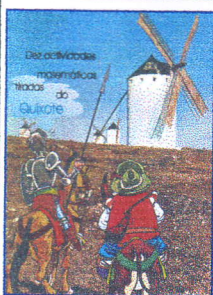


CANGURO MATEMÁTICO



Hai uns días recibimos os resultados do Canguro Matemático 2005. Os estudantes mellor clasificados do IES Ramón Otero Pedrayo foron os seguintes: Alberto Rivera Rey, Cristina Somad Esparza e Andrea Gestal González, en primeiro; Sabela Rodríguez Castaño, en segundo; Atenea Fernández Rozadilla e Claudio Castro Quintas, en terceiro; Iago Fraga Fraga, en cuarto. Para todos os nosos parabéns.

QUIXOTE E MATEMÁTICAS



Como sabemos todos, a Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas acordou establecer que o Día Escolar das Matemáticas, que cada ano celebramos o 12 de maio, se conmemorase desta volta baixo o lema *El Quijote y las Matemáticas*.

Foi con este pretexto que, 52 rapaces e rapazas do IES Ramón Otero Pedrayo da Coruña, se repartiron os 52 capítulos da primeira parte do Quixote para buscar neles referencias matemáticas. Cada un dos estudantes fixo repaso de dous capítulos diferentes por aquilo de que catro ollos ven máis que dous.

Co material acadado, no Club Matemático Durán Loriga, elaboramos un pequeno traballo para que, baixo a desculpa do Quixote, te entreteñas en resolver dez cuestións matemáticas.

Podes acceder a el premendo no enlace A lagarada (IPM Tools) que atoparás no seguinte enderezo electrónico:

<http://cce.peda.net/magazines/galego/>

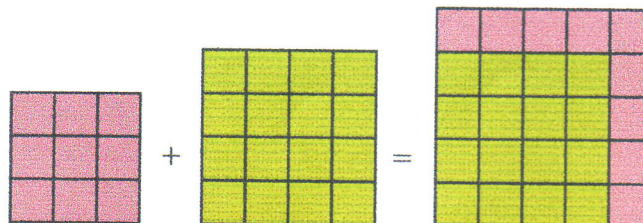
TERNAS PITAGÓRICAS

Unha **terna pitagórica**, (a,b,c) , é un conxunto de tres números enteiros positivos (tres números naturais) que cumpren $a^2+b^2=c^2$. Evidentemente, tres números



naturais que cumpran esta condición poderían ser as medidas dos lados dun triángulo rectángulo e polo tanto verifican o Teorema de Pitágoras; de aí o nome de *terna pitagórica*.

Existen infinidade de ternas pitagóricas, por exemplo: $(3,4,5)$, $(9,12,15)$, $(5,12,13)$, $(21, 72,75)$, ..., $(5820,8509,10309)$,... Isto quere dicir que existen infinitos números cadrados perfectos que se poden obter como suma doutos dous cadrados máis pequenos. Por exemplo, para a primeira das ternas citadas $(3,4,5)$ obtemos que $9+16=25$:



Se k é un número enteiro positivo e (a,b,c) é unha terna pitagórica, entón (ka, kb, kc) é tamén unha terna pitagórica:

$$(kc)^2 = k^2 c^2 = k^2 (a^2 + b^2) = k^2 a^2 + k^2 b^2 = (ka)^2 + (kb)^2$$

Así, pois, como $(3,4,5)$ é unha terna pitagórica, tamén o serán $(6,8,10)$, $(12,16,20)$, $(30,40,50)$,...

Existe un método para conseguir ternas pitagóricas: Tomamos dous números, N e M , sen divisores comúns e sendo un deles par. Supoñamos $N > M$, entón a terna $(2NM, N^2 - M^2, N^2 + M^2)$ é pitagórica. Por exemplo, se eliximos $N=3$ e $M=2$ obtemos $(12,5,13)$ que é unha terna pitagórica.

Fontes:

www.usuarios.lycos.es/teoriadenumeros/pitag.html
www.wikipedia.org/wiki/terna_pitag



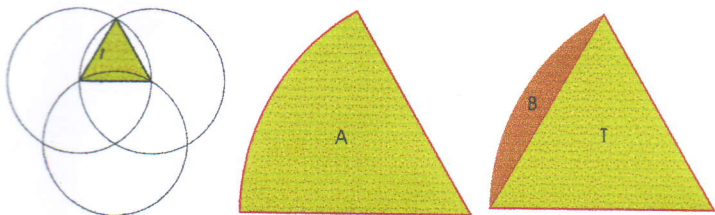
Ana García Torres. 3º ESO-D.



