte de una secuencia diseñada específicamente.

MATEMATICINFANTIL
Aplicaciones Geogebra para trabajar las Matemáticas con la P.D.I. en Educación Infantil

HABILIDADES LÓGICAS ▾ NÚMEROS ▾ GEOMETRÍA ▾ MEDIDA ▾ ESTADÍSTICA ▾ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ▾

SECUENCIAS DIDÁCTICAS

Secuencias didácticas elaboradas por profesorado de Educación Infantil, integrando actividades de nuestra página.

- [A COMER](#) de Laura Calvo Isaac.
- [FORMAS GEOMÉTRICAS BÁSICAS](#), de Mercedes López Sánchez.
- [JUEGO CON LA ESTADÍSTICA](#) de Sara Polo Marco.
- [LAS FORMAS GEOMÉTRICAS](#), de Mª Nieves Angosto Domínguez.

Formulario de contacto

POR EDADES

- 3 años
- 4 años
- 5 años

Inicialmente, estas secuencias didácticas estaban marcadas por los temas que se iban desarrollando en las programaciones didácticas del CEIP Ricardo Mallén de Calamocha. De ahí surgieron varias unidades didácticas con sus documentos asociados. Los temas tratados van desde el trabajo con obras de arte en [Museos](#) hasta algo tan sugerente como el conocimiento de otras [Culturas](#). Desde los [Viajes](#) y la exploración del [Espacio](#) a la continuidad del [Tiempo](#). Se trataron temas tan prácticos como la [Ciudad](#) y tan imaginativos como los [Castillos](#). Y no podían faltar otros tan motivadores para el alumnado como los [Animales](#) o el [Huerto](#).

Simultáneamente, nos pareció adecuado y necesario formar grupos de trabajo entre las docentes de infantil de distintos centros, (por cercanía, de la provincia turolense) para que incorporasen en sus propuestas de aula estos materiales si consideraban que aportaban algo a su práctica docente. A través de seminarios propuestos desde el centro de profesorado, junto con visitas por nuestra parte a los centros interesados para explicar el proyecto y su funcionamiento, se fueron elaborando en varios años otras propuestas didácticas que están recogidas en el [blog](#).

En esta línea, merece especial mención el grupo internivelar de profesores que están trabajando con aplicaciones nuestras y de otros autores, en el CPI El Espartidero (Santa Isabel-Zaragoza). La continuidad en el tiempo, la intensidad del trabajo y el carácter internivelar de este hacen de esta una experiencia muy completa. La colaboración entre el profesorado de Secundaria (que aporta su experiencia con el programa e involucra a sus alumnos en dicha colaboración) y el de Infantil, que pone en marcha las aplicaciones en sus aulas, es la clave del éxito de esta experiencia.

Nos pareció también que la grabación de videos cortos en los que se mostrara la puesta en práctica en el aula de las actividades podría animar a su uso por parte de más docentes. En el blog se puede visualizar una amplia [colección de videos](#) de uno o dos minutos de duración en los que se ve un ejemplo de utilización en el aula de la actividad.

La presentación de nuestro proyecto en jornadas, encuentros, congresos, seminarios, etc., nos ha permitido difundirlo entre docentes de todo el territorio nacional e incluso fuera del mismo. Nos consta que han sido utilizados en las aulas de Infantil, pero también como parte de los materiales para la formación del profesorado.



Por último, esta sección de *Entorno Abierto*, que nos ha acogido durante 26 números, nos ha facilitado llegar a muchos docentes. A lo largo de estos artículos hemos ido haciendo una recopilación de actividades que giraban en torno a diversos contenidos, organizados en torno a las [Habilidades lógicas](#), los [Números](#), la [Medida](#), la [Geometría](#) y la [Estadística](#).

En su desarrollo hemos visto [Flores de colores](#), y no hemos tenido [Problemas con el dinero](#), pero sí muchos [Rompecabezas](#). Echándole [Mucho cuento](#), [No solo PDI](#), y [Con mucho arte](#), hemos estado [Bailando con datos](#) [Por el espacio exterior e interior](#). [Dando tiempo al tiempo](#), hemos puesto [La mirada en el espejo](#), usando las [Habilidades lógicas](#) para preparar un [Listo para llevar](#) de actividades.

En las [Cuadrículas](#), las [Operaciones básicas](#) jugaban con los [Números](#) para contar. Y las [Series](#), pero no serias, se mezclaban con las [Formas geométricas básicas](#). Trabajando [Sobre la serie numérica](#) y el [Reconocimiento de formas](#), nos dimos cuenta de que estábamos inmersos en un feliz [Reparto igualitario](#) de tareas entre nosotros. Y pensamos... [Entre mates anda el juego](#).

Con esta síntesis en dos párrafos de los artículos publicados, damos por completada la sección cole.ggb. Nosotros seguiremos jugando entre las mates.

