



En números de *Mathesis* xa publicados, temos tratado o tema das **poliformas**. Unha **poliforma** é unha figura plana construída xuntando polígonos idénticos por lados completos. Nas ocasións anteriores ocupámonos dos **poliminós**, dos **poliamantes** ou dos **poliábolos**, imos centrar desta vez a nosa atención nos **poliexos**. O módulo que debemos usar para formar **poliexos** é o hexágono regular.

Fai investigacións sobre as **poliformas** citadas no parágrafo anterior que, como dixemos, xa foron tratadas en números precedentes de *Mathesis*.



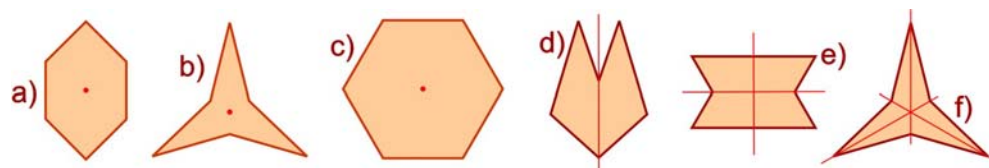
Un hexágono é un polígono de seis lados e seis ángulos; na figura seguinte mostramos oito hexágonos con características diferentes. Entre estes que debuxamos, cales son hexágonos convexos e cales hexágonos cóncavos?

O hexágono B é **equilateral** ou **equilátero**, pois todos os seus lados son de igual medida. O hexágono C ten todos os seus ángulos da mesma amplitude, por ese motivo diremos que é **equiangular**. Se un hexágono é **simultaneamente equilateral e equiangular** (é dicir se as medidas dos seus lados son iguais e as medidas dos seus ángulos son tamén coincidentes) diremos que é un **hexágono regular**, como acontece co hexágono D.



Unha figura plana ten **centro de xiro de orde n** se contén un punto que, ao facela xirar arredor del, a figura coincide consigo mesma n veces (contando a posición inicial). Os hexágonos a), b) e c) seguintes teñen, respectivamente, **centros de xiro** de orde 2, de orde 3 e de orde 6 (compróbaos).

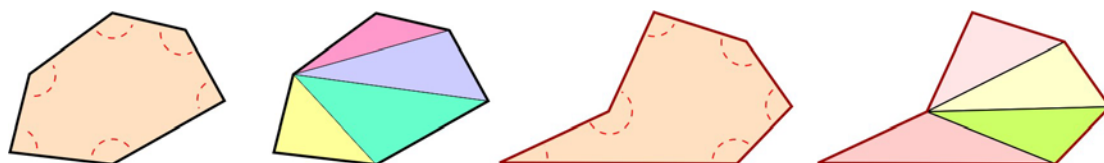
Unha figura posúe algún **eixe de simetría** cando exista algún segmento que a divida en dúas partes iguais de forma que, ao dobrala por ese segmento, coincida cada un dos puntos dunha das partes co seu correspondente da outra parte. Como podes ver, o hexágono d) ten un eixe de simetría, o hexágono e) ten dous eixes de simetría e o hexágono f) ten tres eixes de simetría.



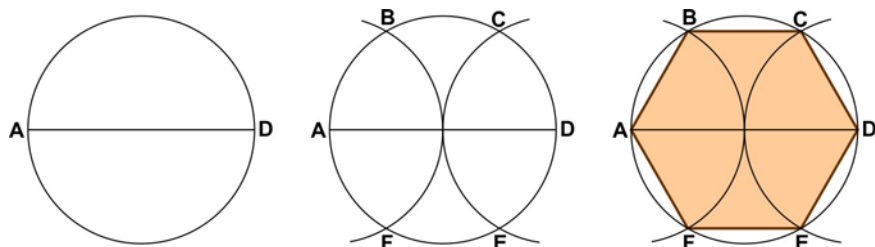
Investiga: Dos hexágonos que hai nesta páxina di cantos eixes de simetría ten cada un. Indica tamén cales teñen centro de xiro e cal é a orde dese centro de xiro.

