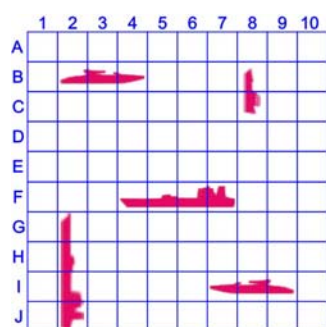


COORDENADAS

En múltiples contextos relacionados coa ciencia e a tecnoloxía, coa vida diaria e mesmo nalgúns xogos moi populares, é imprescindible a utilización de *sistemas de coordenadas*.

¿Quen non xogou nunca ao *xogo dos barcos*, tamén chamado *tocado-afundido*? Só necesitamos unha folla cuadriculada e un bolígrafo para comezar a dar coordenadas co obxectivo de acabar coa frota do noso contrincante e tratar de gañarlle a partida.

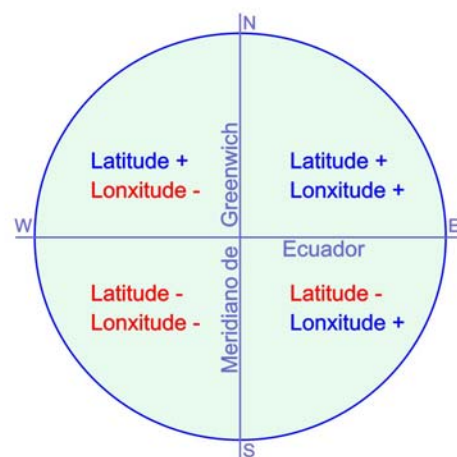
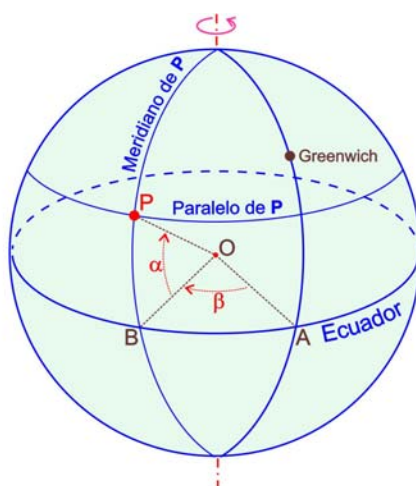
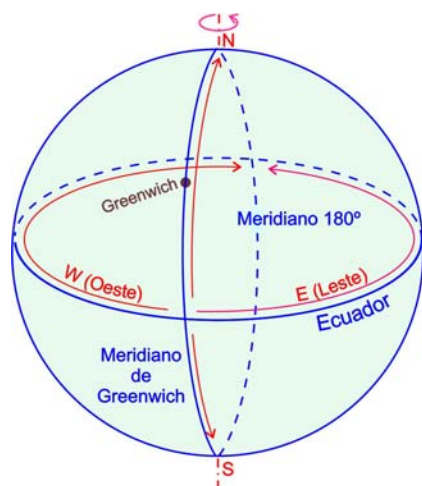
¿Quen non fixo referencia ao **Sistema GPS** (*Global Positioning System*) que nos permite coñecer, utilizando un *navegador* ou o noso teléfono móbil, cales son as coordenadas do lugar no que nos atopamos?



¿Quen nunca falou de *coordenadas xeográficas*? Cada punto da Terra (o punto no que eu estou agora ou no que te atopas ti) queda identificado polas súas coordenadas xeográficas. Antes de nada, fíxose necesario establecer dúas liñas de referencia: o **Ecuador** e o **meridiano** que pasa por **Greenwich**. (recorda as definicións de *Ecuador*, *paralelo* e *meridiano*)

Cada punto, **P**, da superficie terrestre atópase sobre dúas “*circunferencias*”: unha paralela ao Ecuador (o **paralelo do lugar**) e outra que contén o **meridiano do lugar**. As *coordenadas xeográficas* do punto **P**, son as medidas de dous ángulos con vértice no centro da Terra, que definimos a continuación.

A **latitude xeográfica** do punto **P** é a medida do ángulo α , é dicir a medida do ángulo **BOP** da figura. O valor desa medida pode oscilar entre 0° e 90° cara o norte ou de 0° a 90° cara o sur. Loxicamente, todos os puntos que estean no mesmo *paralelo*, teñen igual *latitude*. Os puntos que se atopan sobre o ecuador teñen latitude 0° . Os polos atópanse a latitudes 90° N e 90° S, respectivamente.