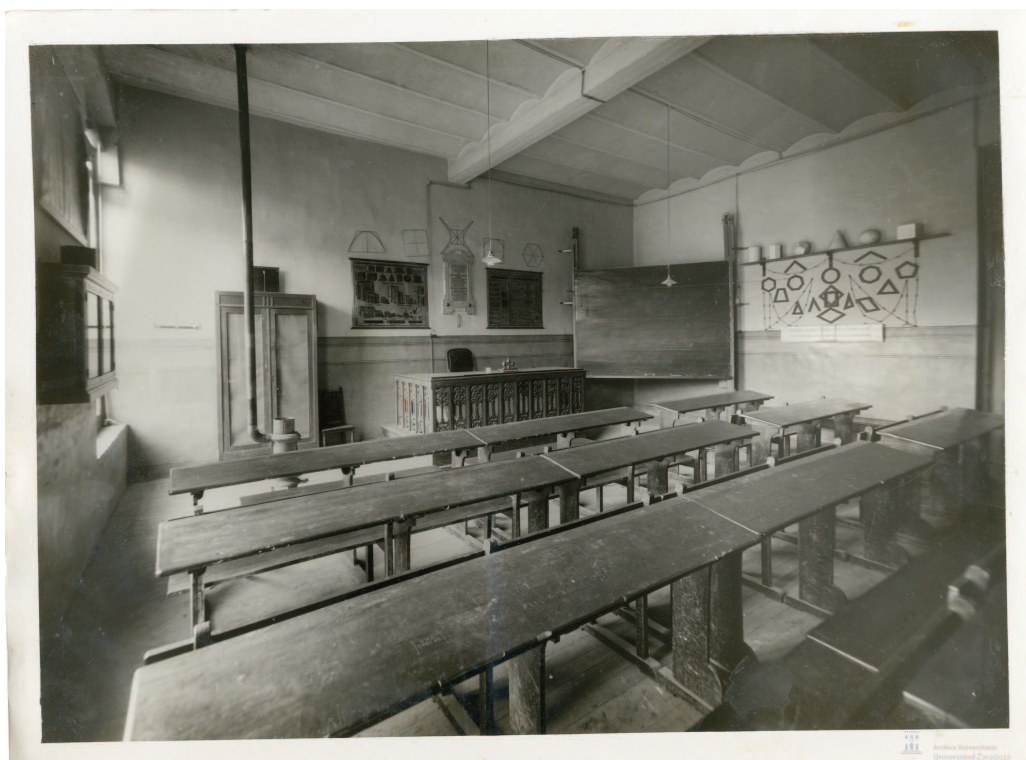
Materiales y recursos en un aula de matemáticas de 1932

por

ANTONIO M. OLLER MARCÉN
(UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA)

A pesar de que se conciben como una disciplina especulativa en la que solo son necesarios papel y útiles de escritura, existen herramientas que se utilizan cotidianamente a la hora de hacer matemáticas. Podemos pensar en ordenadores, calculadoras, materiales de dibujo, etc. La existencia de estas herramientas es tan antigua como la propia disciplina, porque históricamente no pueden desligarse las matemáticas de sus aplicaciones prácticas. Por otro lado, el uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas es también algo natural. Podríamos pensar que se trata de un fenómeno moderno, pero ese no es el caso. Dentro de las posibilidades materiales y tecnológicas de cada época, los docentes se han preocupado por idear formas de enseñar a sus estudiantes del mejor modo posible. Esto implicaba en muchas ocasiones utilizar diversos instrumentos y materiales de apoyo.

La siguiente imagen proviene del archivo de la Universidad de Zaragoza. Fue realizada en 1932 por el fotógrafo del *Heraldo de Aragón* Miguel Marín Chivite. La fotografía recoge el aula de matemáticas de la Escuela de Comercio de Zaragoza. Se ubicaba en la segunda planta del «Palacio de las Escuelas», ubicado en la actual plaza de los Sitios, construido con motivo de la exposición hispanofrancesa de 1908.



Las escuelas de comercio en España tienen su origen a mediados del siglo XIX. Como sucede en este país, estas instituciones tuvieron una azarosa existencia sujeta a veces a estancamientos y a veces a cambios legislativos diversos y vertiginosos. En la época que nos ocupa, el plan de estudios vigente databa todavía de 1922. Este plan establecía

la existencia de escuelas elementales de comercio, escuelas profesionales de comercio y escuelas de altos estudios mercantiles. A las primeras se accedía a través de un examen «que comprenda las materias que constituyen la enseñanza superior de las escuelas primarias». Para acceder a las escuelas profesionales era necesario tener 14 años y haber superado los dos cursos de la escuela elemental o provenir de otros estudios en los que hubieran superado «asignaturas cuya igualdad o analogía con las que se cursen en el grado elemental se halle establecida». Finalmente, para acceder a las escuelas de altos estudios mercantiles (establecidas por este decreto de 1922 solo en Madrid, Barcelona y Bilbao) se requería una edad mínima de 18 años y la superación (reválida incluida) de los estudios profesionales. También podían acceder a estos estudios ciertos titulados universitarios tras cursar algunos módulos de formación complementaria. Por ejemplo, los licenciados en Ciencias Exactas debían cursar: Economía política, Hacienda pública, Derecho mercantil, Legislación de aduanas, Derecho político y administrativo, Contabilidad general y especial, Mercología (sic), Tecnología industrial y dos idiomas.