Se queremos calcular cal é o valor da **suma das medidas dos ángulos interiores dun hexágono** podemos proceder da seguinte maneira (tal como se mostra na primeira figura da páxina seguinte): Eliximos un vértice desde o que triangularemos o hexágono e obteremos deste modo **catro** triángulos; como sabemos,

a suma das medidas dos ángulos dun triángulo ten un valor de 180° , do que se deduce



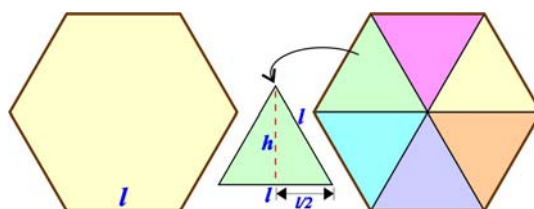
que **os ángulos interiores dun hexágono suman $180^\circ \cdot 4 = 720^\circ$** . Podemos deducir, a partir deste resultado, que cada **un dos ángulos interiores dun hexágono regular medirá $720^\circ/6 = 120^\circ$** .



A **construción dun hexágono regular** é bastante doada: Tomamos un compás e abrímo-lo tanto como a medida do lado do hexágono que queremos construír. Trazamos unha circunferencia con ese radio (igual á medida do lado do hexágono) e sobre ela marcamos un diámetro

AD. Mantemos a abertura do compás e, facendo centro en A, trazamos o arco que determina os puntos B e F. Do mesmo modo, facendo centro en D, marcamos os puntos C e E. Unindo os seis puntos obtidos, debuxamos o hexágono regular que queríamos.

Se coñecemos a medida, l , do lado dun **hexágono regular**, podemos deducir os valores das medidas do seu perímetro e da súa superficie. Loxicamente, para o perímetro non temos dúbidas: $P = 6l$. E no caso da área?



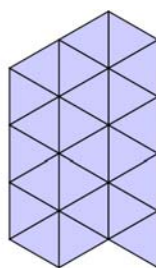
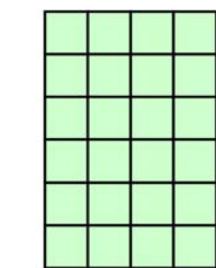
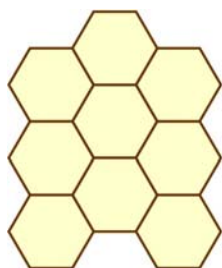
O **hexágono regular** é o **único** polígono regular que se pode triangular dende o seu centro utilizando triángulos equiláteros (xustifica esta afirmación); polo tanto abundará con calcular a área dun triángulo equilátero de lado l e multiplícala por seis.

Para calcular a área do triángulo equilátero necesitamos coñecer a medida da súa altura (observa a figura):

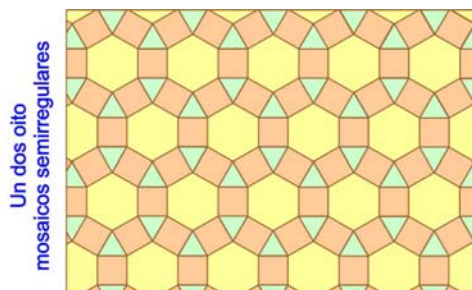
$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2} \text{ logo } A_{\text{Triang.}} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \text{ entón } A_{\text{Hex}} = 6 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$$

Recordemos que unha **tesela** (ou **baldosa**) é unha figura que se axusta perfectamente ás súas veciñas para cubrir completamente o plano sen deixar ocos nin superpoñerse. Un deseño realizado utilizando **teselas** denomínase **mosaico** ou **teselación**.

O **hexágono regular** pode utilizarse como **baldosa** para **teselar** o plano. Só tres **polígonos regulares** posúen esta propiedade e por iso unicamente existen tres **teselacións** denominadas **mosaicos regulares**.



Os tres mosaicos regulares



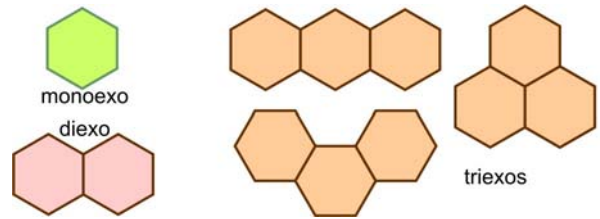
Se pretendemos utilizar varios polígonos regulares para **teselar** o plano, poderemos conseguilo de oito formas diferentes. Obteremos deste modo os oito **mosaicos semirregulares**.

Recorda ou investiga estas cuestións e debuxa os oito mosaicos semirregulares.