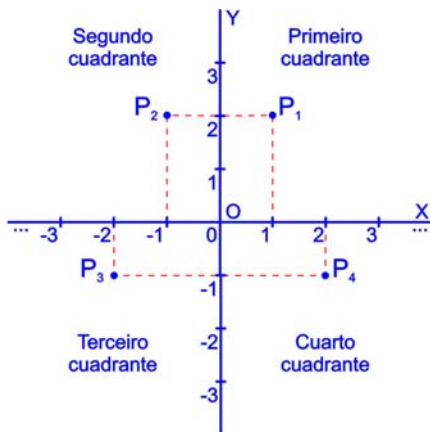
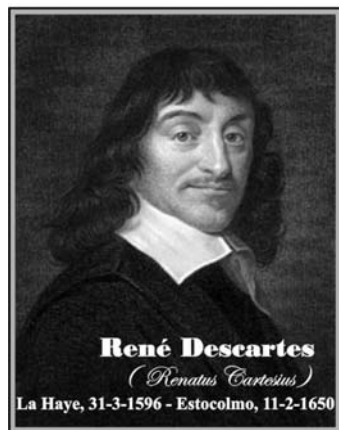
A **lonxitude xeográfica** do punto P é a medida do ángulo β , ou sexa, a medida do ángulo AOB. Esta medida pode variar entre 0° e 180° cara ao leste ou cara ao oeste.

Deste modo, cada **punto** da superficie terrestre pode ser localizado mediante as súas coordenadas. Ás veces tamén se fala “das coordenadas” dun determinado lugar ou mesmo das coordenadas dunha cidade. Neste caso, será máis correcto indicar entre que coordenadas se atopa a cidade (como fixemos para o caso do esbozo do mapa da Coruña na páxina anterior).

As coordenadas xeográficas adoitan expresarse en **graos**, **minutos** e **segundos** pero os aparellos que nos permiten determinalas poden presentalas en formatos diversos; entre outros: utilizar un **número decimal** que represente **unicamente graos** (pasando os minutos e segundos a decimais de grao) ou utilizando **graos** e un **número decimal para os minutos** (isto é, expresando os segundos en decimais de minuto)

Por exemplo, se en *Google Maps* tecleas calquera destas expresións: $43^\circ 22' 16.3'' N, 8^\circ 23' 44.5'' W$ ou $+43.3712, -8.3957$ (mira o significado dos signos $+$ e $-$ na páxina anterior) ou $+43 22.27, -8 23.74$, nos tres casos acabarás na **Praza de María Pita da Coruña**.

Xa que mencionamos este espazo tan emblemático da cidade, seguro que sabes da existencia dunha banda metálica que cruza a praza coa finalidade marcar a posición do meridiano que indica a lonxitude do lugar.



Imos cambiar agora de contexto para lembrar que temos traballado con outro tipo de coordenadas: as denominadas **coordenadas rectangulares cartesianas no plano**.

Para establecer un **sistema de coordenada cartesianas no plano** temos que fixar un punto, O , que será a **orixe** do sistema e **dous eixes** perpendiculares, determinando unha **escala de medida** sobre cada un deles.

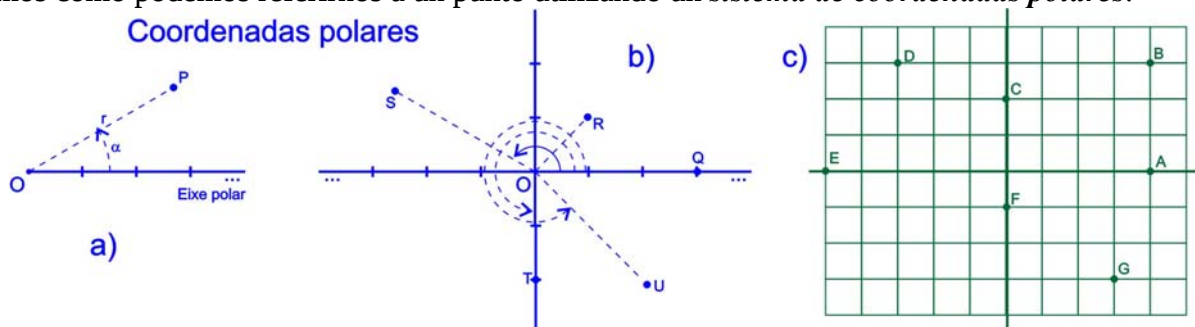
O eixe horizontal é o eixe OX , tamén chamado eixe de **abscisas**; o eixe vertical é o eixe OY , que se denomina eixe de **ordenadas**. Os puntos do plano quedan deste modo distribuídos en catro cuadrantes.