Aunque hubo intentos infructuosos en los años 30 de promoverla a escuela de altos estudios, la Escuela de Comercio de Zaragoza tuvo siempre el carácter de profesional. Esto implica que se impartían tanto los estudios elementales, como los profesionales. Existía además una sección «de vulgarización» destinada a «difundir la instrucción comercial de la mujer» cuyos contenidos se correspondían de forma exacta con los de los estudios elementales.

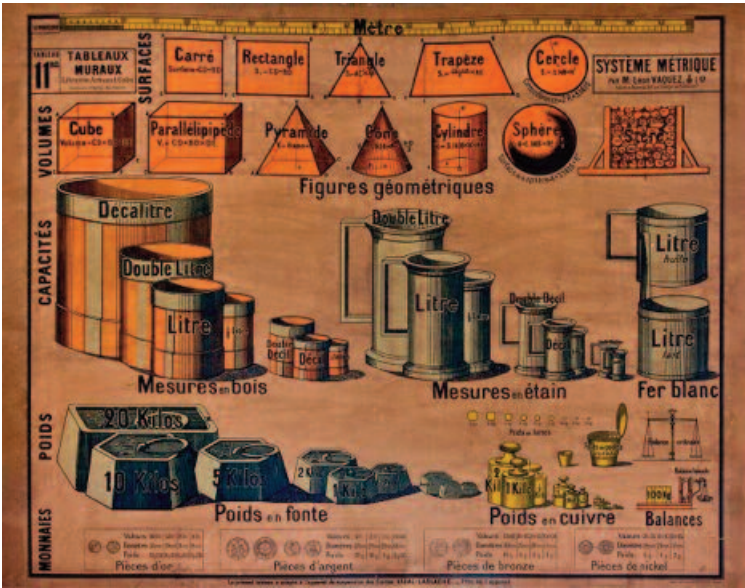
Los estudios elementales abarcaban dos cursos y los profesionales cuatro. Las asignaturas con un carácter matemático se recogen en la tabla siguiente:

Estudios elementales	Primer curso	Elementos de aritmética mercantil
	Segundo curso	Geometría y elementos de álgebra
Estudios profesionales	Primer curso	Cálculo mercantil
	Segundo curso	Elementos de estadística económica
	Tercer curso	Cálculo financiero

Así pues, el aula de la fotografía acogió con toda seguridad clases de aritmética mercantil, de geometría y de elementos de álgebra. La fotografía muestra un espacio de aspecto adusto, acentuado quizás por tratarse de una imagen en blanco y negro. Las bancadas de madera, el pizarrón, la imponente mesa del profesor, la estufa que aparenta una cierta incapacidad para calentar adecuadamente el espacio... Todos estos elementos contribuyen a una imagen de las matemáticas como algo árido y frío que, de alguna forma, se ha perpetuado en el tiempo.

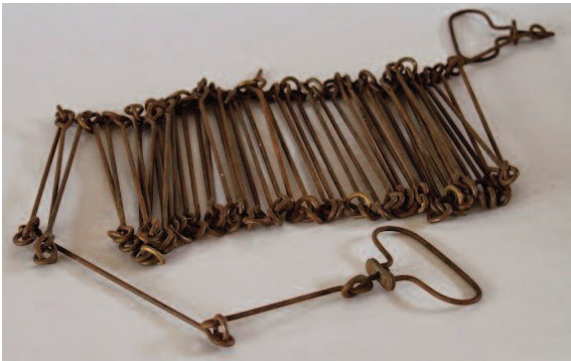
Sin embargo, una mirada algo más atenta nos permite ver que en distintos lugares del aula se encuentran distintos materiales y recursos utilizados en la época para enseñar y hacer matemáticas.

En la pared del fondo, a espaldas del profesor se ven dos carteles de gran tamaño. En el de la parte izquierda se intuyen figuras y cuerpos geométricos, y también dibujos que representan algunas medidas relacionadas con el sistema métrico decimal. El cartel de la derecha es más difícil de apreciar, aunque, por ejemplo, en su esquina inferior derecha se vislumbra una balanza. En la imagen siguiente podemos ver el mismo cartel de la parte izquierda en su colorida versión original en francés (idéntica en todo, excepto en lo relativo al sistema monetario). Data de finales del siglo XIX e ignoramos la fecha en la que se editó en España.