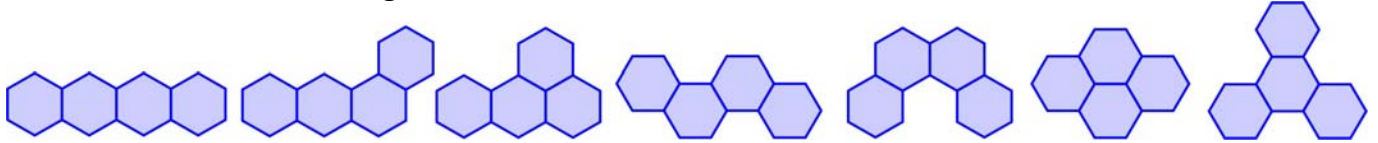
Como apuntamos no parágrafo primeiro deste traballo, denomínanse **políexos** as **poliformas** que se obteñen ao utilizar como **módulo** un hexágono regular. **Martin Gardner** (investiga que foi M. Gardner)

trata o tema dos **poliexos** nun capítulo do seu libro *Festival mágico-matemático*. Nese capítulo Gardner atribúe a autoría do termo **poliexos** a **David Klarner**.

Podes recortar algúns *hexágonos regulares* e tratar de investigar cantos **poliexos** se poden construír que estean formados por dous, tres, catro, cinco, seis... hexágonos. Verás que soamente existe unha forma de xuntar dous hexágonos por un lado completo, e son tres as maneiras de xuntar tres.



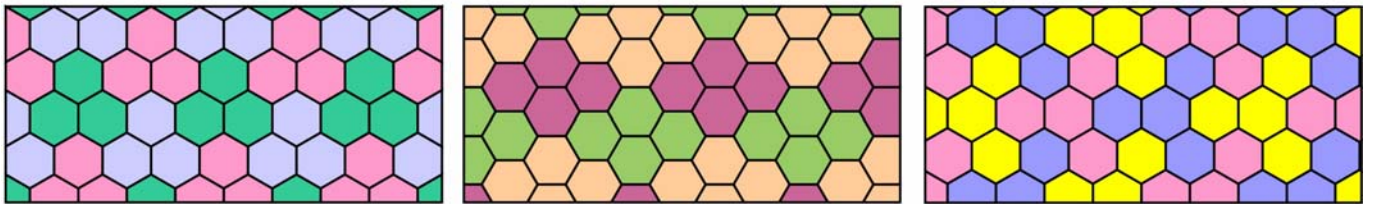
Pódense construír, sen embargo sete **tetraexos**:



Propoñémosche a seguir algunhas cuestións para que **investigues**: No capítulo do libro de **M. Gardner** que citamos faise referencia ao número de **pentaexos**, **hexaexos**, **heptaexos** e **octaexos** que se poden construír. Es quen de conseguires saber cantos elementos contén cada unha desas familias?

Tamén te convidamos a que determines cales dos **poliexos** que aparecen nesta páxina posúen **centro de xiro** e digas cal é a **orde** dese centro de xiro. Cales teñen algún **eixe de simetría**?

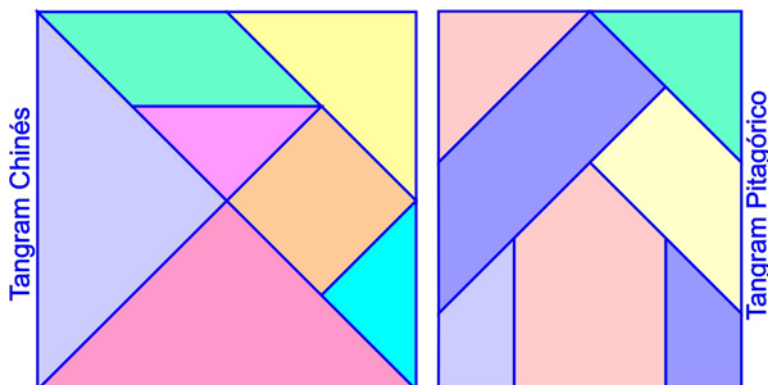
Noutro dos libros de **Martin Gardner**, *Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas*, afirmase que *todos os poliexos de orde menor ou igual que cinco teselan o plano*. A seguir mostramos tres teselacións realizadas por nós. Propoñémosche que constrúas ti outras.



