

TEMA 10

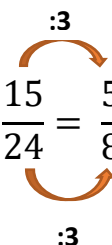
NÚMEROS FRACCIONARIOS (II)

1. SUMA DE FRACCIONES

1.1. Suma de fracciones de igual denominador

Para sumar fracciones de igual denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador. Luego, el resultado se simplifica.

Ejemplo:

$$\frac{5}{24} + \frac{7}{24} + \frac{3}{24} = \frac{5+7+3}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$


The diagram illustrates the simplification of the fraction 15/24 to 5/8. It shows two curved orange arrows forming a cycle. One arrow points from the numerator '15' to the denominator '24', and the other points from the denominator '24' back to the numerator '15'. Above the first arrow is the text ':3' and below the second arrow is the text ':3', indicating that both the numerator and the denominator are divided by 3.

1.2. Suma de fracciones de distinto denominador

Para sumar fracciones de distinto denominador, se reducen a común denominador (con el m.c.m.) y se suman las fracciones obtenidas. Luego, el resultado se simplifica.

Pasos:

1. Calculamos el m.c.m. de los denominadores con descomposición factorial.
2. Dividimos el m.c.m. entre cada denominador.
3. Amplificamos las fracciones (multiplicamos numerador y denominador con el resultado de cada división).
4. Ahora que tenemos las fracciones con el mismo denominador, sumamos los numeradores, conservando dicho denominador igual.
5. Simplificamos el resultado.

Ejemplo: Realiza la suma de $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{6}$

1. Hallamos el m.c.m. de los denominadores con descomposición factorial:

$$\begin{array}{c|c} 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$5 = 5$$

$$\begin{array}{c|c} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$\text{m.c.m.} = 5 \times 2 \times 3 = 30$$

2. Dividimos el m.c.m. entre cada denominador:

$$30 : 5 = 6$$

$$30 : 6 = 5$$

3. Amplificamos las fracciones multiplicando como corresponda:

$$\frac{1}{5} \xrightarrow{\times 6} \frac{6}{30}$$

$$\frac{2}{6} \xrightarrow{\times 5} \frac{10}{30}$$

4. Sumamos (manteniendo el mismo denominador) y simplificamos:

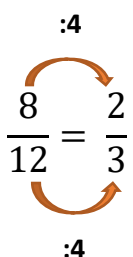
$$\frac{1}{5} + \frac{2}{6} = \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{16}{30} \xrightarrow{\div 2} \frac{8}{15}$$

2. RESTA DE FRACCIONES

2.1. Resta de fracciones de igual denominador

Para restar fracciones de igual denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador. Luego, el resultado se simplifica.

Ejemplo:

$$\frac{12}{12} - \frac{4}{12} = \frac{12 - 4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$


2.2. Resta de fracciones de distinto denominador

Para restar fracciones de distinto denominador, se reducen a común denominador (m.c.m.) y se restan las fracciones obtenidas. Luego, el resultado se simplifica.

Pasos:

1. Calculamos el m.c.m. de los denominadores con descomposición factorial.
2. Dividimos el m.c.m. entre cada denominador.
3. Amplificamos las fracciones (multiplicamos numerador y denominador con el resultado de cada división).
4. Ahora que tenemos las fracciones con el mismo denominador, sumamos los numeradores, conservando dicho denominador igual.
5. Simplificamos el resultado.

Ejemplo: Realiza la resta de $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{6}$

1. Hallamos el m.c.m. de los denominadores con descomposición factorial:

$$\begin{array}{c|c} 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$5 = 5$$

$$\begin{array}{c|c} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$\text{m.c.m.} = 5 \times 2 \times 3 = 30$$

2. Dividimos el m.c.m. entre cada denominador:

$$30 : 5 = 6$$

$$30 : 6 = 5$$

3. Amplificamos las fracciones multiplicando como corresponda:

$$\frac{4}{5} \xrightarrow{\times 6} \frac{24}{30}$$

$$\frac{2}{6} \xrightarrow{\times 5} \frac{10}{30}$$

4. Restamos (manteniendo el mismo denominador) y simplificamos:

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{6} = \frac{24}{30} - \frac{10}{30} = \frac{14}{30} \xrightarrow{\div 2} \frac{7}{15}$$

3. MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Para multiplicar fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí (numerador con numerador y denominador con denominador). Luego, el resultado se simplifica.

Ejemplo:

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{15} = \frac{5 \times 4}{8 \times 15} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

:20
:20

¡Ojo al dato!

Una **fracción es inversa** a otra cuando su producto es igual a la unidad.

Ejemplo:

$$\frac{4}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{28}{28} = 1 \rightarrow \text{La fracción inversa de } \frac{4}{7} \text{ es } \frac{7}{4}$$

3.1. Multiplicación de un número por una fracción

Para multiplicar un número por una fracción, multiplicamos el número natural por el numerador, el resultado es el nuevo numerador y se deja el mismo denominador. Luego, se simplifica el resultado.