Este tipo de cartelería fue muy popular desde finales del siglo XIX hasta bien entrado el siglo XX. En la imagen vemos la publicidad de uno de estos carteles en un catálogo de la editorial Hernando del año 1933. Como se puede observar se vendía en distintos formatos y acabados para adaptarse a bolsillos más o menos profundos. Unos años antes, en 1914, otro catálogo de la casa Bazar Ibérico publicaba hasta 10 cuadros del sistema métrico, el mayor de 185 cm × 135 cm con «las medidas en su tamaño real» Este enorme cartel costaba 18,80 pesetas. Para comparar, en 1914 la suscripción anual al periódico *El Centinela. Semanario defensor de los intereses del maestro de Primera Enseñanza* costaba 7 pesetas.

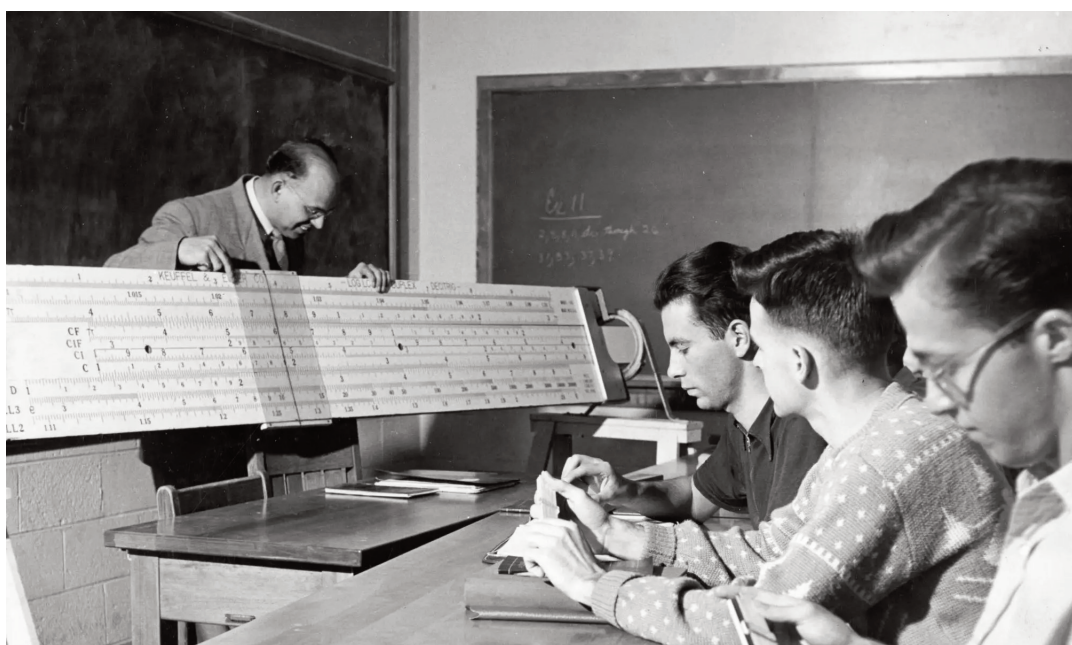
Colgada de la pared, junto a una colección de sólidos geométricos (posiblemente de escayola) y a otra de diversas formas y figuras geométricas de madera, se puede ver una cadena de agrimensor de 10 metros, formada por eslabones de 20 centímetros. En la imagen podemos ver un objeto similar más de cerca. Se aprecia la forma característica de las asas de sus extremos.



Este instrumento se denomina en ocasiones cadena de Gunter, por el inglés Edmund Gunter (1581-1626). Era un instrumento muy utilizado sobre el terreno por agrimensores y topógrafos. En la época de la fotografía estas cadenas todavía se vendían como material para el aula. Podían encontrarse formando parte de conjuntos más amplios, pero también individualmente. El catálogo *Hernando* de 1933 ofrecía una cadena de agrimensor «de 10 metros, estañada, con un juego de agujas» por un precio de 15 pesetas. En 1914, el catálogo de *Bazar Ibérico* ofrecía un objeto similar por 8,75 pesetas.

Justo debajo, en esa misma pared, podemos ver una regla de cálculo. Las reglas de cálculo fueron instrumentos muy populares desde mediados del siglo XIX, haciendo las funciones de las actuales calculadoras científicas. Disponían de varias partes móviles que permitían realizar las operaciones aritméticas básicas, pero, en función del modelo considerado, también obtener logaritmos, valores de funciones trigonométricas o hiperbólicas, resolver ecuaciones cuadráticas, etc.

Si la comparamos con la cadena de agrimensor, esta regla de cálculo debía medir en torno a 120 cm de largo y unos 20 cm de alto. Existían en la época instrumentos de ese tamaño utilizados para explicar el funcionamiento de esa herramienta (que no siempre era sencillo). En la fotografía vemos una clase del Michigan State College en 1950 en la que el instructor está manejando uno de esas enormes reglas de cálculo.