Cada punto do plano queda determinado por un **par ordenado de valores** que son as súas **coordenadas cartesianas**. O primeiro valor, a **abscisa**, indica a **distancia** do punto ao eixe OY ; o segundo valor, a **ordenada**, ten que ver coa **distancia** do punto ao eixe OX . Cada un destes valores **vai acompañado dun signo** $+$ ou $-$ que depende do cuadrante no que se atope o punto.

Por exemplo, para indicar as coordenadas dos puntos P_1 , P_2 , P_3 e P_4 que se mostran no debuxo anterior utilizarase a seguinte notación: $P_1(1,2)$, $P_2(-1,2)$, $P_3(-2,-1)$, $P_4(2,-1)$.

A denominación de coordenadas **cartesianas** é en honor ao filósofo e matemático francés **René Descartes** (*Renatus Cartesius*, en latín).

As coordenadas cartesianas non é o único sistema que nos permite representar os puntos do plano. Vexamos como podemos referirnos a un punto utilizando un **sistema de coordenadas polares**.



Un sistema de coordenadas polares constrúese a partir dun punto, **O**, chamado **polo**, e dun eixe horizontal, o **eixe polar**. Cada punto, **P**, queda identificado con dous valores que son as súas **coordenadas polares**, **P(r,α)**, do seguinte modo: **r** é a distancia do punto **P** ao polo, **O**; **α** é o ángulo determinado polo **eixe polar** e o **segmento OP**.

Tendo isto en conta, velaquí as coordenadas polares dos puntos representados no apartado b) da figura anterior: **Q(3,0°)**, **R(√2,45°)**, **S(3,150°)**, **T(2,270°)**, **U(3,315°)**.



Alba Barreiro Núñez
Cuarto ESO-B

Investiga: Escribe agora ti as coordenadas cartesianas e as coordenadas polares do apartado c) da figura.

ACERCAMENTO Á HISTORIA DAS ECUACIÓNS (II)



Diofanto de Alexandría

Debuxo: Aitana Barros Senra. 3º ESO A.

No número 74 de *Mathesis* botamos a andar polo camiño que nos permute achegarnos á historia das ecuacións. Situamos o punto de partida (entre o 1800 e o 1600 a.C.) nas fértiles terras comprendidas entre os ríos *Tigris* e *Eufrates*. Realizamos despois parada noutras terras non menos xenerosas (as que forman as ribeiras do *Nilo*) para deternos nas *matemáticas exipcias*. No último tramo desa primeira andaina, fixemos unha breve incursión no tratamento das ecuacións no contexto da antiga cultura chinesa.

Imos continuar agora o noso itinerario facendo referencia a un destacado representante das matemáticas gregas: **Diofanto de Alexandría**.

Poucas cousas se saben da vida deste matemático. Os estudosos do tema nin sequera están seguros das datas do seu nacemento nin da súa morte. Probablemente naceu entre os anos 200 e 214 da nosa era e faleceu entre o 284 e o 298. Sen embargo, aínda que pareza raro, existe un certo consenso á hora de aceptar que Diofanto viviu 84 anos, pois iso é o que se deduce dun coñecido epigrama que pasa por ser o seu epitafio.

Investiga que di o epigrama que acabamos de citar e mostra como se deducen os anos que viviu **Diofanto**.

Curiosamente, si que nos chegou información relacionada cos temas sobre os que traballou **Diofanto de Alexandría**. Tendo en conta o noso propósito –contar cousas sobre ecuacións– citaremos aquí a súa obra máis difundida: a *Aritmética*.

Parece ser que a *Aritmética* estaba composta por trece libros dos que tres se perderon. Os seis primeiros coñecémolos a partir da súa redaccións orixinal en grego e os outros catro chegarónnos mediante traducións realizadas polos árabes.

A maioría dos problemas que aparecen na *Aritmética* –máis de dous centos– pódense resolver mediante ecuacións de primeiro, segundo ou terceiro grao utilizando unha o varias incógnitas. Ás veces a solución é única e noutras ocasións obtéñense infinitas solucións (é dicir, trátase de **ecuacións indeterminadas**).

Neste caso das **ecuacións indeterminadas** **Diofanto** escolle aquelas solucións que están formadas por cantidades enteiras ou racionais. É por isto que actualmente se denominan **ecuacións diofánticas** ás que son indeterminadas cando tratamos de atopar as solucións que estean formadas por números enteiros.