E por último, sabes onde se atopan estas fotos que tiramos na Coruña?:



TANGRAM DE FLETCHER



Todos sabemos que é un puzzle. O obxectivo fundamental que queremos acadar cando enredamos cun destes quebra cabezas consiste en ensamblar unha importante cantidade de pezas de diferentes formas para compoñer unha determinada imaxe. A utilidade matemática destes xogos é verdadeiramente escasa.

Un **tangram** tamén pode ser considerado un puzzle pero as súas características e, sobre

todo, os fins que se perseguen cando se constrúe, nada teñen que ver co expresado no parágrafo anterior.

Os **tangrams** son quebracabezas que se obteñen ao seccionar unha figura xeométrica plana nun conxunto non moi numeroso de pezas (chamadas **tans**) xeometricamente recoñecibles. A utilidade didáctica dos **tangrams** desde o punto de vista das matemáticas é indiscutible e empréganse para explicar moitísimos conceptos e cuestións de diferentes temas: propiedades numéricas, fraccións, proporcionalidade xeométrica, ángulos, áreas e perímetros...

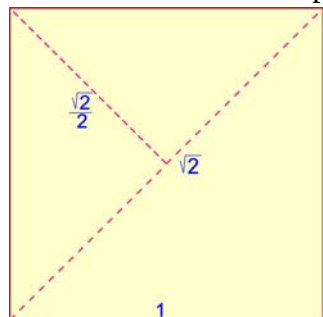
Outra finalidade dos **tangrams** consiste en formar siluetas de obxectos recoñecibles (denominadas **tangramas**) utilizando todas as pezas do **tangram** sen que haxa superposición de pezas.

O **tangram** máis difundido e estudado é, sen dúbida, o **tangram chinés**; pero desta vez imos prestarlle un pouco de atención ao chamado **Tangram de Fletcher**.

O **Tangram de Fletcher**, coma o **chinés** e o **pitagórico**, está formado por sete **tans**. Sen embargo, o **tangram pitagórico** obtense a partir dun rectángulo 4×5 , mentres que os outros dous conséguense seccionando un cadrado.

Como podes ver na figura anterior, os **tans** que constitúen o **Tangram de Fletcher** son: un cadrado grande, outro pequeno, dous triángulos grandes, dous triángulos pequenos e un romboide. Observa que os catro triángulos son *rectángulos* e *isósceles* (e son iguais dous a dous).

Imos tratar de calcular as áreas e os perímetros dos diferentes **tans**. Para iso imos supoñer que a medida do lado do cadrado de partida é *unha unidade*; polo tanto a medida da súa superficie será *unha unidade cadrada*.



Neste caso (mira a figura da esquerda) sabemos que a medida da diagonal do cadrado será $\sqrt{2}$ unidades (consecuencia inmediata da aplicación do *Teorema de Pitágoras*)

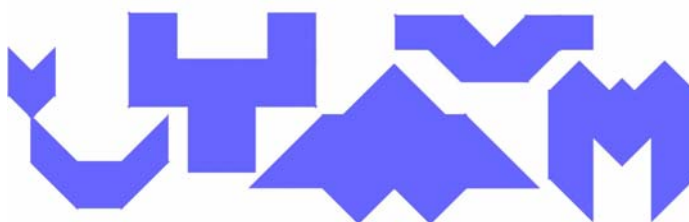
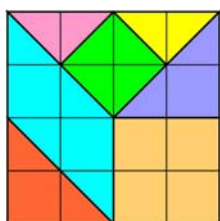
É doado comprobar cales son as medidas do perímetro e da superficie do **tan**

$$\text{cadrado grande: } P = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \text{ u} \quad \text{e} \quad A = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ u}^2.$$

A área de cada *triángulo grande* coincide, evidentemente, coa metade da área do *cadrado grande*, polo tanto será: $A = \frac{1}{8} \text{ u}^2$. Para o perímetro temos: $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \text{ u}$.

Cos datos que aparecen nos debuxos, propoñémosche que calcules ti as medidas dos perímetros e das superficies dos **tans** que faltan.

Observa a figura de máis abaixo e comproba que, se superpoñemos sobre o **Tangram de Fletcher** unha trama formada por cadrados, o cálculo da superficie de cada un dos **tans** é unha tarefa moi sinxela de resolver. Propoñémosche tamén que recortes en cartolina as pezas do **Tangram de Fletcher** e compoñas as siluetas que mostramos a continuación.



Deysi Acosta González
Cuarto ESO A