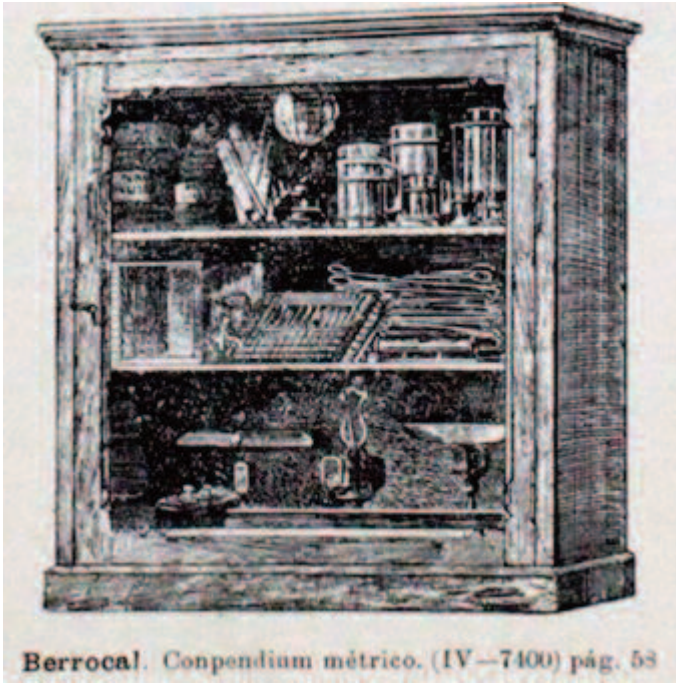
En España, este tipo de material estaba disponible. Por ejemplo, en el catálogo *Material Pedagógico Moderno* de 1934 podemos ver lo siguiente dentro del apartado de aparatos aritméticos:

2526 **REGLA DE CALCULO COMERCIAL "FABER"**, para Escuelas de Comercio. Con instrucción.
 2532 **GRAN REGLA DE CALCULO "FABER"**, para demostraciones. De 1,25 metros de largo. Con instrucciones.

Como vemos, el tamaño publicitado encaja bastante bien con nuestra estimación. Desafortunadamente, en este catálogo no se indica el precio.

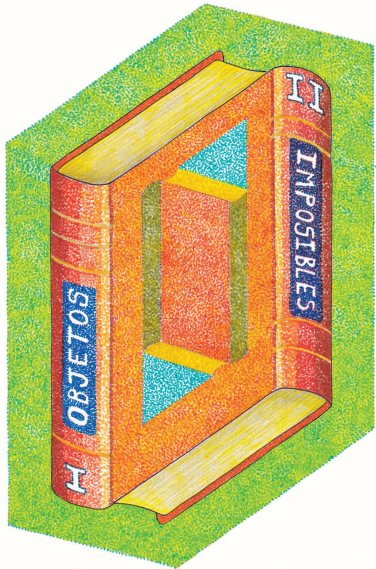
De nuevo en la pared del fondo, sobre los carteles que hemos comentado anteriormente, se observan algunas otras figuras geométricas; quizás de metal y cuerda o hilo. Vemos entre otros objetos una hipérbola y una parábola. Es interesante detenerse en el caso de estas cónicas a desentrañar los elementos y propiedades que pueden querer ilustrar esos modelos. Dejamos esa tarea al lector interesado.

En fin, estos son los principales elementos que se aprecian en la fotografía. En la pared de la izquierda, se intuye quizás otro cartel y se ve un pequeño armario. Al igual que el armario mayor del fondo, resulta imposible determinar su contenido. Quizás se tratara de uno de los armarios con diversos materiales que vendían muchas de las casas editoriales ya mencionadas, como el que se muestra a continuación publicitado en uno de sus catálogos. También es posible que fueran anaqueles con libros, o quizás simplemente se tratara de estanterías vacías.



Berrocal. Conpendium métrico. (IV—7400) pág. 53

Ignoramos si estos materiales se utilizaron de forma real y activa en esa fría clase de la Escuela de Comercio de Zaragoza de principios de los años 30 (la instalación de calefacción se aprobó en 1933). Desde luego, aportarían una nota de color y de cercanía para los alumnos, que quizás las usarían como distracción y entretenimiento durante las clases de álgebra. A nosotros nos permiten comprobar, como otras veces, que muchas de las prácticas, preocupaciones y estrategias docentes que se utilizan hoy se han utilizado ya antes y se seguirán utilizando en el futuro cambiando solo en aspectos accidentales.



Un libro, dos libros I (Vicente Meavilla Seguí)

Álgebra geométrica

por

Vicente Meavilla Seguí

(Catedrático de Matemáticas jubilado)

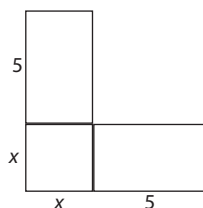
El matemático árabe Mohamed ibn Musa al-Khowarizmi (s. IX), en su obra más importante *Hisab al-jabr wa-al-muqabala*, resolvió entre otras la ecuación cuadrática $x^2 + 10x = 39$.