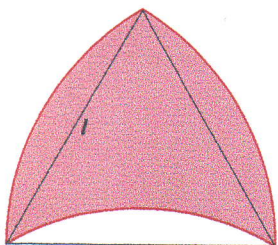
O primeiro concepto matemático no que pensamos cando miras esta imaxe é o de triángulo. Un triángulo especial, eso si, pois a figura parece ter por lados tres arcos de circunferencia.

O noso traballo vai tratar de dar resposta a tres preguntas: ¿Como facemos o deseño de isletas? ¿Cal é a medida do seu perímetro? ¿Canto vale a súa área?

Empecemos partindo dun triángulo equilátero. A seguinte secuencia de imaxes servirán para aclarar o que dicimos:



Para coñecer o perímetro da nosa figura debemos determinar primeiro cal é a lonxitude dos arcos de circunferencia que a forman. Como eses arcos foron trazados a partir dun triángulo equilátero, temos un ángulo central de 60° . Polo tanto, podemos deducir que o arco trazado abarca unha sexta parte da lonxitude da circunferencia co radio igual ó lado do triángulo.



Como a lonxitude dunha circunferencia é $2\pi r$ e os tres arcos equivalen á metade da circunferencia, a fórmula para achar o perímetro da figura é:

$$P = \pi l$$

Para determinar a área da figura teremos que sumar a área do segmento circular, B , máis a área do triángulo T , posto que:

Área Figura = Área Triángulo + Área Segmento circular +
Área Segmento circular - Área Segmento circular

DESEÑO DE ISLETAS

Área figura = Área Triángulo + Área Segmento circular.

Conclusión:

A área da figura coincide coa área do sector circular:

$$S = \frac{\pi \cdot l^2}{6}$$

Chegaremos a este mesmo resultado, lóxicamente, sumando as áreas do triángulo e do segmento circular. Non estará de máis reparar nos cálculos que debemos facer, pois estas contas servirannos de adestramento para ampliar a resolución do problema a outros triángulos que non sexan equiláteros.

A altura do triángulo pódese determinar utilizando o Teorema de Pitágoras e así podemos calcular a súa área:

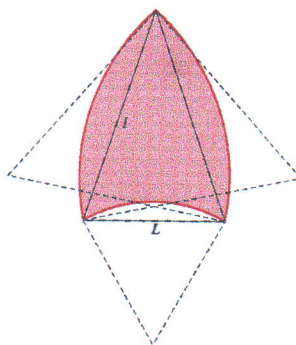
$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$S_T = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Tendo en conta que a superficie do sector circular, A , é un sexto da superficie do círculo, podemos calcular a área do segmento circular, B :

$$S_A = \frac{\pi \cdot l^2}{6}$$

$$S_B = S_A - S_T = \frac{l^2(2\pi - 3\sqrt{3})}{12}$$



Tendo en conta os cálculos anteriores, podemos construír isletas a partir doutros triángulos, tomando como elementos auxiliares triángulos equiláteros. E tamén poderemos determinar as medidas do seu perímetro e superficie. Nós fixémoslo para casos diversos e mostrámosvos aquí os resultados obtidos ó

traballar cun certo tipo de triángulos isósceles.

$$P = \frac{\pi(2l + L)}{3}$$

$$S = \frac{3L\sqrt{4l^2 - L^2} + (2l^2 - L^2)(2\pi - 3\sqrt{3})}{12}$$

Antón Coteló García. Cuarto ESO-A.



CLASIFICACIÓN DOS NÚMEROS PARES SEGUNDO BOECIO



No número 40 de Douspierre fixemos unha reseña sobre Anicio Manlio Torcuato Severino Boecio (Roma, 480 - Pavia, 524). Mencionamos daquela a curiosa clasificación que Boecio fai dos números pares e prometemos que fariamos algunha aclaración máis. Pois aí vai.

Distribúe os números en dúas familias: os *pares* e os *impares*, sendo os primeiros os que se poden repartir en dúas partes iguais. A continuación traballa unicamente cos números pares e fai dúas clasificacións desta familia:

1ª CLASIFICACIÓN:

PAR PARITARIAMENTE: dise que un número é par paritariamente cando se pode dividir en dúas partes iguais, e cada unha delas, a súa vez, pódese dividir tamén en dúas partes iguais ata chegar a unidade. Cumpren esta definición os números que son potencia de 2, é dicir, os da forma 2^n para $n \geq 1$. Por exemplo: 4, 8, 16, 32 ...