Dúas achegas moi importantes feitas por **Diofanto** foron o establecemento de **símbolos para indicar as operacións** e a **representación das incógnitas utilizando abreviaturas**, chegando deste modo á creación

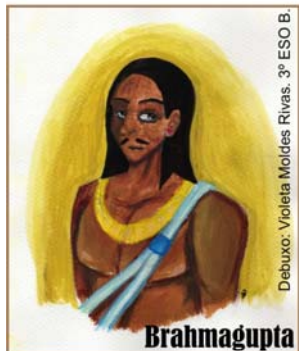




Debuxo: Marina Aradas Cedeira. 3º ESO A.

do que se chamou *álgebra sincopada* (mellorando os procedementos da *álgebra retórica* utilizada con anterioridade). Estes avances na resolución de ecuacións propiciaron que *Diofanto de Alexandria* sexa recoñecido como *un dos pais da álgebra*.

Fagamos un cambio de lugar, de tempo e de civilización e marchemos cara a India. Os matemáticos da *India* eran tamén grandes poetas, por iso moitos dos textos que nos chegaron deles entrelazan estas dúas vertentes do saber humano, as matemáticas e a poesía. Todos coñecemos que da *India* recibimos o noso *sistema actual de numeración* (incluíndo o grandioso avance que supuxo a invención do cero), pero os matemáticos hindús tamén asentaron as bases da *trigonometría* e deron importantísimos pasos no desenvolvemento da álgebra e na *resolución de ecuacións*.



Debuxo: Violeta Moldes Rivas. 3º ESO B.

Aryabhata (476 – 550) é o máis antigo e destacado matemático e astrónomo hindú do que se conserva un escrito coñecido. Nesa obra, que se deu en chamar o *Aryabhatiya*, recompila os saberes matemáticos da súa época. É un libro formado por 118 versos nos que se tratan diversos temas matemáticos, entre eles a *resolución de ecuacións alxébricas*.

Utiliza un método que se denomina de *inversión* xa que consiste en partir do resultado e ir facendo as *operacións inversas* no *sentido contrario* a como se dan no enunciado. Vexamos se somos quen de resolver o seguinte problema:

Collín un número e calculei o seu triplo. A ese triplo, sumeille as súas tres cuartas partes. Dividín a suma entre sete e ao cociente resteille a súa terceira parte. Este resultado multipliqueino por si mesmo e logo resteille cincuenta e dúas unidades. Collín o valor que obtiven e calculei a súa raíz cadrada, sumeille oito unidades a esa raíz e logo dividín entre dez. Despois desta última división o resultado foi 2. Cal é o número que collín ao principio?

Investiga: Cómo se resolve o problema polo método de inversión? (Dámosche a seguir os dous primeiros pasos).

- Collemos o 2 e mutiplicámolo por 10, xa que a última conta realizada foi dividir entre 10; $10 \times 2 = 20$.*
- A 20 restámoslle 8, pois a penúltima operación foi sumar 8. ...Segue ti co proceso!*



Debuxo: Alexia García Vegas. 3º ESO B.

Brahmagupta (598, Ujjain – 668), matemático e astrónomo, dirixiu o observatorio astronómico de Ujjain que foi o centro matemático máis importante da India.

Fixo importantes achegas en aritmética e xeometría pero aínda son máis destacables os seus descubrimentos en álgebra, pois mellorou a notación e deu solucións xerais para ecuacións indeterminadas de primeiro e segundo grao. Á hora de resolver ecuacións de segundo grao acada as *dúas solucións*, mesmo cando unha delas sexa negativa.

Bhaskara II (1114, Vijayapura – 1185, Ujjain) tamén matemático e astrónomo, como *Brahmagupta* dirixiu o observatorio de Ujjain. Escribiu diversas obras nas que se tratan distintas facetas das matemáticas.

A súa obra máis coñecida é *O Lilavati*. Este libro foi escrito para perpetuar o nome da súa filla (que se chamaba *Lilavati*) sobre a que existe unha famosa lenda. *O Lilavati* contén cerca de tres centos problemas que tratan de *ecuacións de primeiro e segundo grao*, problemas de medida de áreas, progresións aritméticas e xeométricas, Teorema de Pitágoras... algúns problemas redáctanse utilizando unha linguaxe moi poética, velaquí un que che *propoñemos para que o resolvas*:

A quinta parte dun enxame de abellas posou sobre unha flor de Kadamba, a terceira parte nunha flor de Silinda, o triplo da diferenza entre estes dous números voa sobre unha flor de Krutaja, e unha abella indecisa vai dunha flor de Pandanus a un xasmín. ¿Cal é o número de abellas que forman o enxame?

Mathesis. Número 77. Páxina 4.



Lorena Mosteiro Díaz
Cuarto ESO-A