Para justificar geométricamente su resolución, al-Khowarizmi procedió de acuerdo con el siguiente plan:

- [1] Construyó un cuadrado de lado x .

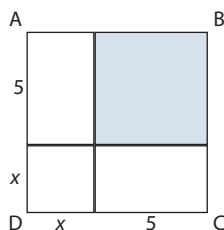


- [2] A partir de él construyó un hexágono cóncavo como el de la figura adjunta.



Resulta claro que el área de dicho polígono es $x^2 + 10x [= 39]$.

- [3] Acto seguido, añadió al hexágono un cuadrado de lado 5 (véase el diagrama siguiente) y construyó un cuadrado $ABCD$ de área $39 + 25 = 64$.



Con esto, resulta claro que: $(x + 5)^2 = 64 \Rightarrow x + 5 = 8 \Rightarrow x = 3$.

Resolución peculiar de un sistema de ecuaciones lineales en la España del siglo XVI

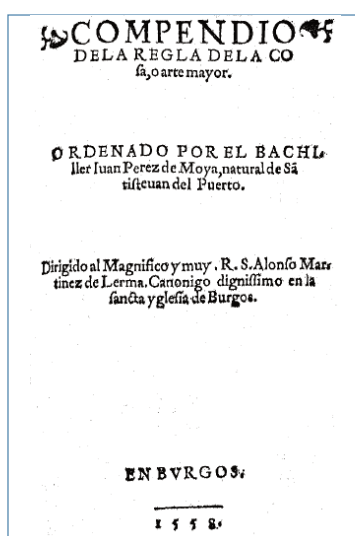
por

Vicente Meavilla Seguí

(Catedrático de Matemáticas jubilado)

Los procedimientos habituales para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, conocidos por los estudiantes no universitarios, no estuvieron a disposición de los matemáticos que vivieron hace siglos.

A modo de ejemplo, ofrecemos un problema contenido en el *Compendio de la cosa, o arte mayor* (1558) del jienense Juan Pérez de Moya, primer libro de álgebra escrito por un español.



El enunciado del problema dice así:

Dame 3 numeros de tal condicion, que summa(n)do el primero y el segundo con la mitad del tercero la summa sea 30, y el segundo y tercero con el tercio del primero hagan 30, y el tercero y primero, con el quarto del segundo hagan 30.

Utilizando el simbolismo moderno, desconocido por el matemático santistebeño, la resolución de Pérez de Moya se ajusta al siguiente plan:

Sea x el primer número, y el segundo y z el tercero.

Entonces:

$$\begin{cases} x + y + \frac{z}{2} = 30 & [1] \\ y + z + \frac{x}{3} = 30 & [2] \\ z + x + \frac{y}{4} = 30 & [3] \end{cases}$$

$$[1] \Rightarrow x + y = 30 - \frac{z}{2} \Rightarrow x + y + z = 30 - \frac{z}{2} + z \Rightarrow x + y + z = 30 + \frac{z}{2} \quad [4]$$

$$[4] \Rightarrow y + z = 30 + \frac{z}{2} - x \Rightarrow y + z + \frac{x}{3} = 30 + \frac{z}{2} - x + \frac{x}{3} = 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 + \frac{z}{2} - \frac{2x}{3} = 30 \Rightarrow \frac{z}{2} = \frac{2x}{3} \Rightarrow x = \frac{3z}{4} \quad [5]$$

$$[4] \Rightarrow z + x = 30 + \frac{z}{2} - y \Rightarrow z + x + \frac{y}{4} = 30 + \frac{z}{2} - y + \frac{y}{4} = 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 + \frac{z}{2} - \frac{3y}{4} = 30 \Rightarrow \frac{z}{2} = \frac{3y}{4} \Rightarrow y = \frac{2z}{3} \quad [6]$$

Sustituyendo [5] y [6] en [4], resulta:

$$\frac{3z}{4} + \frac{2z}{3} + z = 30 + \frac{z}{2} \Rightarrow \frac{3z}{4} + \frac{2z}{3} + z - \frac{z}{2} = 30 \Rightarrow 9z + 8z + 12z - 6z = 360 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 23z = 360 \Rightarrow z = \frac{360}{23} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \cdot \frac{360}{23} = \frac{270}{23} \\ y = \frac{2}{3} \cdot \frac{360}{23} = \frac{240}{23} \end{cases}$$

Cubitos

por

PEDRO LATORRE GARCÍA

(CPEPA Gómez Lafuente, Zaragoza)

Cubitos es la última novedad del [rincón de Petrus](#). Es una aplicación realizada con Three.js, una librería de código abierto escrita en el lenguaje Javascript que facilita el uso de gráficos 3D en los navegadores. La aplicación ha sido probada con Mozilla Firefox y Chrome en un PC y para su empleo se recomienda una pantalla con una resolución mínima de 1024×768 .

