

TEMA 7

MÚLTIPLOS, DIVISORES Y CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

1. MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Los **múltiplos** de un número son los números que obtenemos cuando **multiplicamos** dicho número por cada uno de los números naturales (0, 1, 2, 3, 4...).

Los múltiplos de un número se expresan entre llaves [].

Ejemplos:

Múltiplos de 5: [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55...]

M (8): [8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88...]

Para calcular los múltiplos de un número, multiplicamos el número por cualquier número natural.

Ejemplo:

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20 \dots$$

Todos los **números naturales** tienen **infinitos múltiplos**.

1. DIVISORES DE UN NÚMERO

Los **divisores** de un número son los números naturales que **dividen** ese número obteniendo como cociente otro número natural y el resto es igual a **0**.

Todo esto quiere decir que los números divisores nos permiten repartir una cantidad determinada en cantidades iguales más pequeñas.

Los **números naturales** tienen **finitos divisores**.

Recuerda:

$$\begin{array}{r} \text{DIVIDENDO} \quad 125 \quad | \quad 5 \quad \text{DIVISOR} \\ \underline{25} \quad 25 \\ \underline{0} \quad \text{COCIENTE} \\ \text{RESTO} \end{array}$$

Para calcular los divisores de un número, dividimos un número por la sucesión de números naturales menores que él, hasta que el cociente sea igual o menor que el divisor.

Los divisores de un número se expresan entre llaves [].

Ejemplo 1:

El número 7 es divisor de 364; también se dice que “el número 364 es divisible entre 7”, ya que al dividir 364 entre 7 el resto es 0.

$$\begin{array}{r} 364 \quad | \quad 7 \\ \underline{14} \quad 52 \\ \underline{0} \end{array}$$

Truco: Para saber si un número es divisor de otro solo tienes que hacer la división y comprobar si el resto es cero.

Ejemplo 2

¿Cuáles son los divisores de 15?

Son números entre los que podemos dividir el 15 siendo el resto 0. Debemos probar entre los números más pequeños que el 15. Evidentemente, el 15 lo puedes dividir entre 15, entre 5, entre 3 y entre 1, dando el resto 0.

Respuesta: Los divisores del 15 son: [1, 3, 5, 15].

¿Cuáles son los divisores de 20?

Respuesta: $D(20) = [1, 2, 4, 5, 10, 20]$.

3. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Son criterios o trucos que se utilizan para saber si un número es divisible entre otro sin calcular la división.

Divisibilidad entre 2, entre 5 y entre 10		
<u>Divisibilidad entre 2</u>	<u>Divisibilidad entre 5</u>	<u>Divisibilidad entre 10</u>
Múltiplos de 2 M (2)= [2, 4, 6, 8, 10, 12..] Todos acaban en cifra par o cero.	Múltiplos de 5 M (5)= [5, 10, 15, 20, 25..] Todos acaban en 0 o en 5.	Múltiplos de 10 M (10)= [10, 20, 30, 40...] Todos acaban en 0.
Un número es divisible entre 2 cuando acaba en 0 o en cifra par.	Un número es divisible entre 5 cuando acaba en 0 o en 5.	Un número es divisible entre 10 cuando acaba en 0.

Divisibilidad entre 3 y entre 9		
<u>Divisibilidad entre 3</u>	<u>Divisibilidad entre 9</u>	<u>Ojo al dato:</u> Todos los números que son divisibles entre 9 también son divisibles entre 3 ; pero no todos los números divisibles entre 3 son divisibles entre 9.
Múltiplos de 3 M(3)=[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21..] Hay que fijarse si la suma de sus cifras es 3 o múltiplo de 3 . Ejemplo: 12 = 1 + 2 = 3 111 = 1 + 1 + 1 = 3 123 = 1 + 2 + 3 = 6	Múltiplo de 9 M(9)= [9, 18, 27, 36, 45..] Hay que fijarse si la suma de sus cifras es 9 o múltiplo de 9 . Ejemplo: 18 = 1 + 8 = 9 36 = 3 + 6 = 9 45 = 4 + 5 = 9	
Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es 3 o múltiplo de 3.	Un número es divisible entre 9 si la suma de sus cifras es 9 o múltiplo de 9.	

4. MÚLTIPLOS COMUNES A DOS NÚMEROS

Son los números múltiplos que coinciden con dos o más números. Para calcular los múltiplos comunes a dos números, se calculan los múltiplos de cada número y se eligen los que coinciden.

El menor número que coincide se llama **MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)**

Ejemplo:

$M(2) = [2, 4, \textcircled{6}, 8, 10, \textcircled{12}, 14, 16, \textcircled{18}...]$

$M(3) = [3, \textcircled{6}, 9, \textcircled{12}, 15, \textcircled{18}...]$

Los múltiplos comunes de $M(2)$ y $M(3)$, son el 6, 12, 18... pero el **m.c.m es el 6**, ya que es el menor número en común con el 2 y el 3.

5. DIVISORES COMUNES A DOS NÚMEROS

Para calcular los divisores comunes a dos números, primero se escriben los divisores de cada uno de los números y luego se eligen los que se repiten.

El número más alto que coincide entre ellos es el **MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)**.

Ojo al dato: Para hallar el **M.C.D.** de una forma rápida sin calcularlo de forma manual, podemos utilizar los trucos de los **criterios de divisibilidad**.

Ejemplo:

$D(144) = [1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144]$

$D(120) = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120]$

Los divisores comunes a 144 y 120 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

El **M.C.D.** de 144 y 120 es el **24**, ya que es el número máximo que es divisor a esos números y coincide.

Ejemplo visual:

Tengo en casa 10 mandarinas y 6 plátanos. Quiero guardar el mismo número de mandarinas y plátanos en fruteros diferentes ¿Cuántos fruteros necesito? ¿Cuántos plátanos y mandarinas habrá dentro de cada frutero?



Calculo los divisores comunes de 10 y de 6:

$D(10) = [1, 2, 5, 10]$

$D(6) = [1, 2, 3, 6]$

El M.C.D. es 2, por lo que necesito 2 fruteros.



Para conocer el número de frutas que necesito en cada frutero, divido:

- 6 plátanos entre 2 (M.C.D.) $\rightarrow 6 : 2 = 3$ plátanos
- 10 mandarinas entre 2 (M.C.D.) $\rightarrow 10 : 2 = 5$ mandarinas

Entonces, necesitamos 2 fruteros con 3 plátanos y 5 mandarinas en cada uno.

De esta forma compruebo que es el número máximo por el que puedo dividir para que los dos fruteros lleven la misma cantidad de frutas, como puedo comprobar en la siguiente imagen:

