

TEMA 8

NÚMEROS PRIMOS. DESCOMPOSICIÓN DE NÚMEROS: M.C.D. Y m.c.m

1. NÚMEROS PRIMOS

Los **números primos** (**factores primos o números indivisibles**) son aquellos números que sólo tienen **DOS** divisores: **él mismo y el 1**.

Lo **contrario** a un número primo es un **número compuesto**, que es aquel que tiene más de dos divisores.

Podemos comprobar si un número es primo o compuesto, hallando los divisores de dicho número. Si solo tiene 2 divisores (él mismo y el 1) se trata de un número primo; y si tiene 3 o más divisores, es un número compuesto.

¡Ojo al dato!

Para averiguar si un número mayor que 100 es primo, se divide entre los primeros números primos hasta que el cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las **divisiones son enteras y el resto NO es 0, es un número primo**.

Los números primos menores que 10, son: **2, 3, 5 y 7**

Los números primos menores que 100, son: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97**.

Dato curioso:

Los *números primos* fueron estudiados por los antiguos griegos y les conferían propiedades mágicas o místicas.

Uno de los problemas más importantes de la historia de las matemáticas ha sido identificar si un número es primo o compuesto. Hallar números primos pequeños es fácil, pero a medida que los números crecen, el problema se complica.

En el 250 a.C. *Eratóstenes*, un matemático griego, ideó un procedimiento para identificar los números primos pequeños (menores de 100), que es conocido como *criba de Eratóstenes*.

Criba de Eratóstenes

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Los números en **rojo** son números primos.

Los números tachados en **negro** son números compuestos.

¿Cómo podemos averiguar de otra forma cuáles son números primos?

Para calcular los números primos de un número, dividimos el número a comprobar entre los primeros números primos.

Debemos hacer la comprobación hasta que el cociente sea menor o igual que el divisor y comprobando en todo momento que el cociente es un número entero y el resto es distinto de 0.

Ejemplo:

¿El 101 es un número primo?

1. Dividimos entre los primeros números primos (2, 3, 5 y 7)
 - ✗ - 101 no es divisible entre 2: el cociente es mayor que 2
 - ✗ - 101 no es divisible entre 3: el cociente es mayor que 3
 - ✗ - 101 no es divisible entre 5: el cociente es mayor que 5

Probamos a dividir entre el 7

$$\begin{array}{r} \times 101 \quad | \quad 7 \\ \quad 31 \quad 14 \\ \quad \quad 3 \end{array}$$

101 no es divisible entre 7
pero como 14 es mayor
que 7, hay que seguir
probando.

2. Como el $14 > 7$, probamos con el siguiente número primo, el 11:

$$\begin{array}{r} 101 \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ 02 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ 9 \end{array}$$

101 no es divisible entre 11, pero como 9 es menor que 11, comprobamos que el 101 es un número primo.

2. DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN NÚMEROS PRIMOS

Descomponer un número en números o **factores primos**, es expresarlo como producto de números primos; es decir, hallar los números primos por los que está compuesto en forma de multiplicación o potencia.

Ejemplo:

- $6 = 2 \times 3$
- $9 = 3 \times 3 \text{ o } 3^2$
- $18 = 2 \times 9$

\downarrow

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

\downarrow

$$18 = 3 \times 2 \times 3$$

\downarrow

$$18 = 1 \times 18$$

\downarrow

$$18 = 1 \times 2 \times 9$$

\downarrow

$$18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$$

¡Ojo al dato!

Para **descomponer** un número en factores primos, se divide el número entre el menor de sus números primos divisores. El cociente resultante de la división también se divide entre el menor de sus divisores primos y así sucesivamente hasta llegar a un cociente igual a 1 (ya sabemos que el 1 es divisor de todos los números).

La descomposición de números se puede expresar de la siguiente forma, que es la más adecuada y sencilla:

Para descomponer un número, por ejemplo 36, en producto de factores primos se siguen estos pasos:

1º Se escribe el número a la izquierda de una raya vertical y a su derecha el menor número primo

(2, 3 5, 7,...) por el cual dicho número sea divisible.

El cociente obtenido se coloca debajo del número propuesto (36).

36		2
18		2
9		3
3		3
1		

2º Se procede como en el paso anterior con el cociente obtenido (18), y así sucesivamente hasta llegar a un cociente igual a 1.

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

El número es igual al producto de los factores primos obtenidos.

En la descomposición factorial, **no es necesario poner el 1** como divisor al final, pues ya sabemos que **el 1 es divisor de todos los números**.

3. m.c.m. CON DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor de los números múltiplos que tienen en común dichos números.

Para calcular el **m.c.m. con la descomposición factorial**, debemos seguir los siguientes **pasos**:

1. Descomponemos los números en producto de números primos.
2. Seleccionamos los números primos comunes elevados al **mayor exponente** y los no comunes también.

3. Multiplicamos los números primos seleccionados y el resultado será el m.c.m.

Ejemplo:

Calcula el m.c.m. de 12 y 30.

1. Descomponemos los números 12 y 30 en producto de números primos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

2. Seleccionamos los números primos comunes elevados al mayor exponente y los no comunes también.

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Los comunes más grandes a los dos números y los no comunes son: $2^2 \times 3 \times 5$

3. Multiplicamos los números primos seleccionados y el resultado será el m.c.m.

$$2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 60$$

El m.c.m. es 60

4. M.C.D. CON DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL

El máximo común divisor (M.C.D.) de dos o más números es el mayor de los números divisores que tienen en común dichos números.

Para calcular el **M.C.D. con la descomposición factorial**, debemos seguir los siguientes **pasos**:

1. Descomponemos los números en producto de números primos.
2. Seleccionamos los números primos comunes elevados al **menor exponente** (**¡OJO! NO** se eligen los no comunes como en el m.c.m.)
3. Multiplicamos los números primos seleccionados y el resultado será el M.C.D.

Ejemplo:

Calcula el M.C.D. de 12 y 30.

1. Descomponemos los números 12 y 30 en producto de números primos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

2. Seleccionamos los números primos comunes elevados al MENOR exponente

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

*Los comunes más pequeños a los dos números: **2 x 3***

3. Multiplicamos los números primos seleccionados y el resultado será el M.C.D

$$2 \times 3 = 6$$

$$\underline{\text{M.C.D.} = 6}$$

¿QUÉ SON LOS NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ?

Dos o más números son primos entre ellos (o coprimos) cuando su máximo común divisor (**M.C.D.**) es 1.

Ejemplo:

54	2	175	5
27	3	35	5
9	3	7	7
3	3	1	1
1	1		

$$54 = 1 \times 2 \times 3^3$$

$$175 = 1 \times 5^2 \times 7 \quad \text{M.C.D.} = 1$$

El único divisor que tienen en común es el 1, porque es divisor de todos los números (como ya sabemos).