En el número 35 de este boletín comentaba que durante el verano del 2020 había dedicado unas cuantas horas a desarrollar un entorno para manipular disecciones del cubo como el conocido cubo Soma. La aplicación ya era operativa y permitía crear particiones del cubo, pero escribiendo sobre el código fuente de Javascript. Este otoño me he animado a completar ese proyecto, contando con la ayuda de nuestras amigas inhumanas, las IAs.

Desde hace un par de meses estoy usando las IAs para ayudarme en mis labores como programador. Además del popular [ChatGPT](#) me he dado de alta en [DeepSeek](#), en ambos casos sus versiones gratuitas. Todavía no he superado el enorme impacto inicial que ha supuesto para mí el uso de esta tecnología. Dispongo de un maravilloso juguete nuevo, como lo fueron en su momento la calculadora gráfica, el PC o Internet. No tengo dudas sobre lo bueno que sería enseñar y aprender con nuestros alumnos a hacer un buen uso de las IAs en las clases de matemáticas. Pero también veo las dificultades para llevarlo a cabo.

Veamos un sencillo ejemplo de uso. Queremos que nuestros alumnos entiendan el algoritmo de Euclides y necesitamos implementarlo en un lenguaje de programación, Python, por ejemplo. Introducimos en la entrada de la IA:

Escribe un programa en Python que implemente el algoritmo de Euclides. El usuario escribirá en el código dos enteros positivos. Se verán las sucesivas parejas de números obtenidas hasta llegar al mcd.

Obtenemos el código del recuadro inferior. Sin modificarlo, podemos probarlo con Jupyter Notebook dentro de un navegador web, sin necesidad de instalar programa alguno.

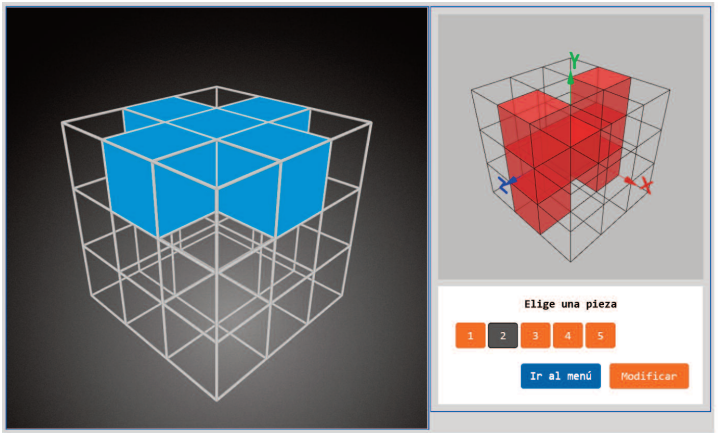
euclides.py

```
# Define los dos números enteros positivos aquí
num1 = 48
num2 = 18
a, b = num1, num2
print("Parejas sucesivas:")
while True:
    print(f"({a}, {b})")
    if b == 0:
        break
    a, b = b, a % b # Actualiza los valores según el algoritmo de Euclides
print(f"\nEl máximo común divisor (MCD) es: {a}")
```

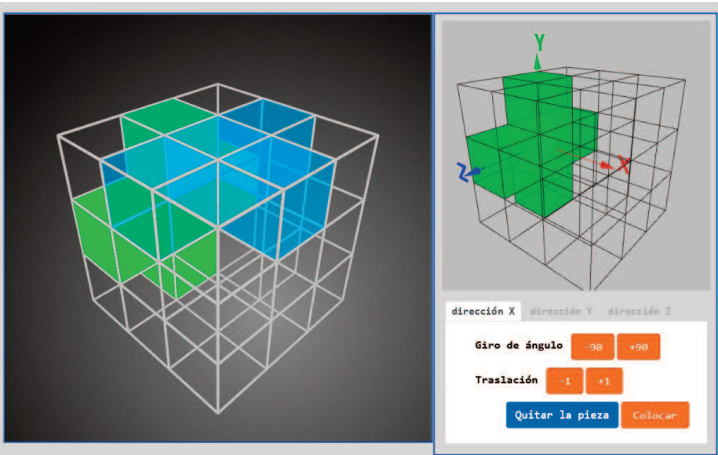
La IA hace el trabajo sucio de escribir el código y el docente se puede concentrar en la didáctica sin necesitar conocimientos avanzados de programación. Evidentemente, no todo funciona bien a la primera. A veces es necesario retocar el programa o la IA no interpreta las instrucciones como esperábamos. Pero, en general, para algoritmos elementales todavía no he encontrado problemas. Un amigo me pidió modificar un código para el cifrado César en el que se tuviera en cuenta la «ñ» y casi todo fue como la seda.

Cubitos

La aplicación Cubitos está pensada para emplearse como el complemento a un material manipulable, bien sean policubos o bien piezas de plástico compradas o creadas en una impresora 3D.