Ejemplo: Cinco amigos montan $\frac{1}{10}$ de un puzzle ¿Qué fracción de puzzle han formado entre todos?

$$5 \times \frac{1}{10} = \frac{5 \times 1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

:5
:5

3.2. Fracción DE un número

El cálculo de la **fracción de un número** es muy similar a la multiplicación de un número por una fracción: solo debemos sustituir el DE por el símbolo de multiplicar → **de= x**

Tenemos dos formas para calcular la fracción de un número:

- a) Convertimos el número entero en una fracción poniéndole como denominador el 1, multiplicamos numeradores entre sí y denominadores entre sí y luego se resuelve la división.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 90 \rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{90}{1} = \frac{2 \times 90}{3 \times 1} = \frac{180}{3} = 60 \quad (180 : 3 = 60)$$

$$\frac{2}{3} \text{ de } 90 = 60$$

- b) Se divide el número entero entre el denominador de la fracción y se multiplica el resultado por el numerador.

Ejemplo:

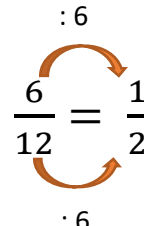
$$\begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ de } 90 \rightarrow 90 : 3 = 30 \\ \quad \quad \quad \swarrow \\ \quad \quad \quad 30 \times 2 = 60 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 90 : 3 = 30 \\ 30 \times 2 = 60 \end{array}} \right\} \frac{2}{3} \text{ de } 90 = 60$$

En clase, para hacerlo todos del mismo modo, lo haremos de la primera forma (aunque es correcto hacerlo de las dos maneras).

3.3. Fracción DE una fracción

La fracción de una fracción puede expresarse como un producto de dos fracciones; de modo, que las multiplicamos y luego simplificamos el resultado.

Ejemplo:

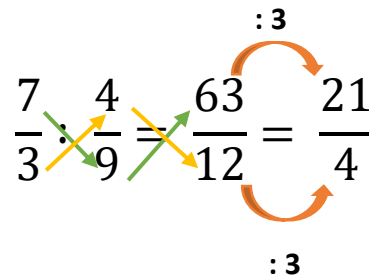
$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$


4. DIVISIÓN DE FRACCIONES

4.1. División de dos fracciones

Para dividir dos fracciones, multiplicamos **en cruz**. Luego, simplificamos el resultado.

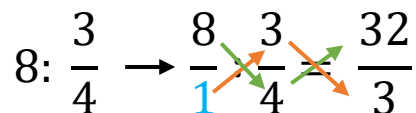
Ejemplo:

$$\frac{7}{3} : \frac{4}{9} = \frac{63}{12} = \frac{21}{4}$$


4.2. División de un número entre una fracción

Para dividir un número entero entre una fracción, multiplicamos **en cruz**, imaginándonos que el número entero tiene como denominador un 1.

Ejemplo:

$$8 : \frac{3}{4} \rightarrow \frac{8}{1} : \frac{3}{4} = \frac{32}{3}$$


5. PORCENTAJES

Una **fracción decimal** es una fracción en la que el denominador es 10, 100, 1.000... Las fracciones decimales pueden expresarse en forma de **tanto por ciento o porcentaje (%)**.

Ejemplo:

Porcentaje	Fracción	Decimal	Gráficamente
40 %	$\frac{40}{100}$	0,4	

5.1. Expresar en forma de porcentaje

Para **expresar en forma de porcentaje** una fracción cuyo denominador es distinto de 100 calculamos la fracción equivalente con denominador 100 y escribimos el porcentaje.

Ejemplo:

$$\frac{4}{25} \rightarrow \frac{4}{25} \overset{\text{x 4}}{\curvearrowright} \frac{16}{100} \overset{\text{x 4}}{\curvearrowleft} = 16\%$$

5.2. Cálculo numérico de porcentajes

Para calcular un porcentaje, se multiplica el número por el porcentaje y el resultado se divide entre cien.

Ejemplo: *Calcula el 30% de 3.200*

$$3.200 \times \frac{30}{100} = \frac{3.200 \times 30}{100} = \frac{96.000}{100} = 960$$

¡Ojo al dato!

Podemos utilizar el tanto por ciento de una cantidad para calcular el **total**.

Pasos:

1. Se multiplica el número entero por 100
2. El resultado de la multiplicación se divide entre el %

Ejemplo: *En el puerto de Cambados hay 216 barcos amarrados. Si está ocupado el 72% del total, ¿cuántos amarres tiene el puerto?*

$$216 \times 100 = 21.600$$

$$21.600 : 72 = 300$$

El puerto de Cambados tiene 300 amarres en total.