IMPAR PARITARIAMENTE: un número é impar paritariamente cando ó dividilo en dúas partes iguais, o resultado é un número impar, é dicir, o que cumpre que $n/2 = \text{impar}$ para $n \geq 2$. Por exemplo: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30 ...

PAR IMPARITARIAMENTE: chámase así cando se pode dividir en dúas partes iguais, e cada unha delas pódese seguir dividindo noutras dúas partes iguais ata certo punto, pero sen chegar ata a unidade. Por exemplo: 12, 20, 24, 28, 36 ...

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
32	34	36	38	40
42	44	46	48	50
52	54	56	58	60
62	64	66	68	70
72	74	76	78	80
82	84	86	88	90
92	94	96	98	100

2ª CLASIFICACIÓN:

ABUNDANTES: cando a suma dos divisores do número é maior que dito número. nesta subfamilia teríamos: 12, 18, 20, 24, 30 ...

Por exemplo, os divisores de 18 (excluíndo o propio número) son 1, 2, 3, 6 e 9, cumpríndose que $1+2+3+6+9 = 21 > 18$.

DEFICIENTES: cando a suma dos divisores do número é menor que dito número. Por exemplo: 2, 4, 8, 10, 14 ...

PERFECTOS: cando a suma dos divisores do número é igual a dito número. Por exemplo: 6, 28, ...

RELACIÓN ENTRE AS CLASIFICACIÓNS:

- **PAR PARITARIAMENTE:** son todos DEFICIENTES.

IMPAR PARITARIAMENTE:

1. Hai un número PERFECTO: 6
2. Hai números DEFICIENTES: 2, 10, 14 ...
3. Hai números ABUNDANTES: 18, 30 ...

PAR IMPARITARIAMENTE:

1. Hai números PERFECTOS: 28 ...
2. Hai números ABUNDANTES: 12, 20, 24 ...

Fontes:

- Fibonacci (El primer matemático medieval). Ricardo Moreno. Ed. Nivola
- <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/BiogIndex.html>

Paula Catarina Sánchez Pedreira.
Segundo ESO-C.



CUÁDRICAS

As **cuádricas** son unha familia de figuras xeneradas por cónicas, xa sexa por rotación destas arredor dun dos seus eixos ou ben por simple traslación ou desprazamento.

A **ecuación reducida** (na táboa, expresión analítica) é aquela ecuación simplificada que representa a superficie co seu centro (se o ten) situado na orixe de coordenadas mentres que os eixos coordenados teñen relacións pariculares coa cuádrlica.

Segundo o centro, as cuádrlicas poden clasificarse en:

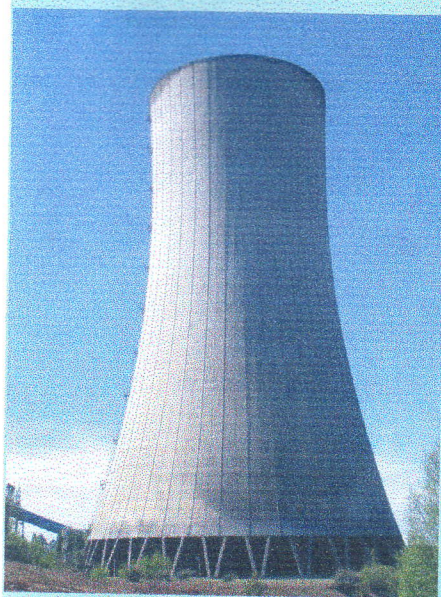
Cuádrlicas con centro: elipsoides, hiperboloides e conos

Cuádrlicas con eixo de centros: cilindros elípticos e hiperbólicos e pares de planos secantes.

Cuádrlicas con planos de centros: pares de planos paralelos ou coincidentes.

Cuádrlicas sen centro: paraboloides e cilindros parabólicos.

C.R.A.T.
XESTUR
CLUB DE RUGBY



Central térmica de Meirama
Hiperboloide dunha folla



Expositor no concesionario SEAT
Cilindro circular

Cuádrlica	Figura	Expresión analítica
Elipsoide		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
Paraboloide		$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$
		$z = -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$
Hiperboloide		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
Cono elíptico		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}$
Cilindro		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
		$y = 2px^2$
		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



Edificio dos xulgados
Semicilindro



Torre Cristal (Matagrande)
Cilindro elíptico



Antena parabólica



Tellado do mercado de San Agustín
(Cilindro parabólico)