La aplicación está compuesta por una escena principal, otra auxiliar más pequeña y un menú de selección titulado **ELIGE UNA PIEZA**. El objetivo es colocar todas las piezas, formadas por bloques de cubos, en la retícula de la escena principal sin que se superpongan. Para seleccionar un bloque, apretamos sobre el botón con su número y lo veremos en la escena auxiliar. Pulsando sobre el botón **MODIFICAR**, aparecerá la pieza en la escena principal junto con las colocadas previamente. El menú desaparecerá y será sustituido por un recuadro con varias opciones para manipular el bloque.



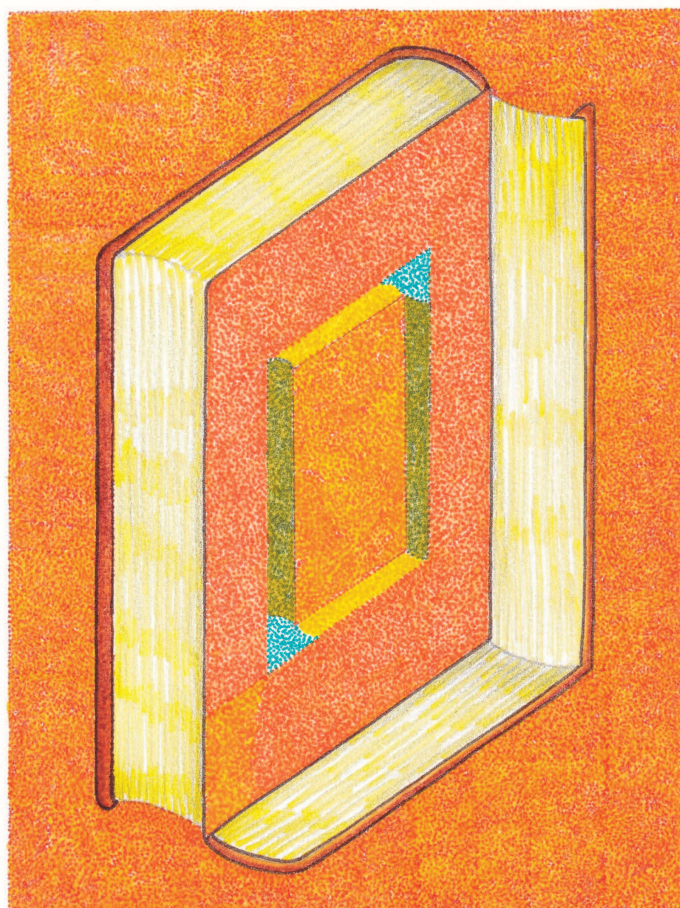
En la parte superior del cuadro hay tres solapas etiquetadas con las direcciones espaciales. Pulsaremos sobre la dirección con respecto a la que queremos trasladar o rotar la pieza. Ahora apretando sobre el botón correspondiente, girará -90 o $+90$ grados con respecto al eje que pasa por el «punto central» de la pieza, en la dirección indicada. Como ayuda se muestra dicho punto en forma de esfera y los ejes coordenados partiendo del mismo. El proceso es análogo para hacer una traslación de -1 , $+1$ unidades. La pieza realizará el movimiento indicado si no se sale de la retícula dibujada. En caso contrario, el borde de la escena pequeña aparecerá en rojo, indicando el error.

Si hemos orientado la pieza elegida de forma que no se solape con las restantes, al apretar sobre el botón **COLOCAR**, la pieza será ubicada en la escena principal y aparecerá de nuevo el menú de selección. Al pulsar el botón **QUITAR LA PIEZA** el bloque desaparecerá de la escena y volveremos al menú.

Como ya pasaba en los rompecabezas con poliomínos, no existe un criterio para saber si estamos siguiendo un camino conducente hacia una solución. Los modelos iniciales están elegidos pensando que sea sencillo e incluso divertido encontrarla. Para ver las soluciones, tanto en Firefox como en Chrome, hay que abrir las HERRAMIENTAS DEL DESARROLLADOR y en la consola escribir: **acción('buscar')**. El programa comprobará exhaustivamente si existe alguna solución respetando la disposición de los bloques ya colocados.

Un bonito artículo sobre los puzzles de bloques cúbicos se encuentra en este [enlace](#). Coincido plenamente con uno de sus párrafos:

El objetivo de una recreación geométrica bien concebida suele ser lo suficientemente obvio como para requerir instrucciones mínimas. Uno tiende a asociar instrucciones complicadas con tareas desagradables; el ejemplo definitivo es, por supuesto, la declaración de impuestos sobre la renta. Por el contrario, ¡las actividades más disfrutables de la vida tienden a no requerir instrucciones en absoluto!



vicente meavilla 2002

Un libro, dos libros II (Vicente Meavilla Seguí)

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza), Daniel Sierra Ruiz (CPI El Espartidero, Zaragoza).

Entorno Abierto es una publicación digital trimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. Entorno Abierto no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciuelos@gmail.com>

Blog: <<http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>>

Twitter: @SAPMciuelos

E
A
Enero de 2025
ISSN: 2386-8821e

